Арифметический корень *n*-ой степени

Цели урока:

- рассмотреть определения корня *n*-ой степени и арифметического корня *n*-ой степени;
- научиться определять множество допустимых значений переменной в алгебраических выражениях, содержащих корни *n*-ой степени

Арифметический корень *n*-ой степени

Цели обучения:

- 11.2.1.1 - знать определение корня *n*-ой степени и арифметического корня *n*-ой степени;
- 11.2.1.2 - знать свойства корня п-ой степени;

Критерии оценивания:

- знаете понятие корня *n*-ой степени;

- знаете понятие арифметического корня *n*-ой степени;

- находите множество допустимых значений переменной в алгебраических выражениях, содержащих корни *n*-ой степени

Давайте повторим

Определение. Квадратным корнем из числа a называют число, квадрат которого равен a.

Корни уравнения $x^2 = 64$, т. е. числа, квадраты которых равны 64, называют *квадратными корнями* из числа 64.

Определение. Арифметическим квадратным корнем из числа a называется неотрицательное число, квадрат которого равен a.

Число 8 — неотрицательный корень уравнения $x^2 = 64$ — называют *арифметическим квадратным корнем* из 64. Иначе говоря, арифметический квадратный корень из 64 — это неотрицательное число, квадрат которого равен 64.

Арифметический квадратный корень из числа a обозначают $\sqrt{a}$. Знак $\sqrt{\ }$ называют *знаком арифметического квадратного корня* или знаком радикала (от латинского слова radex — корень). Выражение, стоящее под знаком корня, называют *подкоренным выражением*.

Выполните задания

1. Докажите, что $\sqrt{121} = 11$

2. Решите уравнения и заполните таблицу:

Уравнение	Ответ	Почему это число является (или не является) корнем этого уравнения?	Запись числа, являющегося корнем уравнения
$x^2=25$	5 и -5	Так как $5^2=25$ $(-5)^2=25$	$5=\xi\,\overline{25}$ $-5=-\xi\,\overline{25}$
$x^3=-8$			
$x^4= -16$			
$x^5= 32$			
$x^5=11$			

Сделайте вывод о корнях уравнения $x^n=a$

$$\boxed{x^n = a}$$

n – чётное

- $a < 0$ $\Downarrow$ $\varnothing$
- $a \geq 0$ $\Downarrow$ $x = \pm\sqrt[n]{a}$

n – нечётное

$\Downarrow$

$x = \sqrt[n]{a}$

Определение корня n-й степени

Корнем **n-й** степени из числа **a** называется такое число **b**, **n-я** степень которого равна **a**, то есть

$$\boxed{\begin{array}{l}\sqrt[n]{a} = b \\ b^n = a\end{array}}$$

Если **n** - нечетное число, то существует единственный корень n-й степени из любого числа (положительного или отрицательного). Например, $\sqrt[3]{-8} = -2;\ \sqrt[3]{8} = 2$

Если **n** - четное число, то существует два корня n-й степени из любого положительного числа. Например, корень четвертой степени из числа **625** - это числа **-5** и **5**. Так как

$(5)^4 = 625$ *и* $(-5)^4 = 625$

Корень четной степени из отрицательного числа не существует. Например,

$\sqrt[2]{-16}$ – *не имеет смысла*

Арифметический корень n-й степени

Арифметическим корнем натуральной степени $n \geq 2$ из неотрицательного числа a называется неотрицательное число, n-я степень которого равна a.

$$\sqrt[n]{a} = в$$

$$в^n = a, \text{ где } a \geq 0,\ в \geq 0.$$

Пример 1

$$\sqrt{81} = 9\ \left(9^2 = 81\right);\ \sqrt[3]{27} = 3\ \left(3^3 = 27\right);\ \sqrt[4]{625} = 5\ \left(5^4 = 625\right);\ \sqrt[5]{0} = 0\ \left(0^5 = 0\right)$$

Пример 2

$$\sqrt[3]{-27} = -3\ \left((-3)^3 = -27\right);\ \sqrt[99]{-1} = -1\ \left((-1)^{99} = -1\right)$$

Замечание. Всякий корень n-ой степени можно выразить через арифметический:

$$\sqrt[3]{-8} = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

$$\sqrt[2k+1]{a} = -\sqrt[2k+1]{-a} = -\sqrt[2k+1]{|a|}, \text{ где } a<0.$$

Выполните задания:

Имеет ли смысл выражение:

a) $\sqrt[16]{7}$

b) $\sqrt[6]{-66}$

c) $\sqrt[9]{6}$

d) $\sqrt[13]{-17}$

- $\sqrt[4]{5-\sqrt{22}}$;
- $\sqrt[12]{7-(5)\sqrt{2}}$?

Выполните задания:

. Найдите область определения функций:

a) $y=\sqrt[20]{3x-12}$,

b) $y=\sqrt[7]{x-6}$.

- $\sqrt[6]{4x^2-1}$;
- $\sqrt[8]{x^2-x-90}$;
- $\sqrt[16]{20x-x^2+96}$?

Выполните задания:

Найдите область допустимых значений выражения:

a) $\sqrt[6]{x^2 - 3x}$;

b) $\sqrt[5]{x^2 - 4x}$.

5) $\dfrac{\sqrt[10]{x^2 - 25}}{x + 13}$;

6) $\dfrac{\sqrt[10]{49 - x^2}}{x + 3}$?

Подведем итоги

Цели урока:

- рассмотреть определения корня *n*-ой степени и арифметического корня *n*-ой степени;
- научиться определять множество допустимых значений переменной в алгебраических выражениях, содержащих корни *n*-ой степени