

Дифракция света

- Дифракция света
- Дифракция Френеля и Фраунгофера
- Принцип Гюйгенса-Френеля
- Зоны Френеля
- Дифракция Френеля на круглом отверстии
- Дифракция Френеля на круглом диске
- Дифракция Френеля на прямолинейном крае полуплоскости
- Дифракция Френеля на щели
- Дифракция Фраунгофера на щели
- Дифракционная решетка.

Дифракция света

- Дифракция (от лат. diffractus - преломленный) в первоначальном смысле - огибание волнами препятствий, в современном, более широком смысле - любые отклонения при распространении волн от законов геометрической оптики).
- Причина дифракции, как и интерференции, - суперпозиция волн, которая приводит к перераспределению интенсивности. Если число интерферирующих источников конечное, то говорят об интерференции волн. При непрерывном распределении источников говорят о дифракции волн.
- Дифракция проявляется у волн любой природы.

Дифракция Френеля и Фраунгофера

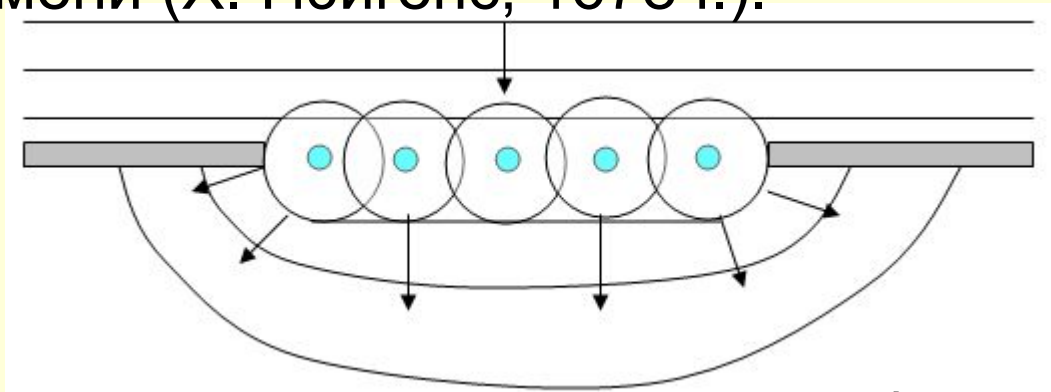
- Если λ - длина волны, b - размеры препятствия, L - расстояние от препятствия до точки наблюдения, то различают следующие ситуации:

$$\frac{b^2}{L\lambda} \begin{cases} \gg 1 - \text{геометрическая оптика,} \\ \sim 1 - \text{дифракция Френеля,} \\ \ll 1 - \text{дифракция Фраунгофера.} \end{cases}$$

Принцип Гюйгенса-Френеля

Строгое решение любой дифракционной задачи для световых волн сводится к нахождению решения уравнений Максвелла с соответствующими граничными условиями. В оптике большое значение имеет приближенное решение дифракционных задач, основанное на принципе Гюйгенса-Френеля:

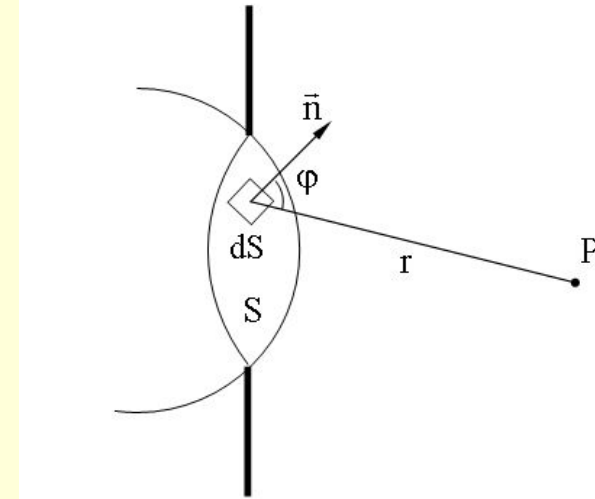
1. Каждая точка, до которой доходит волна, служит источником вторичных сферических волн, огибающая которых дает положение волнового фронта в следующий момент времени (Х. Гюйгенс, 1678 г.).



2. Амплитуда результирующей волны в любой точке пространства может быть найдена как результат интерференции всех вторичных волн, с учетом их фаз и амплитуд (О. Френель, 1818 г.).

Математическая формулировка принципа Гюйгенса-Френеля

- Пусть S - волновая поверхность, не закрытая препятствием, P - точка наблюдения, куда приходят колебания с амплитудами dE от различных элементов поверхности dS .



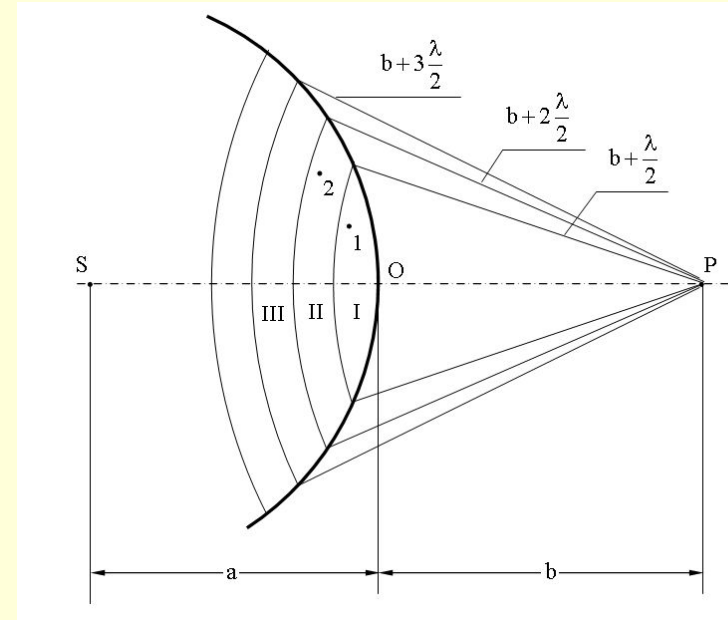
Тогда результирующее колебание:

$$E = \int_S dE = \int_S k(\varphi) \frac{a_0}{r} \cdot \text{Cos}(\omega t - kr + \alpha) \cdot dS$$

Здесь $k(\varphi)$ определяет зависимость амплитуды dE от угла между нормалью к площадке dS и направлением на точку P . Множитель a_0 дает амплитуду светового колебания в том месте, где находится dS . Величины ω и k - круговая частота и волновое число сферической волны, распространяющейся от элемента dS .

Зоны Френеля

Если в задаче существует симметрия, то амплитуду результирующего колебания можно найти методом зон Френеля, не прибегая к вычислению интеграла. От источника света **S** распространяется монохроматическая сферическая волна, **P** - точка наблюдения. Через точку **O** проходит сферическая волновая поверхность. Она симметрична относительно прямой **SP**. Разобьем эту поверхность на кольцевые зоны I, II, III и т.д. так, чтобы расстояния от краев зоны до точки **P** отличались на $\lambda/2$ - половину длины световой волны. Это разбиение было предложено **О. Френелем** и зоны называют **зонами Френеля**.



При не очень больших номерах зон их площади примерно одинаковы. Значит, каждой точке первой зоны найдется соответствующая ей точка во второй, колебания которых погасят друг друга. Амплитуда результирующего колебания, приходящего в точку **P** от зоны с номером **m**, уменьшается с ростом **m**, т.е.

$$A_1 > A_2 > A_3 \dots A_{m-1} > A_m > A_{m+1} \dots$$

Происходит это из-за увеличения с ростом **m** угла между нормалью к волновой поверхности и направлением на точку **P**.

Дифракция Френеля на круглом отверстии

Пусть на пути сферической световой волны, испускаемой источником **S**, расположен непрозрачный экран с круглым отверстием радиуса r_0 .

Можно показать, что радиус зоны Френеля с номером m при не очень больших m :

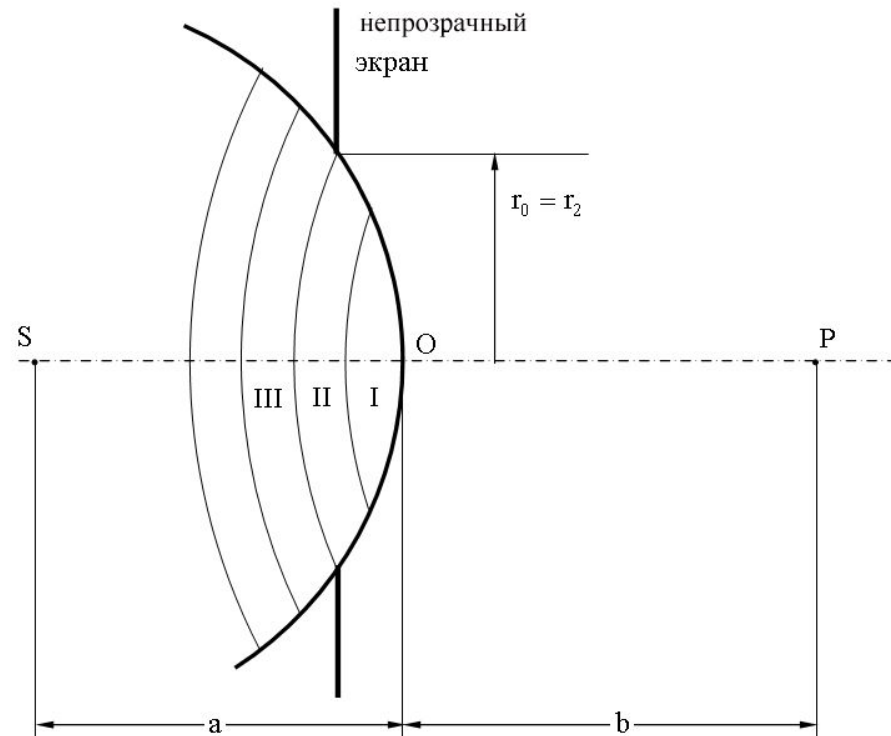
$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} \cdot m\lambda}$$

Расстояние "**a**" примерно равно расстоянию от источника до преграды, расстояние "**b**" -

от преграды до точки наблюдения **P**. Если отверстие оставляет открытым целое число зон Френеля, то, приравняв r_0 и r_m , получим формулу для подсчета числа открытых зон Френеля:

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

При m четном в точке **P** будет минимум интенсивности, при нечетном - максимум.



Дифракция Френеля на круглом отверстии (продолжение)

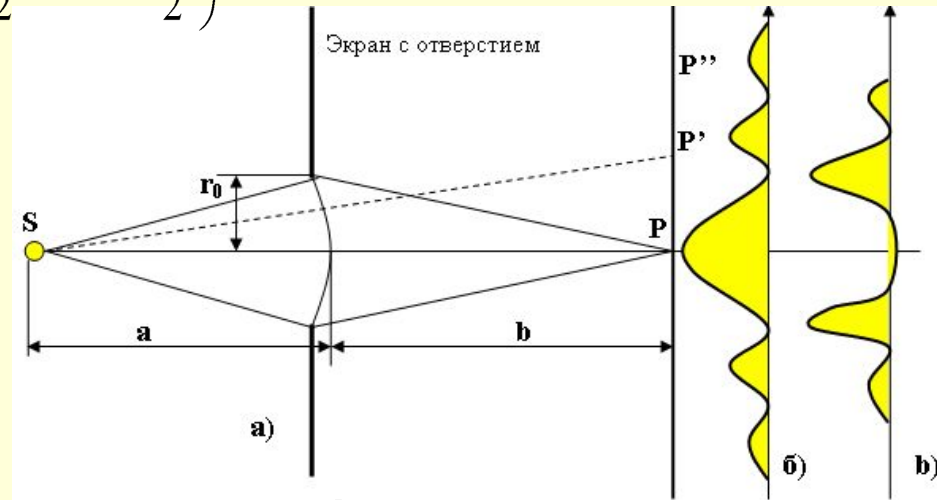
Амплитуда в точке Р будет равна

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \pm A_m = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots$$

Если m четное то знак перед A_m минус, а если нечетное то плюс. Положив выражения в скобках равными нулю, придем к формулам:

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2} \quad (\text{нечетное}),$$

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_{m-1}}{2} - A_m \cong \frac{A_1}{2} - \frac{A_m}{2} \quad (\text{четное}).$$

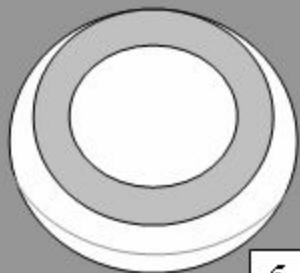


Амплитуды от двух соседних зон практически одинаковы. Поэтому можно записать

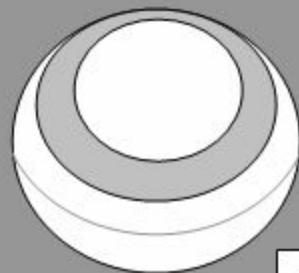
$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}$$



а



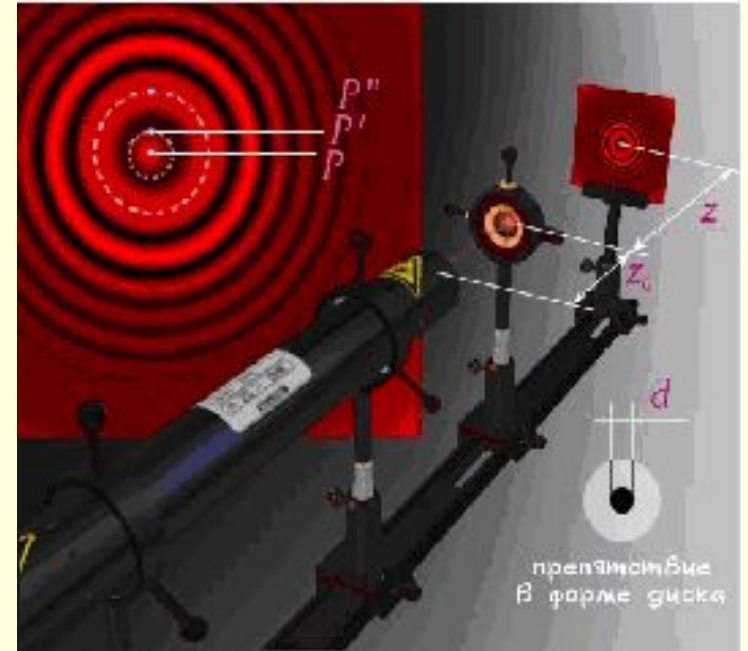
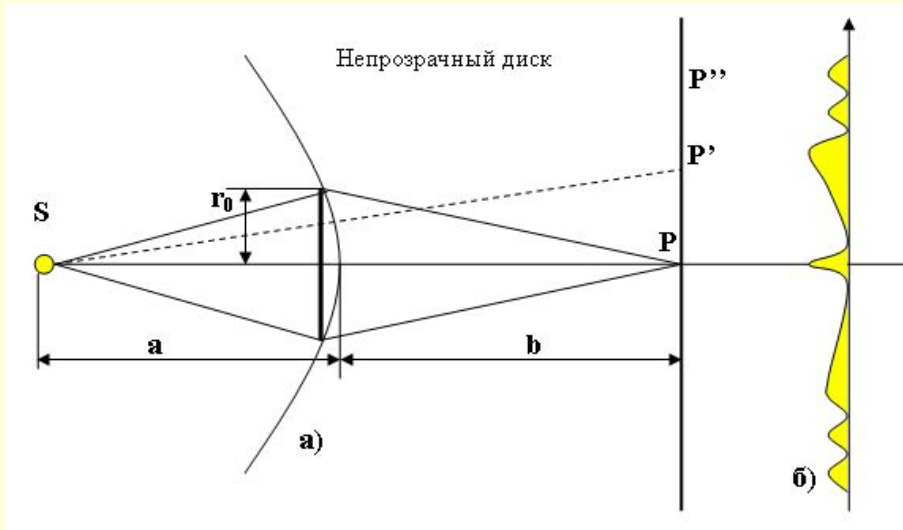
б



в

Дифракция Френеля на круглом диске

Поместим между источником и экраном непрозрачный круглый диск радиуса r_0 .



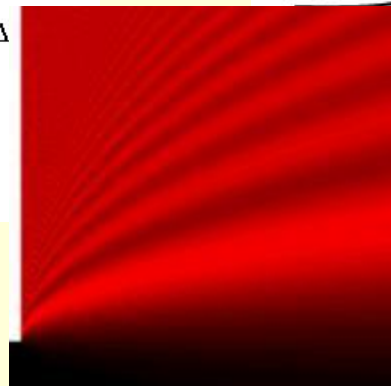
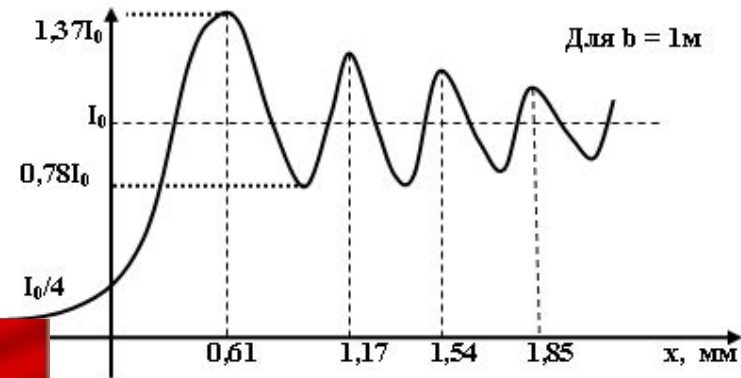
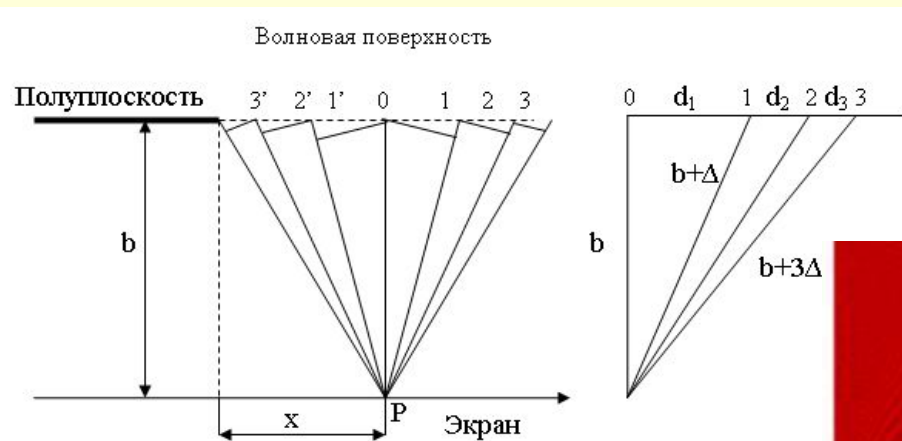
Если диск закроет m первых зон Френеля, амплитуда в точке P будет равна

$$A = \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots = \frac{A_{m+1}}{2}$$

Дифракционная картина будет иметь вид чередующихся концентрических колец. В центре картины будет светлое пятно.

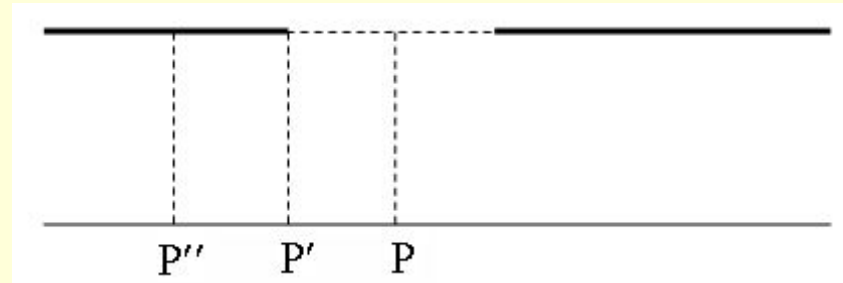
Дифракция Френеля на прямолинейном крае полуплоскости

Поместим на пути световой волны непрозрачную полуплоскость. Разобьем открытую часть волновой поверхности на зоны, имеющие вид узких прямолинейных полосок, параллельных краю полуплоскости. Ширину зоны выберем так, чтобы отсчитанные от точки P до краёв любой зоны расстояния отличались на Δ . При этом условии колебания в точке P от соседних зон будут отличаться по фазе на одну и ту же величину. Зависимость интенсивности от координаты x дана на рис.

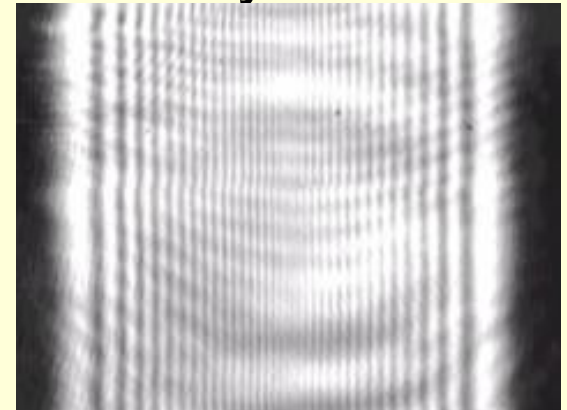
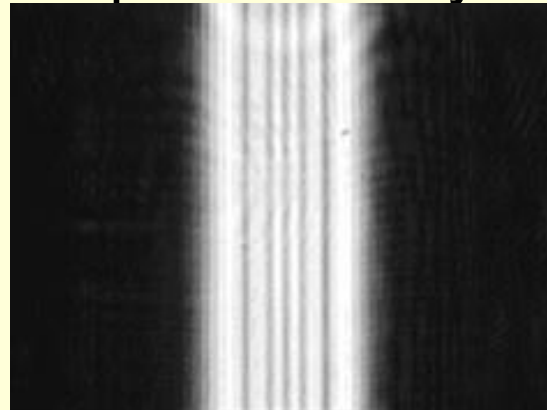


Дифракция Френеля на щели

Бесконечно длинную щель можно образовать, расположив рядом две полуплоскости.



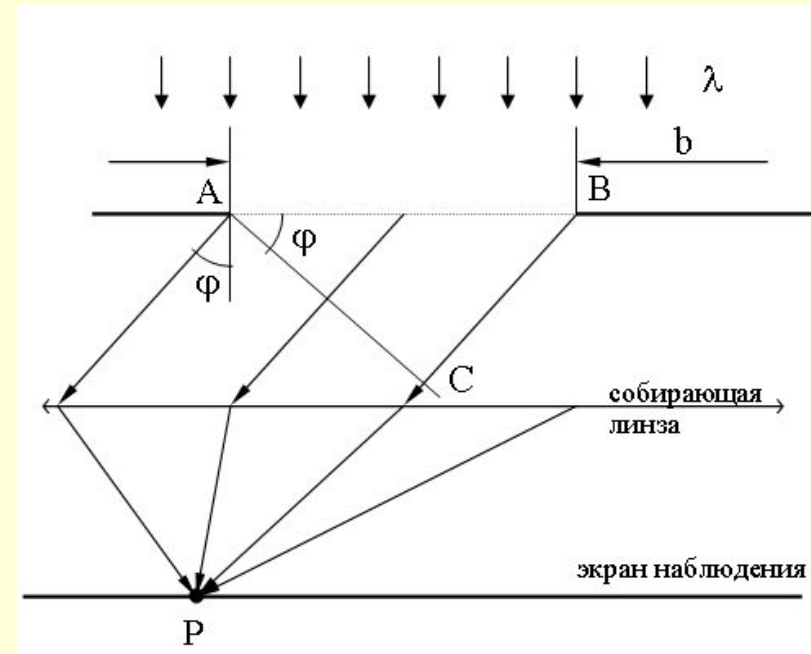
Френелевская дифракция от щели представляет собой либо светлую, либо относительно тёмную центральную полосу, по обе стороны от которой располагаются симметричные относительно неё чередующиеся темные и светлые полосы. Если изменять ширину щели, сдвигая полуплоскости в противоположные стороны, интенсивность в точке P будет пульсировать, проходя через максимумы и минимумы.



Дифракция Фраунгофера на щели

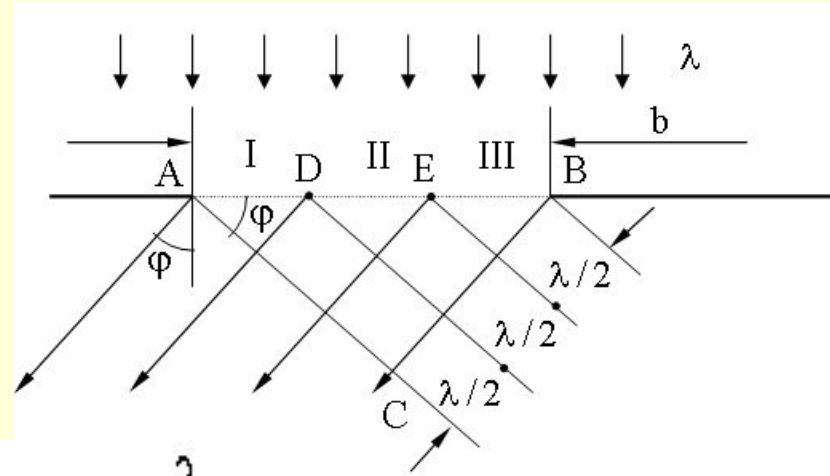
В случае дифракции Фраунгофера параметр $b^2/(L\lambda) \ll 1$. Это значит, что если размер препятствия $b \sim \lambda$, то расстояние до экрана наблюдения $L \gg b$. Пусть на длинную щель шириной b падает плоская монохроматическая волна с длиной λ .

Поместим между щелью и экраном наблюдения линзу так, чтобы экран находился в фокальной плоскости линзы. Линза позволяет наблюдать на экране дифракцию в параллельных лучах ($L \rightarrow \infty$). Для нахождения положений максимумов и минимумов интенсивности воспользуемся методом зон Френеля.



Дифракция Фраунгофера на щели (продолжение)

Разобьем сторону **BC** на отрезки длиной $\lambda/2$. Из концов этих отрезков проведем линии, параллельные фронту вторичной плоской волны, идущей под углом φ . Эти линии разобьют **AB** - фронт первичной плоской волны на зоны Френеля. На рисунке их изображено три: **AD**, **DE** и **BE**. Число зон Френеля **k** зависит от λ и длины отрезка **BC** = **b** **Sir**
Если **k** целое, то



$$b \cdot \sin \varphi = k \frac{\lambda}{2}$$

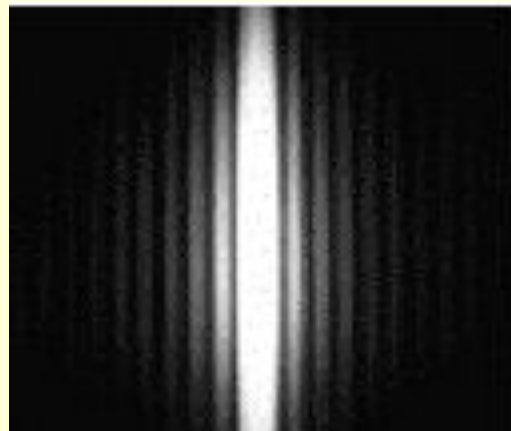
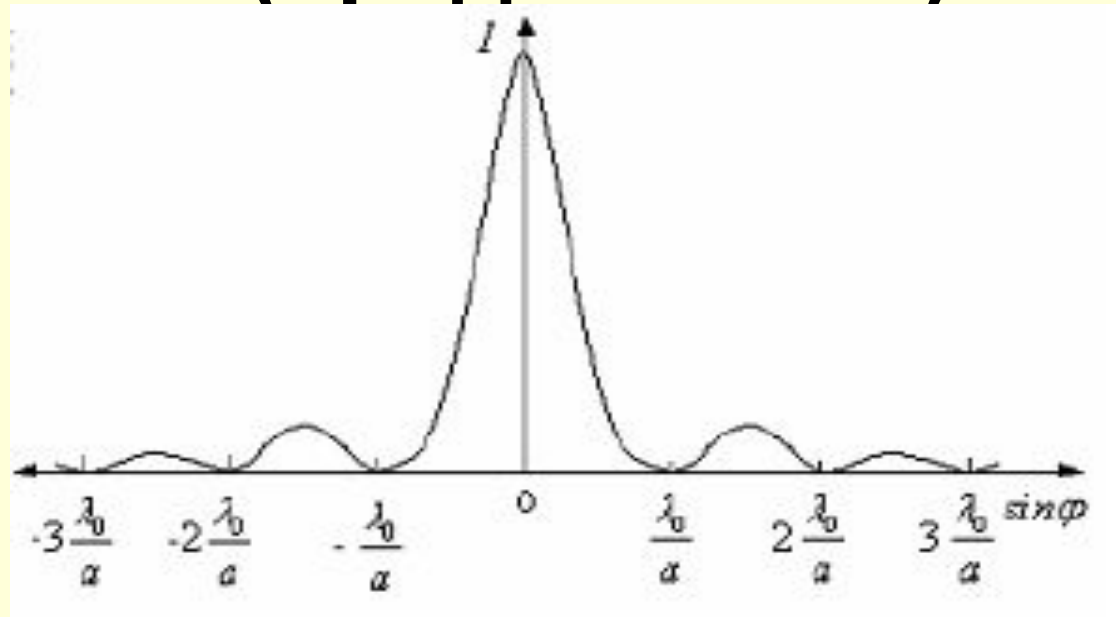
При четном числе зон Френеля **k = 2m**, где **m = ±1, ±2...** все зоны можно разбить на соседние пары, которые гасят друг друга. Следовательно, условие минимума при дифракции Фраунгофера на щели имеет вид:

$$b \sin \varphi = m\lambda, \quad m = \pm 1, \pm 2 \dots$$

При нечетном **k = 2m + 1** одна зона остается без пары и ее колебания не будут погашены, следовательно, условие максимума при дифракции Фраунгофера на щели будет иметь вид:

$$b \sin \varphi = m\lambda + \frac{\lambda}{2}$$

Дифракция Фраунгофера на щели (продолжение)



Дифракционная решетка.

Это совокупность большого числа одинаковых щелей, отстоящих друг от друга на одно и то же расстояние.

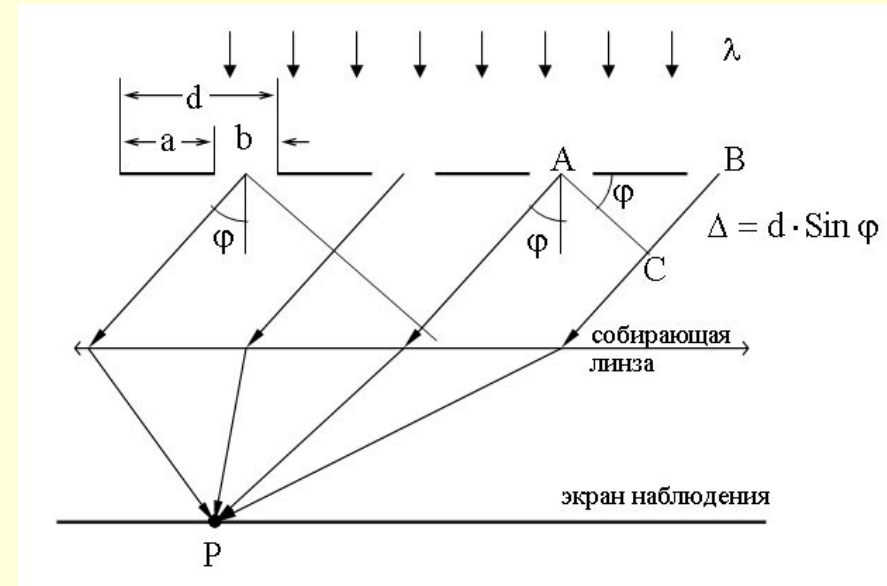
Условие главного максимума для дифракционной решетки будет иметь следующий вид:

$$d \cdot \sin \varphi = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Целое число m называют порядком максимума. Условие главного минимума для решетки

$$d \cdot \sin \varphi = \pm(m + 1/2)\lambda, (m = 0, 1, 2, \dots)$$

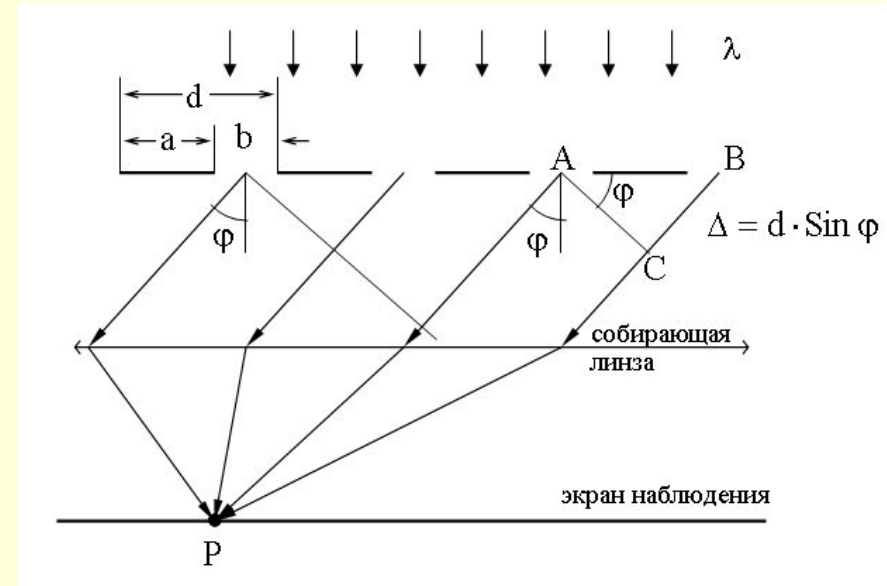
При выполнении этого условия колебания от соседних щелей приходят в точку **P** в противофазе и попарно гасят друг друга.



Параметры решетки

- **Периодом решетки d** называют расстояние между соответственными точками соседних щелей: **$d = a + b$**
- **N_0** – число щелей на 1 мм длины решетки; **$N_0 = 1/d$** .

У хороших решеток на каждый миллиметр приходится до 2000 штрихов.



Период d дифракционной решетки определяет число щелей решетки, приходящихся на единицу ее длины

$$d = l/N,$$

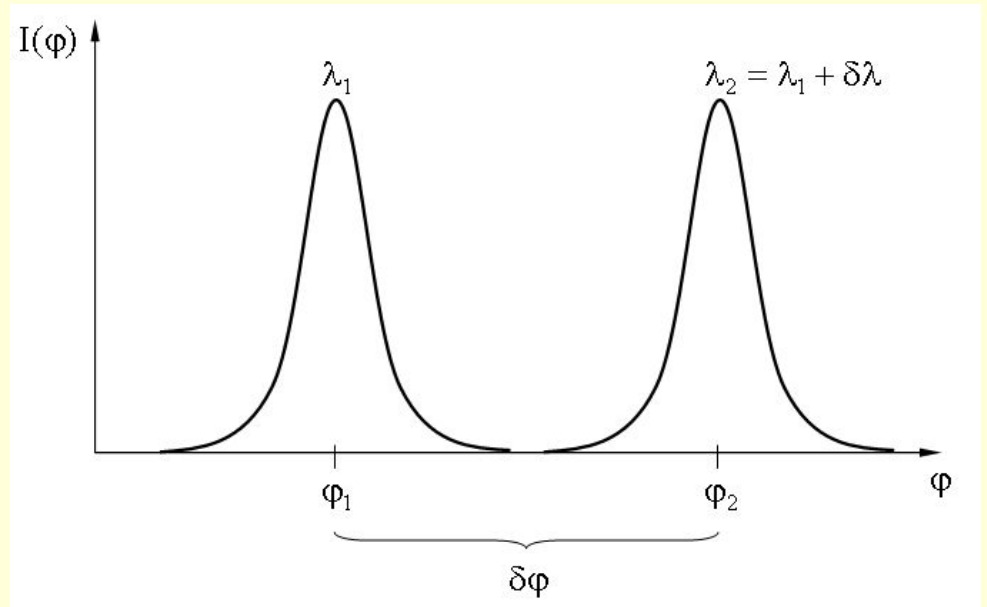
где N -число щелей, l – ширина используемой рабочей части решетки

Угловая дисперсия дифракционной решетки

- По определению, угловой дисперсией D называется величина:

$$D \equiv \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}$$

- $\delta\lambda$ - разность длин волн двух соседних линий, $\delta\varphi$ - соответствующая разность углов, под которыми наблюдаются главные максимумы.



Выразим угловую дисперсию через постоянную решетки d , порядок спектра m и угол φ , под которым наблюдается максимум

$$D \equiv \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} \Rightarrow$$

$$D = \frac{m}{d \cdot \cos \varphi}$$

При малых φ $\cos \varphi \approx 1$ и

$$D \approx \frac{m}{d}$$

Линейная дисперсия

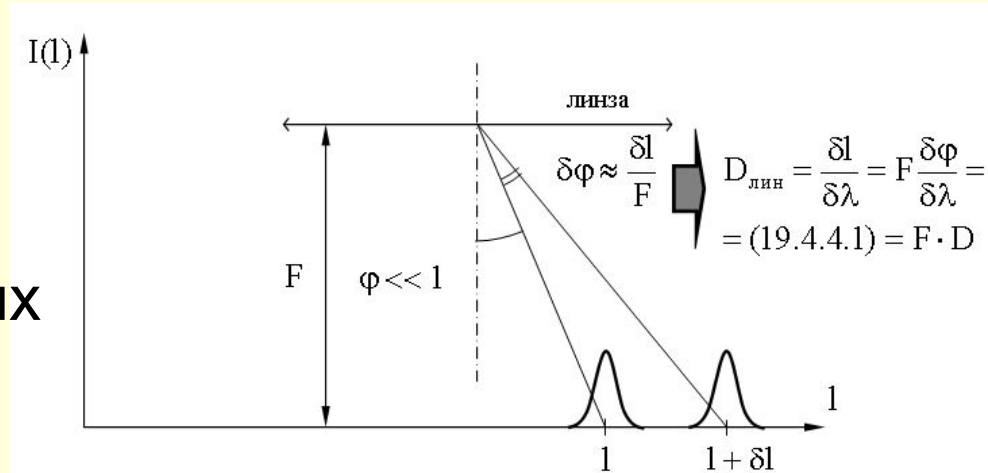
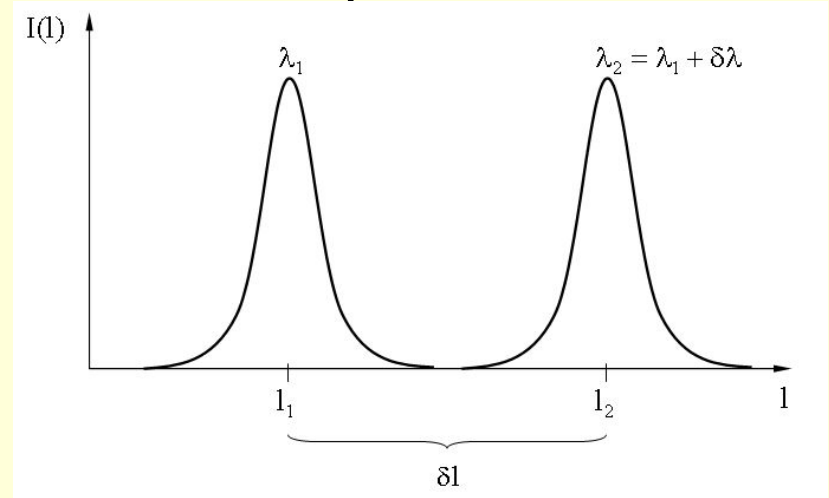
$$D_{\pi} \equiv \frac{\delta l}{\delta \lambda}$$

где l - расстояние вдоль экрана наблюдения, δl - расстояние между линиями на экране.

При наблюдении дифракции с помощью собирающей линзы при малых углах ($\varphi \ll 1$) из рисунка, приведенного ниже, можно найти связь линейной и угловой дисперсии: $D_{\pi} = F \cdot D$

Если наблюдение дифракционной картины ведется без линзы, на большом расстоянии L от решетки, то тогда при малых углах

$$D_{\text{лин}} = L \cdot D$$



Разрешающая сила дифракционной решетки

Под разрешающей способностью R дифракционной решетки понимают ее способность видеть отдельно, разрешать две близко расположенные по длинам волн спектральные линии. Она определяется по формуле:

$$R \equiv \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

$\delta\lambda$ - минимальная разница в длинах волн соседних спектральных линий, при которой эти линии еще можно наблюдать отдельно.

Минимальное расстояние по длинам волн двух спектральных линий, при котором они еще видны отдельно, определяется **критерием Релея**. Согласно этому критерию, две спектральные линии еще видны отдельно, если минимум одной из них приходится на максимум другой.

$$R = \frac{\lambda_0}{\delta\lambda} = mN = m\lambda/d$$