

Бөлім	Оқу мақсаттары
11.2А Геометриялық фигуралар	11.3.2.1 стереометрия аксиомаларын және олардың салдарын біледі
	11.3.2.3 параллель, айқас және перпендикуляр түзулердің белгілері мен қасиеттерін біледі және оны қолданады
	11.3.2.4 параллель және перпендикуляр жазықтықтардың белгілері мен қасиеттерін біледі және қолданады
	11.3.2.5 айқас түзулердің ортақ перпендикулярларын салады
	11.3.3.1 кеңістіктегі екі нүкте, нүкте мен түзу, нүкте мен жазықтық, екі айқас түзулер арасындағы қашықтықты есептейді
	11.3.3.7 ортогональ проекция ауданын есептейді
	11.3.3.8 кеңістіктегі түзулердің, түзу мен жазықтықтың, кеңістіктегі жазықтықтардың, жазықтықтар мен көпжақтардың (қималар салу) өзара орналасуларын зерттейді
	11.3.1.2 қарапайым стереометриялық сызбаларды орындай алады
11.2В Теңдеулер мен теңсіздіктер	11.2.2.1 теңдеуді шешудің негізгі әдістерін меңгереді: көбейткіштерге жіктеу, жаңа айнымалыны енгізу
	11.2.2.2 жоғарғы дәрежелі теңдеулерді шешеді (биквадрат теңдеулер және квадраттық теңдеуге келтірілетін теңдеулер)
	11.2.2.4 түріндегі иррационал теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу алгоритмдерін қолданады
	11.2.2.5 квадраттық теңдеуге келтірілетін немесе көбейткіштерге жіктеу арқылы шешілетін көрсеткіштік теңдеулер мен теңсіздіктерді шешеді
	11.2.2.6 квадраттық теңдеуге келтірілетін немесе көбейткіштерге жіктеу арқылы шешілетін логарифмдік теңдеулер мен теңсіздіктерді шешеді
	11.2.2.7 логарифмдік және көрсеткіштік теңдеулер жүйелерін шешеді
	11.2.2.8 логарифмдік және көрсеткіштік теңсіздіктер жүйелерін шешеді

Параллель, қиылысатын және айқас түзулер

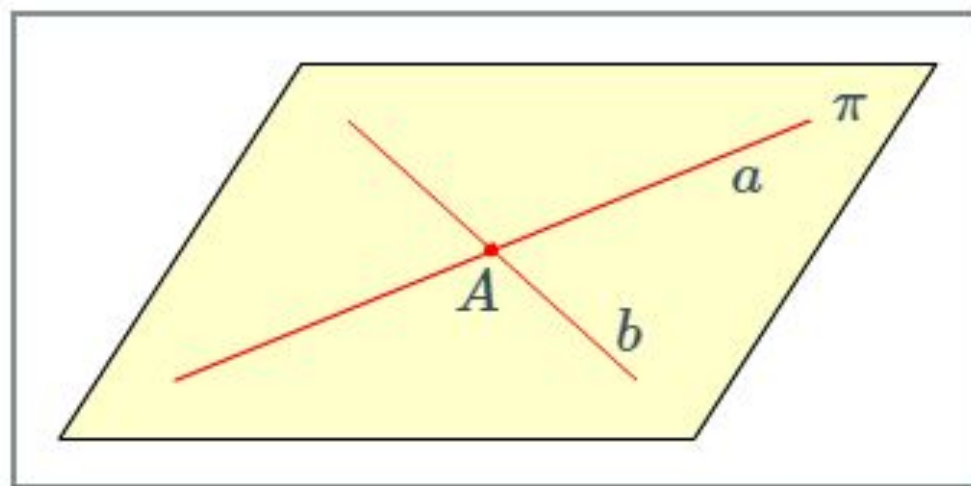
- 11.3.2.2 кеңістіктегі параллель, қиылысатын және айқас түзулерді ажыратады;
- 11.3.2.3 параллель, айқас және перпендикуляр түзулердің белгілері мен қасиеттерін біледі және оны қолданады;

Екі түзудің кеңістікте орналасуы

Екі түзудің кеңістікте орналасуының үш әдісі бар, олар: түзулер қиылысады, параллель, айқас болуы мүмкін.

Қиылысатын түзулер

Егер екі әртүрлі түзулердің ортақ нүктесі болса, олар қиылысатын деп аталады.



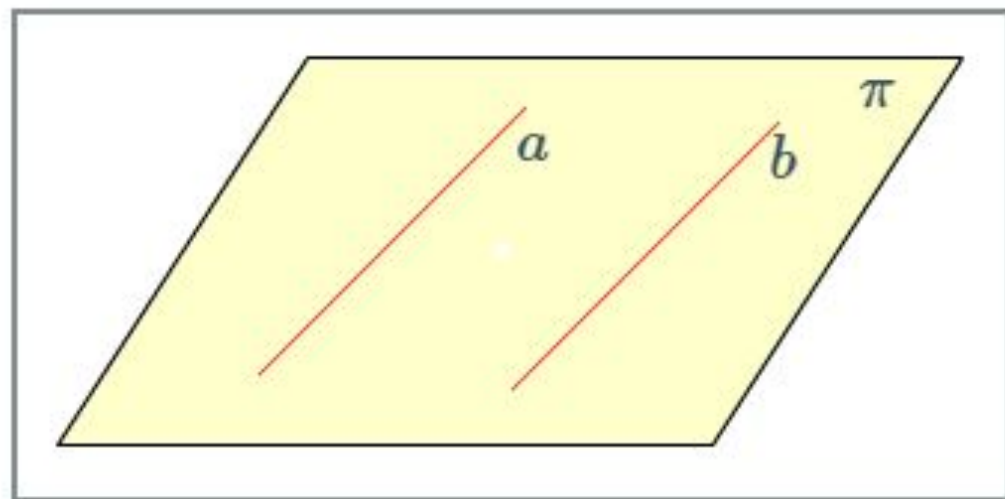
a және b түзулері, біз көріп отырғанымыздай A нүктесінде қиылысады. Назар аударыңыздар, екі өзара қиылысатын түзулер арқылы өтетін тек жалғыз жазықтық бар. Бұл суретте көрсетілген: a және b түзулері арқылы тек жалғыз π жазықтығы өтеді.

Параллель түзулер

“Параллель түзулер дегеніміз – бір-бірімен қиылыспайтын түзулер” екендігі сіздерге мәлім бе? Алайда, кеңістікте түзулер параллель болу үшін, тағы бір шарт қажет.

Анықтама

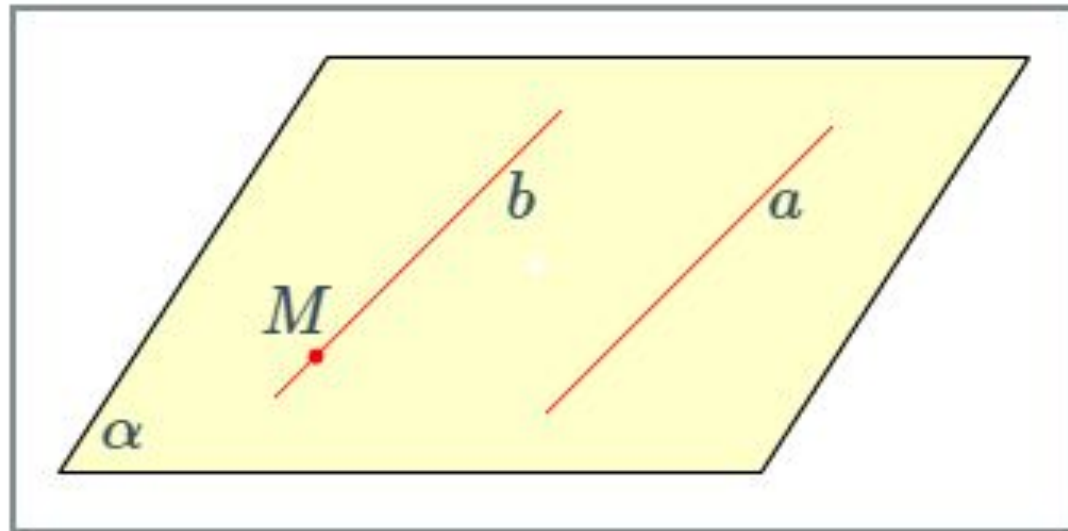
Кеңістіктегі екі түзу параллель деп аталады, егер олар қиылыспаса және бір жазықтықта жатса. Суретте a және b параллель түзулер көрсетілген; олар арқылы тек жалғыз π жазықтығы өтеді.



Параллель түзулер жайлы теорема

Кеңістікте бір түзудің бойында жатпайтын кез-келген нүкте арқылы берілген түзуге параллель тек жалғыз түзу өтеді.

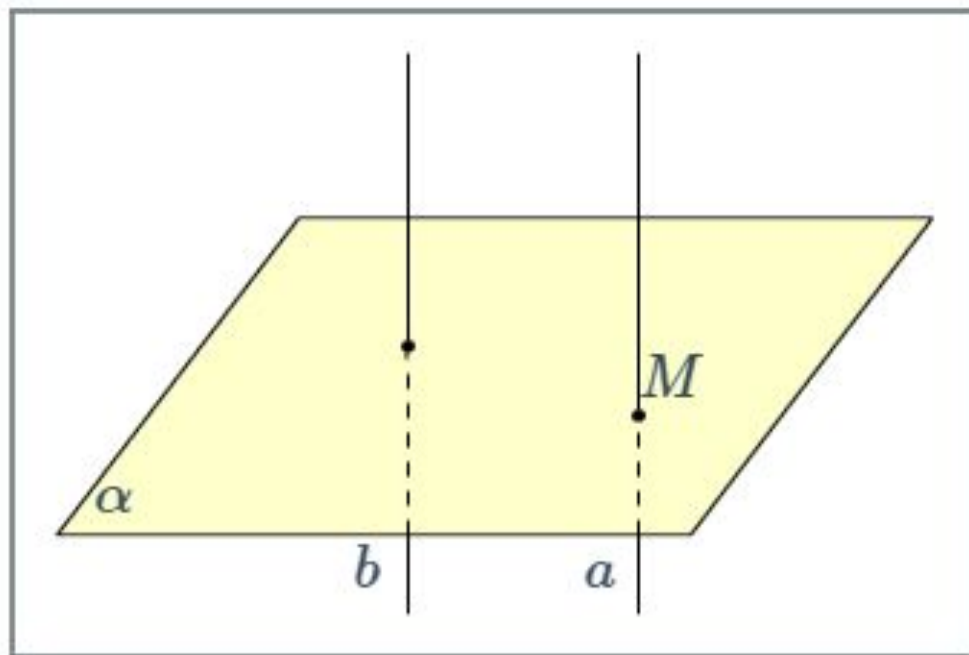
$M \in \alpha$ $b \parallel a$ және $M \in b$ (b - тек)



Дәлелдеу: <https://bilimland.kz/kk/#lesson=11762>

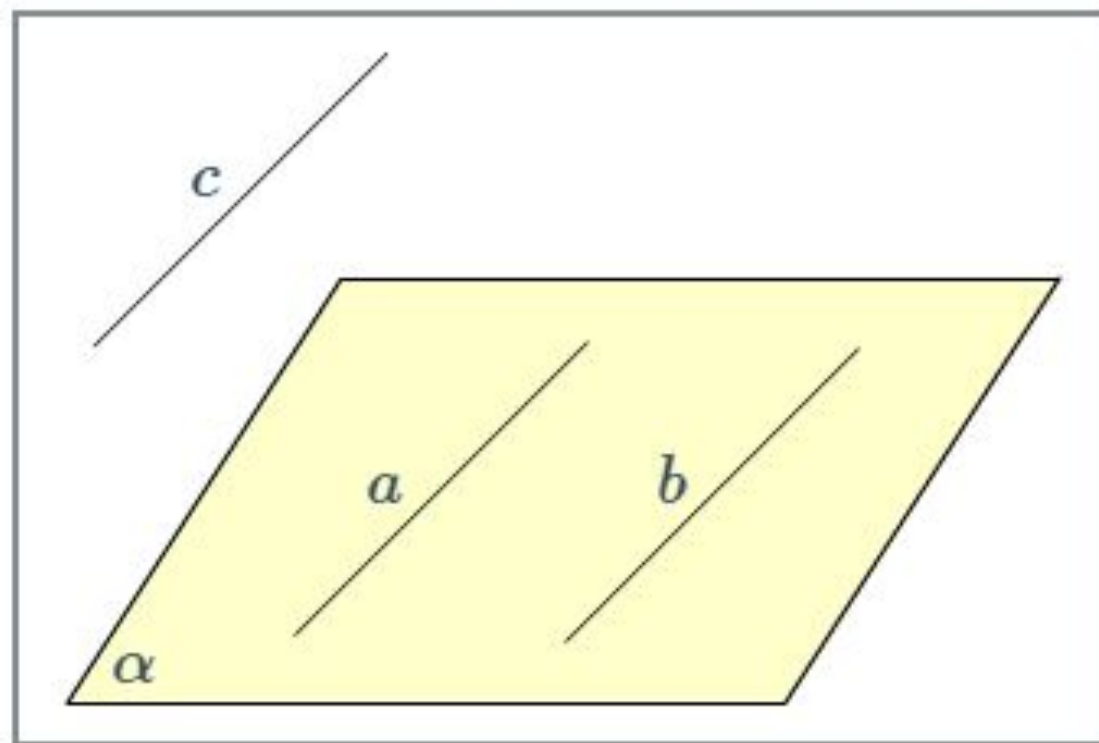
Параллель түзулердің қасиеттері

1 қасиет. Егер параллель түзудің біреуі берілген жазықтықты қиып өтсе, онда екінші түзде осы жазықтықты қиып өтеді.



$$\left. \begin{array}{l} a \cap \alpha = M \\ b \parallel a \end{array} \right| \Rightarrow b \cap \alpha$$

2 қасиет. Егер екі түзу үшіншісіне параллель болса, онда олар өзара параллель.

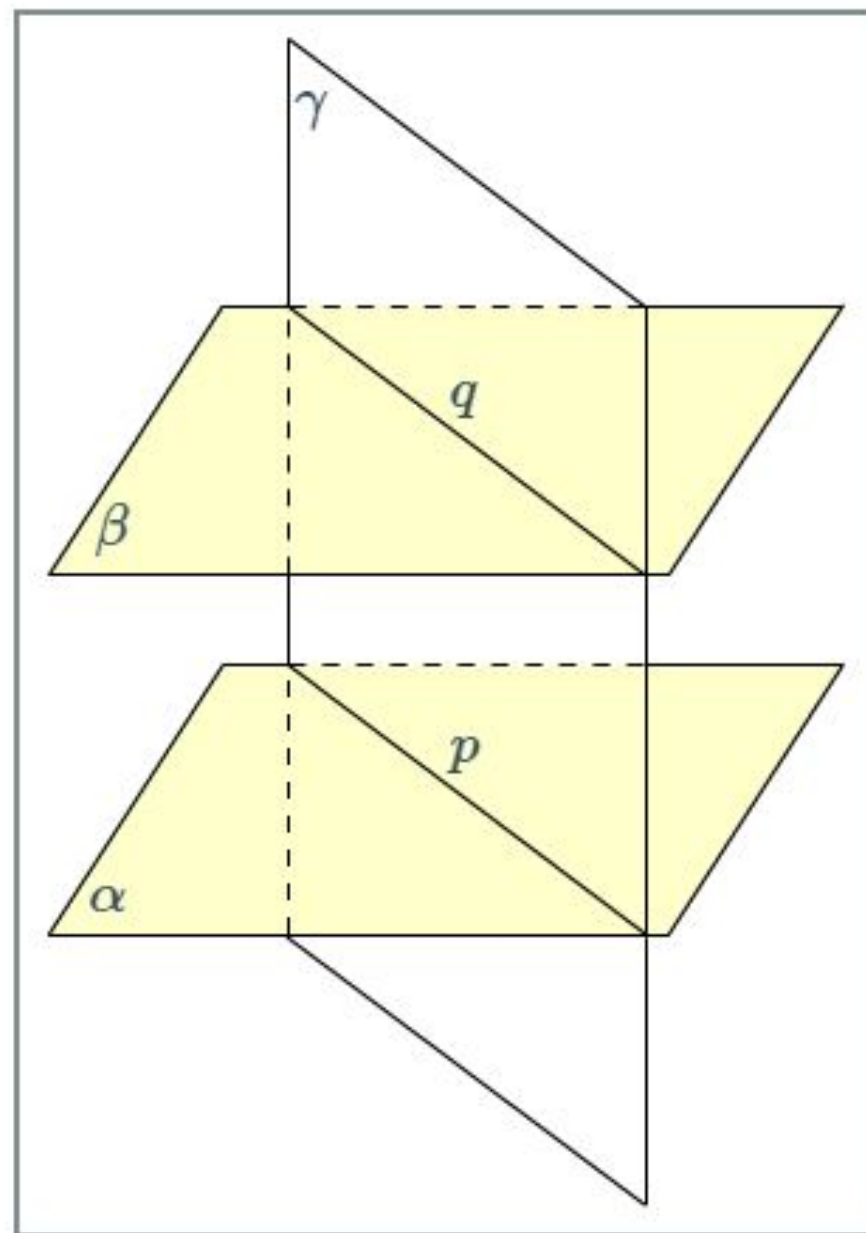


$$\left. \begin{array}{l} a \parallel c \\ b \parallel c \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel b$$

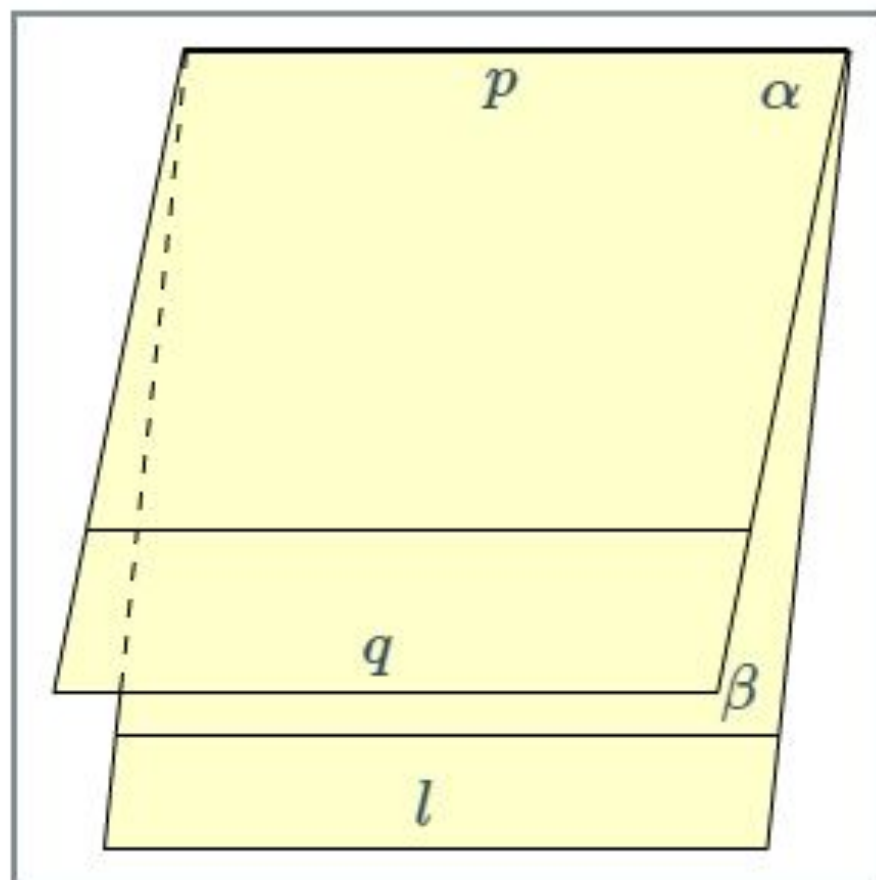
3 қасиет. Параллель түзулердің кеңістіктегі қасиеті

Екі параллель жазықтықтардың үшіншісімен қиылысуынан пайда болған түзулер өзара параллель болып табылады.

$$\alpha \parallel \beta; p \parallel q$$



Үшінші түзуге бөлек-бөлек параллель түзулер өзара параллель болып табылады.



$$\left. \begin{array}{l} p \parallel q \\ l \parallel q \end{array} \right\} \Rightarrow p \parallel l$$

1-жаттығу

Үш параллель түзулердің әр түрлі жұптарынан қанша ең көп жазықтықтар жүргізуге болады?

- Жалғыз
- Екі
- Үш
- Алты

2-жаттығу

Берілген екі параллель түзулердің әрқайсысынан жазықтық жүргізілген. Бұл екі жазықтықтар қиылысады. Берілген түзулерге қатысты олардың қиылысу сызығы қалай орналасқан?

- Оларға параллель
- Оларды кесіп өтеді
- Олардың біреуімен қиылысады
- Олармен айқасады

Айқас түзулер

Екі түзу айқас түзулер деп аталады, егер олар бір жазықтықта жатпайтын болса.

Теорема “Айқас түзулердің қасиеті”

Егер екі түзулердің біреуі кез-келген жазықтықта жатса, ал екіншісі осы жазықтықты бірінші түзуге тиісті емес нүктеде қиып өтсе, онда бұл түзулер айқас болады (бір жазықтықта жатпайды).

- Дәлелдеу: <https://bilimland.kz/kk/#lesson=11762>

3-жАТТЫҒУ

Өзара айқас түзулердің арасындағы қашықтық жайлы жалғыз дұрыс анықтаманы таңдаңыздар. Өзара айқас түзулердің арасындағы қашықтық былай аталады:

- Түзулердің бойындағы нүктелерді қосатын кесіндінің ұзындығы.
- Кеңістікте жатқан түзумен екінші түзудің берілген кеңістікпен қиылысу нүктесі арасындағы арақашықтық.
- Айқас түзулердің біреуінің және екіншісінен өтетін, біріншісіне параллель кеңістіктің арасындағы қашықтық.

4-жаттығу

Екі өзара айқас a және b түзулері және a түзуінде жататын A нүктесі берілген. a түзуі, A нүктесі және b түзуі арқылы өтетін жазықтық қандай қатынаста?

- a түзуі жазықтықты қиып өтеді.
- a түзуі жазықтыққа параллель өтеді.
- a түзуі жазықтықта жатады.
- Анықтау мүмкін емес.

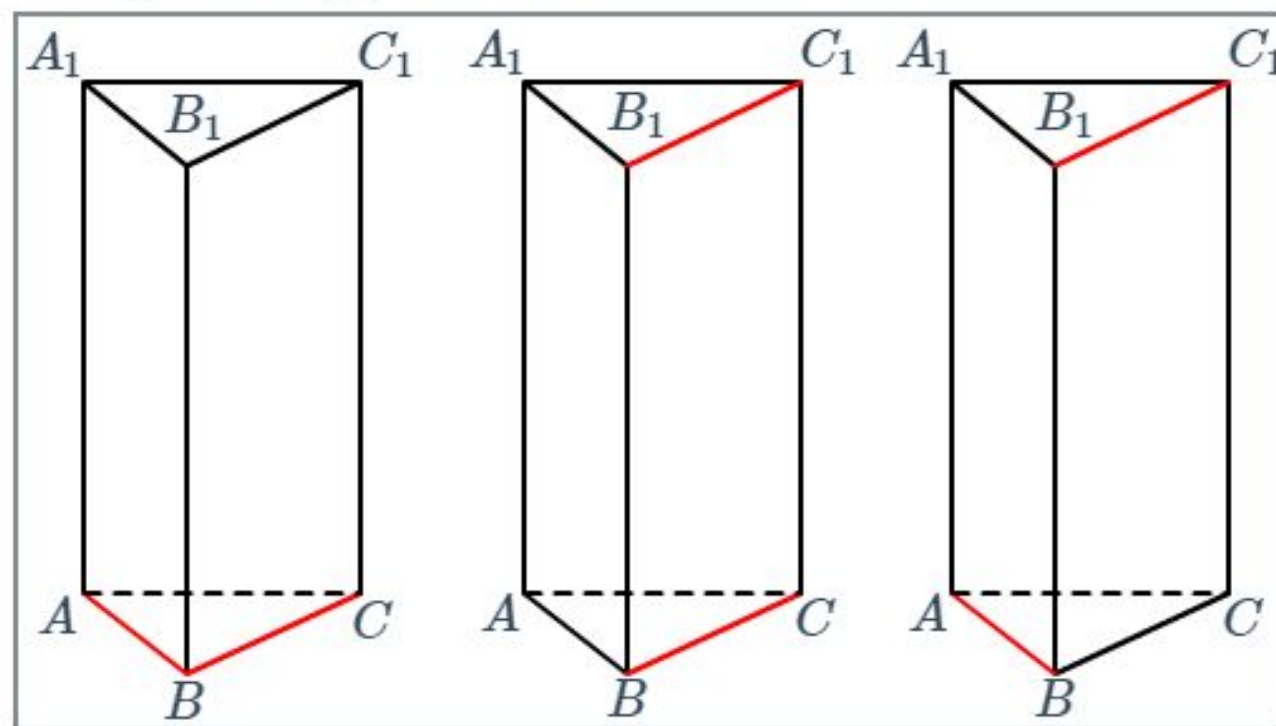
5-жаттығу

Өзара айқас c және d түзулері және K нүктесі берілген. K нүктесі мен c түзуі арқылы өтетін және K нүктесі мен d түзуі арқылы өтетін жазықтықтар өзара қалай орналасқан?

- Беттеседі
- Қиылысады
- Параллель
- Анықтау мүмкін емес

Екі түзудің өзара орналасуы

Барлық көрсетілген түзулердің өзара орналасуының үш нұсқасын үшбұрышты $ABCA_1B_1C_1$ призма арқылы көруге болады.



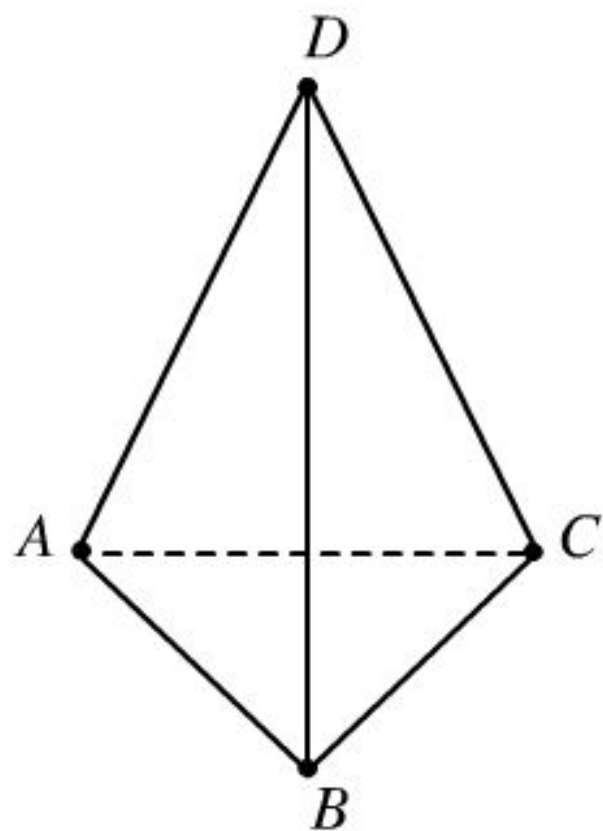
Екі түзудің өзара орналасуы

AB және BC түзулері қиылысады (сол жақ сурет) болып табылады; BC және B_1C_1 түзулері параллель болып табылады (ортадағы сурет); AB және B_1C_1 түзулері параллель болып табылады.

Жазықтық пен түзудің орналасуы

10-жаттығу

A, B, C және D нүктелері бір жазықтық бойында жатпайды.



Олардың ішіндегі үш нүктенің бір түзудің бойында жатуы мүмкін бе?

Иә

Жоқ

AB және CD түзулері қиылысады ма?

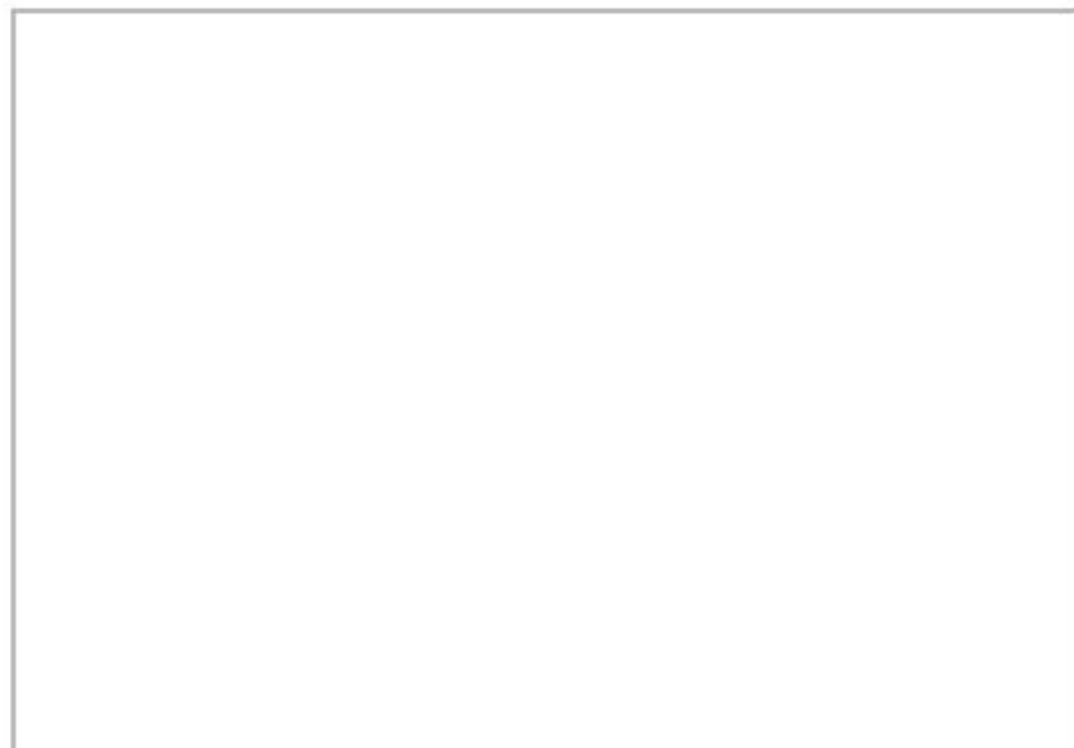
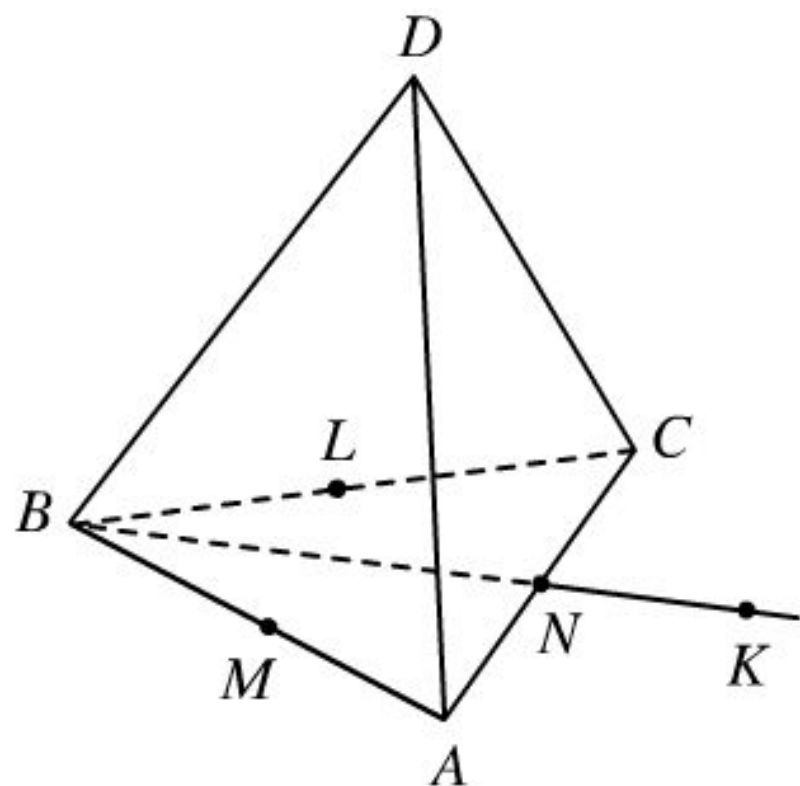
Иә

Жоқ

11-жаттығу

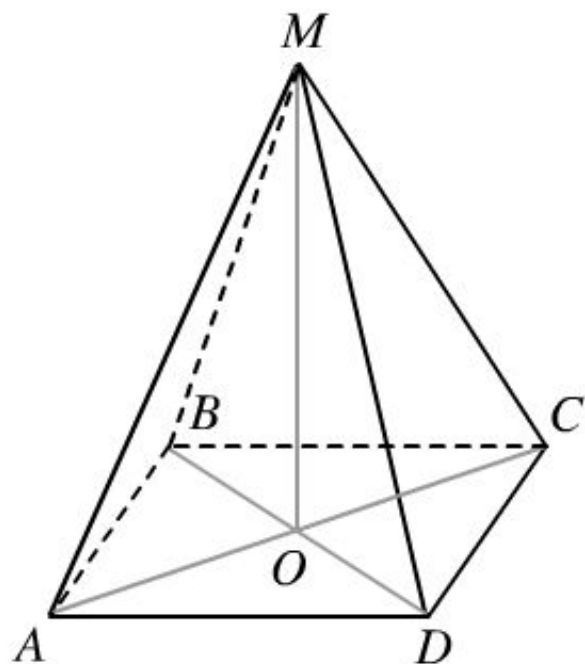
$ABCD$ үшбұрышты пирамидасы берілген. ABC үшбұрышының қабырғаларының N , M , L орталары арқылы жазықтық жүргізілген. Ол үшбұрыш жазықтығымен сәйкес келе ма?

Иә Жоқ



12-жаттығу

$ABCD$ – ромб. O – диагональдарының қиылысу нүктесі. M – ромб жазықтығында жатпайтын кеңістіктегі нүкте. A, D және O нүктелері α жазықтығында жатады.



B және C нүктелері α жазықтығында жата ма?

- Иә
- Жоқ

D нүктесі MOB жазықтығында жата ма?

- Иә
- Жоқ

MOB және ADO жазықтықтары қай түзумен қиылысады?

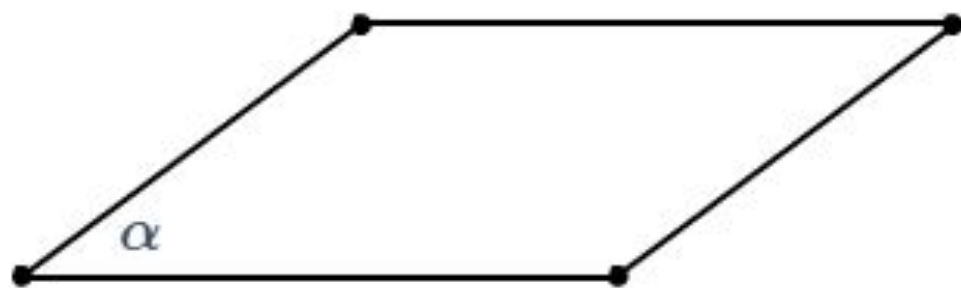
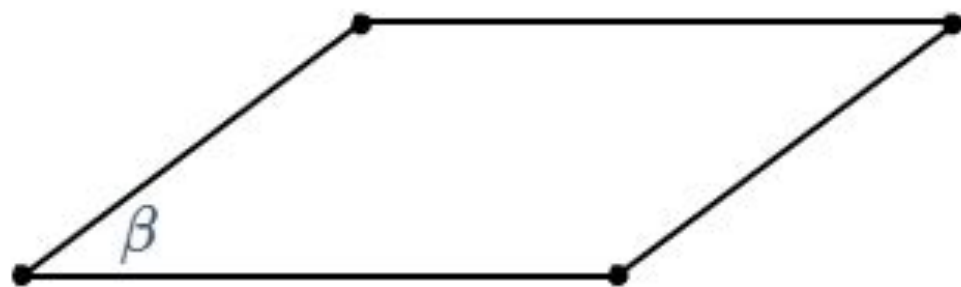
- AC
- BD

Анықтама

Егер екі жазықтық қиылыспаса, онда олар параллель жазықтықтар деп аталады.

Белгіленуі:

α және β параллель жазықтықтары $\alpha \parallel \beta$ деп белгіленеді.



$$\alpha \parallel \beta$$

Жазықтықтардың параллельдік белгісі

Теорема. Егер бір жазықтықтағы екі қиылысатын түзу, сәйкесінше, екінші жазықтықтағы екі қиылысатын түзуге параллель болса, онда осы жазықтықтар параллель болады.

