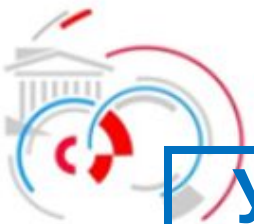




# **3. Типы условий оптимизации развития ЭЭС. Критерии принятия решений в условиях неопределенности**



## Условия оптимизации развития ЭЭС

**Оптимальное планирование** — способ получения оптимального плана развития системы.

**Критерий** — показатель, устанавливающий соответствие полученного решения поставленной цели, и осуществляющий сравнительную оценку качества различных планов.

**Целевой функционал** — математическое выражение критерия.

**Критерий оптимальности** — глобальный экстремум целевого функционала.

**Многоцелевая оптимизация** — оптимизация, преследующая несколько не сводимых одна с другой целей.

**Управление** — это совокупность воздействий на систему с целью достижения заранее поставленной цели.

**Математическая модель системы** — математическое описание основных свойств системы-оригинала.

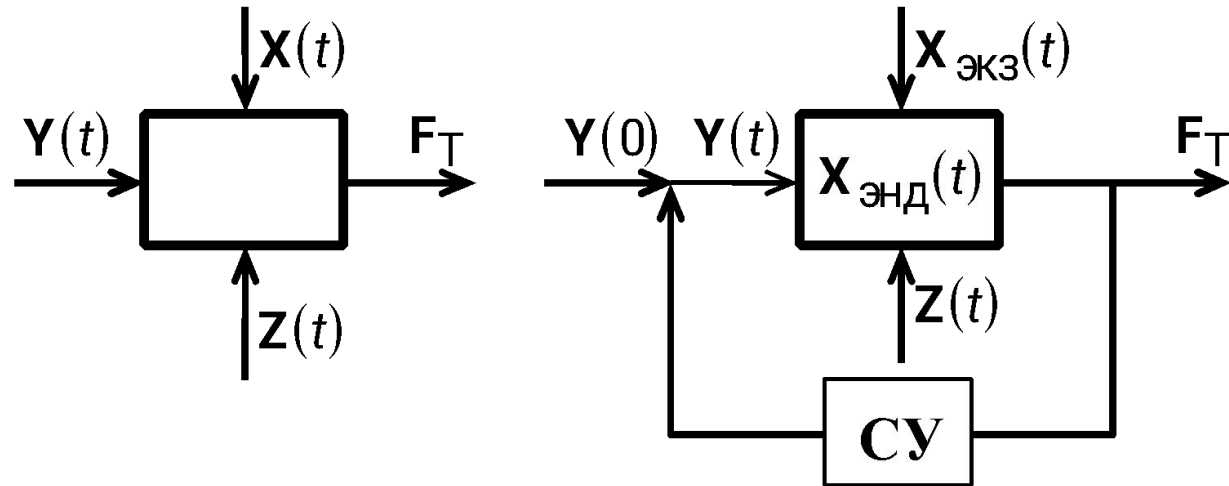
$$f_j \left( |x_{it}| \right) = 0, j = 1, 2, \dots, J; t = 1, 2, \dots, T; i = 1, 2, \dots, n.$$



# Системный подход - принцип исследования больших систем

**Системный анализ** - реализация принципов системного подхода с применением методов анализа и выработки рекомендаций по развитию и функционированию больших систем.

**Принципы решения задач развития больших систем энергетики**



- $\bar{X}(t) = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  - параметры состояния системы;
- $\bar{Y}(t) = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$  - параметры управления системой;
- $\bar{Z}(t) = \{z_1, z_2, \dots, z_k\}$  - случайные внешние параметры.



## Условия оптимизации развития ЭЭС

В задачах развития энергосистем решения приходится принимать в условиях многокритериальности.

Исследователь всегда стремится упростить постановку задачи, сводя ее к однокритериальной.

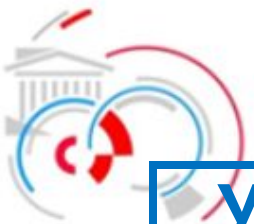
Результат решения зависит от свойств исходной информации о внешних условиях развития ЭЭС.

Вид информации определяет условия оптимизации.

**Виды информации** → **Условия оптимизации**

- 1. Детерминированная полная**
- 2. Детерминированная частично неопределенная**
- 3. Вероятностная полная**
- 4. Вероятностная частично неопределенная**

- 1. Детерминированные**
- 2. Вероятностные**
- 3. Неопределенные**



# Условия оптимизации развития ЭЭС

## Детерминированные условия оптимизации

$F(X, Y)$  оптимизируемая функция цели, оптимальное решение соответствует экстремуму целевого функционала, например  $F(Y) \rightarrow \min$ ;

$Y$  - параметр управления;

$X$  - параметр внешних условий, имеет фиксированное значение и не влияет на результаты оптимизации

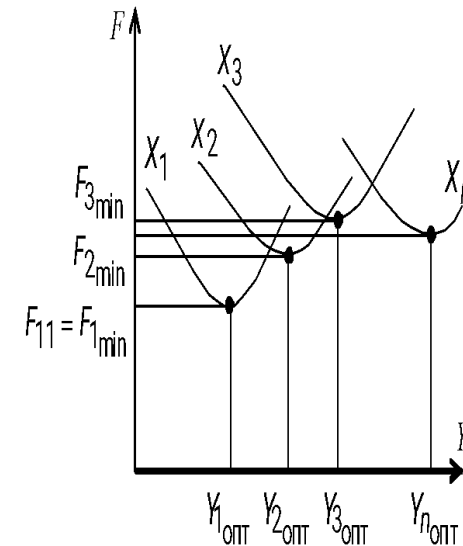
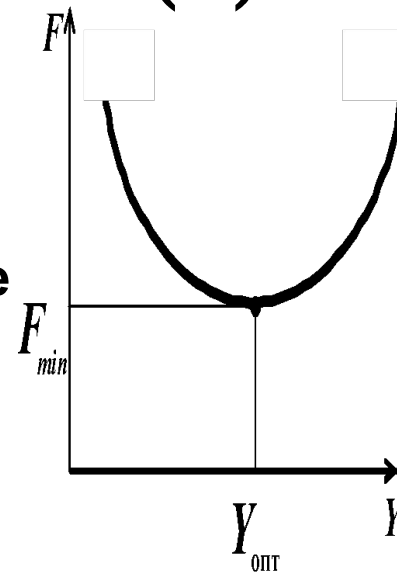
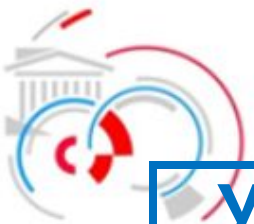


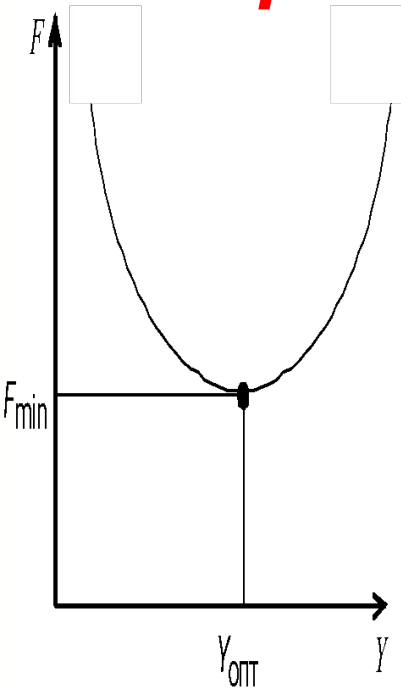
Иллюстрация вероятностных и неопределенных условий оптимизации

**Решение единственно!**

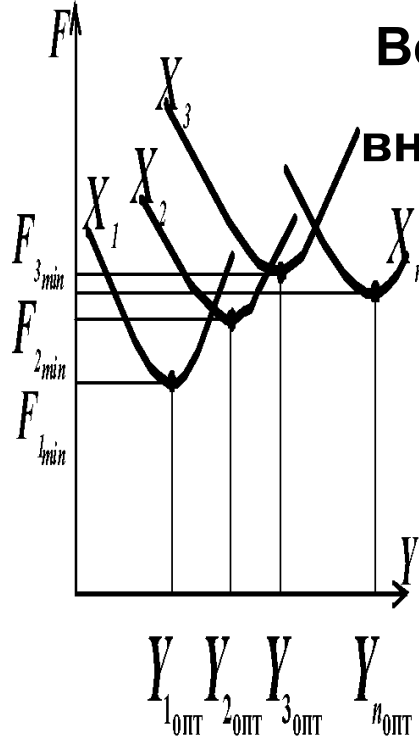


# Условия оптимизации развития ЭЭС

## Вероятностные условия оптимизации



Характер решения при



Вероятности  $p_1, p_2, \dots, p_n$  появления

внешних условий  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ;

Оптимальные управляющие

воздействия  $Y_{i\text{опт}}, i = \overline{1, n}$ .

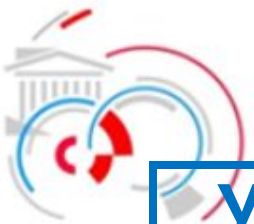
**Математическое ожидание функционала цели**

$$MF_i(Y_{i\text{опт}}) = \sum_{j=1}^n p_j F_{ij}(X_j, Y_{i\text{опт}})$$

**Единственное**



$$MF(Y_{\text{опт}}) = \min_{i=\overline{1, n}} \sum_{j=1}^n p_j F_{ij}(X_j, Y_{i\text{опт}})$$



## Условия оптимизации развития ЭЭС

### Вероятностные условия оптимизации

Вероятности  $p_1, p_2, \dots, p_n$  появления условий  $X_1, X_2, \dots, X_n$ .

Затруднено получение оптимального управления,  $Y_{i_{\text{опт}}}, i = \overline{1, n}$ .

Дискретное изменение управляющего параметра,  $Y_i, i = \overline{1, m}$ .



Прямая оптимизация для всех допустимых значений  $Y$ .

### Математическое ожидание функционала цели

$$MF(Y_{\text{опт}}) = \min_{i=\overline{1, m}} \sum_{j=1}^n p_j F_{ij}(X_j, Y_i)$$

### Единственное оптимальное решение



# Вероятностные условия оптимизации

$Y$	$X_1$	$X_2$	...	$X_j$	...	$X_n$	$MF$
	$p_1$	$p_2$	...	$p_j$	...	$p_n$	
$Y_1$	$F_{11}$	$F_{12}$	...	$F_{1j}$	...	$F_{1n}$	$MF_i = \sum_{j=1}^n p_j F_{ij}$
...	...	...	...	...	...	...	
$Y_i$	$F_{i1}$	$F_{i2}$	...	$F_{ij}$	...	$F_{in}$	$MF_i = \sum_{j=1}^n p_j F_{ij}$
...	...	...	...	...	...	...	
$Y_m$	$F_{m1}$	$F_{m2}$	...	$F_{mj}$	...	$F_{mn}$	$MF_m = \sum_{j=1}^n p_j F_{mj}$

Критерий оптимальности  $\min_{i=1,m} MF_i$





## Вероятностные условия оптимизации

**Задача 1.** Капиталовложения в угольную КЭС имеют диапазон неопределенности 7250 – 7650 млн. руб., а годовые издержки на топливо 1810 – 1890 млн. руб. Для газовой КЭС эти показатели равны соответственно 5900 – 6300 и 2050 – 2250 млн. руб. Полагая, что сочетание минимальных капиталовложений и издержек на топливо имеет вероятность 0,15, максимальных – 0,25, а минимальных капиталовложений при максимальных издержках и наоборот – по 0,3, определить лучший вариант. Использовать метод годовых приведенных затрат при  $E_H=0,2$  и  $\alpha_{ам}=0,08$ .

**Решение.** Годовые приведенные затраты

$$Z = E_H \cdot K + I_{\Sigma} = E_H \cdot K + \alpha_{ам} \cdot K + I_{топл}$$



## ***Расчет приведенных затрат в угольную станцию***

**При максимальных капиталовложениях и максимальных издержках на топливо**

$$Z=0,28 \cdot K + I_{топл} = 0,28 \cdot 7650 + 1890 = 4032 \text{ млн.руб.}$$

**При максимальных капиталовложениях и минимальных издержках на топливо**

$$Z=0,28 \cdot K + I_{топл} = 0,28 \cdot 7650 + 1810 = 3952 \text{ млн.руб.}$$

**При минимальных капиталовложениях и максимальных издержках на топливо**

$$Z=0,28 \cdot K + I_{топл} = 0,28 \cdot 7250 + 1890 = 3920 \text{ млн.руб.}$$

**При минимальных капиталовложениях и минимальных издержках на топливо 8.**

$$Z=0,28 \cdot K + I_{топл} = 0,28 \cdot 7250 + 1810 = 3840 \text{ млн.руб.}$$



## *Расчет приведенных затрат в станцию на газе*

**При максимальных капиталовложениях и максимальных издержках на топливо**

$$Z = 0,28 \cdot K + I_{\text{топл}} = 0,28 \cdot 6300 + 2250 = 4014 \text{ млн.руб.}$$

**При максимальных капиталовложениях и минимальных издержках на топливо**

$$Z = 0,28 \cdot K + I_{\text{топл}} = 0,28 \cdot 6300 + 2050 = 3814 \text{ млн.руб.}$$

**При минимальных капиталовложениях и максимальных издержках на топливо**

$$Z = 0,28 \cdot K + I_{\text{топл}} = 0,28 \cdot 5900 + 2250 = 3902 \text{ млн.руб.}$$

**При минимальных капиталовложениях и минимальных издержках на топливо 8.**

$$Z = 0,28 \cdot K + I_{\text{топл}} = 0,28 \cdot 5900 + 2050 = 3702 \text{ млн.руб.}$$



## Вероятностные условия оптимизации

$$MF(Y_{opt}) = \min_{i=1, m} \sum_{j=1}^n p_j F_{ij}(X_j, Y_i)$$

### Вероятные приведенные затраты в станцию на угле

$$MF(Y_{opt}) = \sum_{j=1}^n p_j F_{ij} = 0,25 \cdot 4932 + 0,3 \cdot 3952 +$$

$$0,05 \cdot 3820 + 0,15 \cdot 3840 = 4170,6$$

### Вероятные приведенные затраты в станцию на газе

$$MF(Y_{opt}) = \sum_{j=1}^n p_j F_{ij} = 0,25 \cdot 4014 + 0,3 \cdot 3814 +$$

$$0,05 \cdot 3802 + 0,15 \cdot 3702 = 3887,1$$



## Оптимизация в вероятностных условиях

### Платежная матрица, млн.руб

Вероятность события	$p = 0,25$	$p = 0,3$	$p = 0,3$	$p = 0,15$	Вероятностные условия оптимизации
Внешние условия	$K_{\max}, I_{\max}$	$K_{\max}, I_{\min}$	$K_{\min}, I_{\max}$	$K_{\min}, I_{\min}$	
Угольная КЭС	<b>4932</b>	<b>3952</b>	<b>3920</b>	<b>3840</b>	<b>4170,6</b>
Газовая КЭС	<b>4014</b>	<b>3814</b>	<b>3902</b>	<b>3702</b>	<b>3887,1</b>
Рекомендация по критерию	$MF(Y_{opt}) = \sum_{j=1}^n p_j F_{ij}$				<b>КЭС на газе</b>

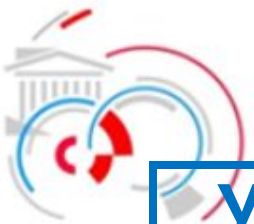


## Условия оптимизации развития ЭЭС

### **Неопределенные условия оптимизации**

Наиболее распространенным в практике случаем являются условия неопределенности. Например, удастся дать прогноз диапазона перспективных нагрузок энергосистемы, но неизвестны вероятности наступления каждого значения нагрузки из этого диапазона.

Значения функционала цели  $F$ , получаемые для сопоставляемых вариантов (альтернатив)  $Y$  при различных внешних условиях  $X$ , образуют **платежную матрицу**.



## Условия оптимизации развития ЭЭС

### Неопределенные условия оптимизации Платежная матрица

$Y$	$X_1$	$X_2$	...	$X_j$	...	$X_n$
$Y_1$	$F_{11}$	$F_{12}$	...	$F_{1j}$	...	$F_{1n}$
...	...	...	...	...	...	...
$Y_i$	$F_{i1}$	$F_{i2}$	...	$F_{ij}$	...	$F_{in}$
...	...	...	...	...	...	...
$Y_m$	$F_{m1}$	$F_{m2}$	...	$F_{mj}$	...	$F_{mn}$

**Выбор стратегии выполняется по критериям  
принятия в условиях неопределенности.**



## Условия оптимизации развития ЭЭС

### *Неопределенные условия оптимизации*

Рекомендации или правила выбора наилучшего решения в такой ситуации даются теорией принятия решений в условиях неопределенности.

Теория **не позволяет дать однозначный ответ** по выбору наилучшего решения, но позволяет выстроить **несколько** цепей логических рассуждений по обоснованию выбора по нескольким критериям, заимствованным из теории игр.

#### *Критерии теории игр*

1. Критерий минимаксных затрат (критерий Вальда).
2. Критерий недостаточного основания (критерий Лапласа).
3. Критерий минимаксного риска (критерий Севиджа).
4. Критерий Гурвица.





## Условия оптимизации развития ЭЭС

### Неопределенные условия оптимизации

#### Критерий Вальда - критерий минимакса

Принцип принятия решения по критерию основан на ориентации, из осторожности, на наиболее неблагоприятные внешние условия  $X_1, X_2 \dots X_j \dots X_n$  при реализации каждой альтернативы (варианта решения)  $Y_1, Y_2 \dots Y_i \dots Y_m$ .

Решение принимается на базе платежной матрицы в которой определяются значения критерия для каждой альтернативы максимальные  $\max F_{ij}$  (при стремлении к минимизации критерия), затем выбирается альтернатива с минимальным значением критерия оптимальности (минимальное из максимальных).

$$\underline{F} = \min_{i=1, m} \max_{j=1, n} F_{ij}$$



# Условия оптимизации развития ЭЭС

## Неопределенные условия оптимизации

**Критерий Вальда - критерий минимакса**

$$\underline{F} = \min_{i=1, m} \max_{j=1, n} F_{ij}$$

$Y$	$X_1$	$X_2$	...	$X_j$	...	$X_n$	$\max F_{ij}$
$Y_1$	$F_{11}$	$F_{12}$	...	$F_{1j}$	...	$F_{1n}$	$\max F_{1j}$
...	...	...	...	...	...	...	
$Y_i$	$F_{i1}$	$F_{i2}$	...	$F_{ij}$	...	$F_{in}$	$\max F_{ij}$
...	...	...	...	...	...	...	
$Y_m$	$F_{m1}$	$F_{m2}$	...	$F_{mj}$	...	$F_{mn}$	$\max F_{mj}$



# Условия оптимизации развития ЭЭС

## Неопределенные условия оптимизации

Пример принятия решения по критерию Вальда

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$\max F_{ij}$
$Y_1$	10	12,8	11,5	12,8
$Y_2$	10	11	13	13
$Y_3$	12	11	10,5	12
$Y_4$	11	10,5	12,5	12,5
Минимальное из максимальных значений $\min \max F_{ij}$				12
Оптимальное решение				$Y_3$

$$\underline{F} = \min_{i=1, m} \max_{j=1, n} F_{ij}$$



## **Критерий Вальда - критерий минимакса**

**Недостатком** критерия минимакса является его ориентация на учет только самой неблагоприятной ситуации. Такой критерий имеет безусловное преимущество, если выбор стратегии приходится делать в условиях, когда кто-то (противник) стремится создать неблагоприятные внешние условия при реализации всех альтернатив. Такие ситуации могут возникать в антагонистических играх двух лиц  $Y$  и  $X$  (теория игр).

В задачах развития энергетики нельзя представить внешние условия – сторону  $X$  сознательно стремящимися создать при развитии энергетики наиболее неблагоприятную обстановку. Значения  $X$  есть результат нашего недостаточного знания закономерностей природы, а природа может ставить перед нами сложные задачи, но она не злонамеренна. Поэтому при выборе стратегии развития энергетики логично **учитывать не только наиболее неблагоприятные условия, но и любые другие.**



## Условия оптимизации развития ЭЭС

### Неопределенные условия оптимизации

**Критерий Лапласа** - критерий недостаточного основания

Принятие решения по критерию основано на ориентации на **равные вероятности** наступления разных внешних условий, ибо нет основания отдать предпочтение какому-либо конкретному.

При этом в платежной матрице определяются средние значения критерия для каждой альтернативы и затем выбирается альтернатива с минимальным значением критерия оптимальности (минимальное из средних).

$$\bar{F} = \min_{i=1, m} \left( \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n F_{ij} \right)$$



## Условия оптимизации развития ЭЭС

### Неопределенные условия оптимизации

Критерий Лапласа - критерий недостаточного основания

$Y$	$X_1$	$X_2$	...	$X_j$	...	$X_n$	$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n F_{ij}$
$Y_1$	$F_{11}$	$F_{12}$	...	$F_{1j}$	...	$F_{1n}$	$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n F_{1j}$
...	...	...	...	...	...	...	
$Y_i$	$F_{i1}$	$F_{i2}$	...	$F_{ij}$	...	$F_{in}$	
...	...	...	...	...	...	...	
$Y_m$	$F_{m1}$	$F_{m2}$	...	$F_{mj}$	...	$F_{mn}$	$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n F_{mj}$

$$\bar{F} = \min_{i=1, m} \left( \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n F_{ij} \right)$$

**Условия оптимизации развития ЭЭС****Неопределенные условия оптимизации**  
Пример принятия решения по критерию Лапласа

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n F_{ij}$
$Y_1$	10	12,8	11,5	11,43
$Y_2$	10	11	13	11,33
$Y_3$	12	11	10,5	<b>11,17</b>
$Y_4$	11	10,5	12,5	11,33
Минимальное из максимальных значений				<b>11,17</b>
<b>Оптимальное решение</b>				<b><math>Y_3</math></b>

$$\bar{F} = \min_{i=1, m} \left( \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n F_{ij} \right)$$



## Условия оптимизации развития ЭЭС

### *Неопределенные условия оптимизации*

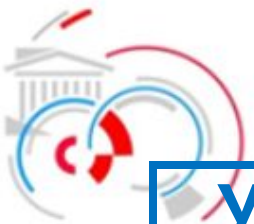
### *Критерий Севиджа - критерий минимаксного риска*

Принцип принятия решения по критерию основан на преобразовании платежной матрицы в матрицу риска и последующем применении к ней минимаксного критерия.

Получение матрицы риска  $R$  основано на определении перерасхода ресурса в каждой альтернативе  $Y$  по сравнению с лучшей для каждого из вариантов внешних условий  $X$ .

Элементы матрицы риска  $R_{ji} = F_{ji} - F_{\min i}$ .





# Условия оптимизации развития ЭЭС

## Неопределенные условия оптимизации

### Критерий Севиджа - критерий минимаксного риска

#### Построение матрицы риска

Элементы матрицы риска  $R_{ji} = F_{ji} - F_{\min i}$

Платежная матрица

Матрица риска  $R$

	$X_1$	$X_2$	$X_3$
$Y_1$	10	12,8	11,5
$Y_2$	10	11	13
$Y_3$	12	11	10,5
$Y_4$	11	10,5	12,5

	$X_1$	$X_2$	$X_3$
$Y_1$	0	$12,8 - 10,5 = 2,3$	1
$Y_2$	0	$11 - 10,5 = 0,5$	2,5
$Y_3$	$12 - 10 = 2$	$11 - 10,5 = 0,5$	0
$Y_4$	$11 - 10 = 1$	0	2



## Условия оптимизации развития ЭЭС

### Неопределенные условия оптимизации

Пример принятия решения по критерию Севиджа

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$\max R_{ij}$
$Y_1$	0	2,3	1	2, 3
$Y_2$	0	0,5	2,5	2,5
$Y_3$	2	0,5	0	2
$Y_4$	1	0	2	2
Минимальный риск максимальных значений				2
Оптимальное решение				$Y_3$ , $Y_4$

$$\underline{F} = \min_{i=1, m} \max_{j=1, n} R_{ij}$$



# Условия оптимизации развития ЭЭС

## Неопределенные условия оптимизации

### Критерий Гурвица - взвешенный критерий

Принцип принятия решения по критерию основан на том, что в задачах развития энергетики ситуации внешних условий складываются стихийно. Это приводит к критерию оптимальности, взвешенно учитывающему как наиболее благоприятные, так и наиболее неблагоприятные внешние условия  $X$  при реализации каждой альтернативы (варианта решения)  $Y$ .

В платежной матрице определяются значения критерия  $F_i$  для каждой альтернативы на основе выбранных значений коэффициентов «пессимизма -  $\alpha$ » и «оптимизма  $1 - \alpha$ ». В качестве критерия оптимальности выбирается минимальное из значения критерия для всех альтернатив

$$F = \min_{i=1, m} \left[ \alpha \max_{j=1, n} F_{ij} + (1 - \alpha) \min_{j=1, n} F_{ij} \right]$$



## Условия оптимизации развития ЭЭС

### Неопределенные условия оптимизации

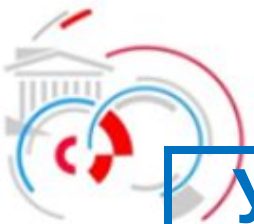
#### Критерий Гурвица - взвешенный критерий

В качестве критерия оптимальности выбирается минимальное из значения критерия для всех альтернатив

$$F = \min_{i=1, m} \left[ \alpha \max_{j=1, n} F_{ij} + (1 - \alpha) \min_{j=1, n} F_{ij} \right]$$

Наиболее трудным является выбор величины  $\alpha$

С учетом больших экономических потерь от неверных решений по развитию систем энергетики и высокую инерционность инвестиционного комплекса энергетики, рекомендуется выбирать значение коэффициента пессимизма в диапазоне  $0,5 \leq \alpha \leq 1$ .

**Условия оптимизации развития ЭЭС****Неопределенные условия оптимизации**

Пример принятия решения по критерию Гурвица

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$0,7 \max F_i + 0,3 \min F_i$
$Y_1$	10	12,8	11,5	11,96
$Y_2$	10	11	13	12,10
$Y_3$	12	11	10,5	<b>11,55</b>
$Y_4$	11	10,5	12,5	11,90
Минимальное из максимальных значений				<b>11,55</b>
<b>Оптимальное решение</b>				<b><math>Y_3</math></b>

$$F = \min_{i=1, m} \left[ \alpha \max_{j=1, n} F_{ij} + (1 - \alpha) \min_{j=1, n} F_{ij} \right], \quad \alpha = 0,7$$



## *Неопределенные условия оптимизации*

**Задача 2.** Капиталовложения в угольную КЭС имеют диапазон неопределенности 7250 – 7650 млн. руб., а годовые издержки на топливо 1810 – 1890 млн. руб. Для газовой КЭС эти показатели равны соответственно 5900 – 6300 и 2050 – 2250 млн. руб. Рассмотрев ситуации взаимно независимых колебаний капиталовложений и издержек, одинаковые для обеих станций, дать рекомендацию по варианту проекта, используя метод годовых приведенных затрат с  $E_n=0,12$  при годовых амортизационных отчислениях 0,08.

**Решение.** Годовые приведенные затраты

$$Z = E_n \cdot K + I_{\Sigma} = E_n \cdot K + \alpha_{ам} \cdot K + I_{топл}$$



# Неопределенные условия оптимизации

## Критерий Вальда

Платежная матрица, млн.руб

Внешние условия	$K_{\max}, I_{\max}$	$K_{\max}, I_{\min}$	$K_{\min}, I_{\max}$	$K_{\min}, I_{\min}$	Критерий Вальда
Угольная КЭС	3420	3340	3340	3260	3420
Газовая КЭС	3510	3310	3430	3230	3510
Рекомендация по критерию	$\underline{F} = \min_{i=1,m} \max_{j=1,n} F_{ij}$				КЭС на угле



# Неопределенные условия оптимизации Критерий Лапласа

Платежная матрица, млн.руб

Внешние условия	$K_{\max}, I_{\max}$	$K_{\max}, I_{\min}$	$K_{\min}, I_{\max}$	$K_{\min}, I_{\min}$	Критерий Лапласа
Угольная КЭС	3420	3340	3340	3260	3340
Газовая КЭС	3510	3310	3430	3230	3370
Рекомендация по критерию	$\bar{F} = \min_{i=1, m} \left( \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n F_{ij} \right)$				КЭС на угле





# Неопределенные условия оптимизации

## Критерий Гурвица

Платежная матрица, млн.руб

$$\alpha = 0,7$$

Внешние условия	$K_{\max}, I_{\max}$	$K_{\max}, I_{\min}$	$K_{\min}, I_{\max}$	$K_{\min}, I_{\min}$	Критерий Гурвица
Угольная КЭС	3420	3340	3340	3260	3372
Газовая КЭС	3510	3310	3430	3230	3426
Рекомендация по критерию	$\bar{F} = \min_{i=1,m} \left[ \alpha \max_{j=1,n} F_{ij} + (1-\alpha) \max_{j=1,n} F_{ij} \right]$				КЭС на угле



# Неопределенные условия оптимизации Критерий Севиджа

Матрица рисков, млн.руб

Внешние условия	$K_{\max}, I_{\max}$	$K_{\max}, I_{\min}$	$K_{\min}, I_{\max}$	$K_{\min}, I_{\min}$	Критерий Гурвица
Угольная КЭС	0	30	0	30	30
Газовая КЭС	90	0	90	0	90
Рекомендация по критерию	$\underline{F} = \min_{i=1, m} \max_{j=1, n} R_{ij}$				КЭС на угле



УрФУ  
Кафедра «Автоматизированные электрические системы»



**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ !**