Физико-технические основы электроэнергетики

Лекция 5

Профессор Е.Ю.Клименко

Постоянный ток

Ток, протекающий по проводнику, определяется как скорость переноса

заряда: $\boldsymbol{I} = \frac{dQ}{dt}\boldsymbol{n}$ [*I*]=А=Кл/с.

Плотность тока : $\boldsymbol{j} = \frac{d\boldsymbol{I}}{dS}$ - это ток, протекающий через нормальный к

току элемент поверхности *dS* ,.
Если ток постоянен, то заряд, втекающий в произвольный объем,

должен равняться вытекающему заряду: $\int_S \boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{n}dS = \int_V div\boldsymbol{j}dV = 0$

Ввиду произвольности объема всюду $div\boldsymbol{j} = \boldsymbol{0}$.
Это *уравнение непрерывности.*

Материальное уравнение

Физические процессы, происходящие в проводнике с током, определяются формой материального уравнения этого материала. Это уравнение может быть достаточно простым, как, например, связь между электрическим полем ***E*** и плотностью тока ***j*** в однородном изотропном металле описывается законом Ома: $\boldsymbol{j} = \sigma \boldsymbol{E}$,коэффициент σ [См/м=1/Ом.м] (См –сименс)

называют проводимостью, а обратную величину $\rho = \frac{1}{\sigma}$ [Ом.м] удельным

сопротивлением . В анизотропных кристаллах $j_i = \sum_k \sigma_{i,k} E_k$ Здесь $\sigma_{i,k}$-

тензор проводимости. Еще сложнее связь между ***J*** и ***E*** в технических сверх-проводниках:

$$\sigma_{\alpha\beta}^{(sc)} = \sigma_t \left(\delta_{\alpha\beta} - \frac{B_\alpha B_\beta}{B^2} \right) + \sigma_l \frac{B_\alpha B_\beta}{B^2}$$

$$\sigma_t = \sigma_n (1 + e^{\frac{K_t}{\delta}}) \qquad K_t = (1 - \frac{T}{T_c} - \frac{|\mathbf{B}|}{B_{c2}} - \frac{|\mathbf{j}_t|}{j_{c/2}^t})$$

$$\sigma_l = \sigma_n (1 + e^{\frac{K_l}{\delta}}) \qquad K_l = (1 - \frac{T}{T_c} - \frac{|\mathbf{B}|}{B_{c2}} - \frac{|\mathbf{j}_l|}{j_{c/2}^l})$$

Проводимость оказывается зависимой от температуры индукции и плотности тока и взаимной ориентации двух последних.

Мы будем использовать закон Ома в его простейшей форме $\boldsymbol{j} = \sigma \boldsymbol{E}$
В однородном проводнике $\sigma = const$, поэтому и $div\boldsymbol{E} = 0$, поэтому потенциал электрического поля удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta\varphi = 0$.

На границе раздела двух проводящих сред с проводимостями σ_1 и σ_2
Нормальная компонента тока должна быть непрерывной $j_{n1} = j_{n2}$, а
Тангенциальная компонента $j_{t1}/\sigma_1 = j_{t2}/\sigma_2$ вследствие $rot\boldsymbol{E} = 0$.
Граничные условия для электрического поля соответственно:

$$\sigma_1 E_{n1} = \sigma_2 E_{n2} \qquad E_{t1} = E_{t2}$$

На границе с непроводящей средой имеем $j_n = 0$ и $E_n = 0$.

Электрическое поле производит над движущимися зарядами работу мощностью : $P = \boldsymbol{jE} = \sigma E^2 = j^2/\sigma$ *Закон Джоуля-Ленца*
[P]=A.B/м=Вт/м. Эта работа превращается в тепло.

Сторонние ЭДС

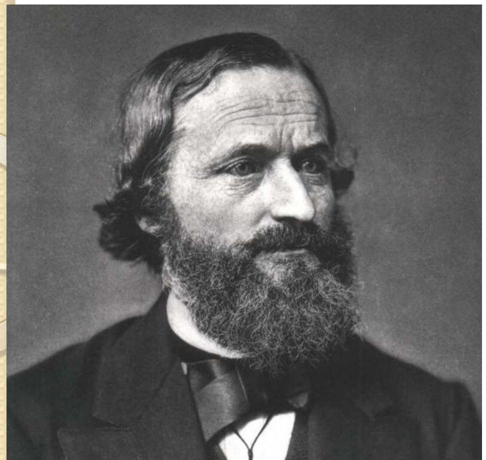
В электростатическом поле нет никаких превращений энергии и для его поддержания не нужны какие-либо дополнительные источники энергии.
В стационарном поле постоянного тока перенос зарядов происходит вследствие работы сил электрического поля, превращающейся в джоулево тепло. Эта энергия должна возмещаться за счет других видов энергии: химической (аккумуляторы, топливные элементы), тепловой (термоэлементы, термоэмиссионные преобразователи), механической (генераторы) и пр.

Обобщенный закон Ома для участка цепи

$$IR_{12} = \int_1^2 E_s dS + \int_1^2 E_s^{\text{стр}} dS$$

Второй интеграл в этом выражении называют *эдс (электродвижущая сила)*

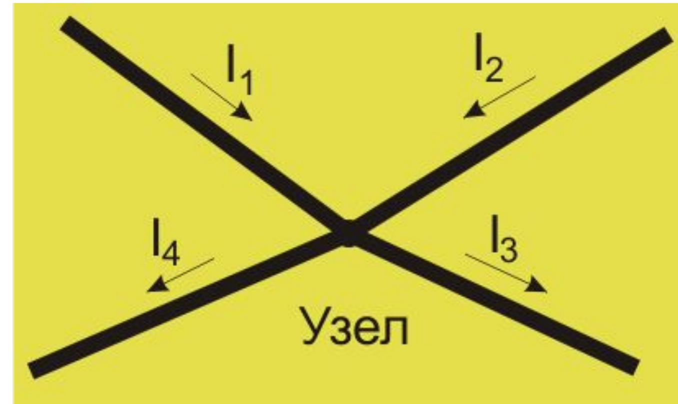
Правила Кирхгофа

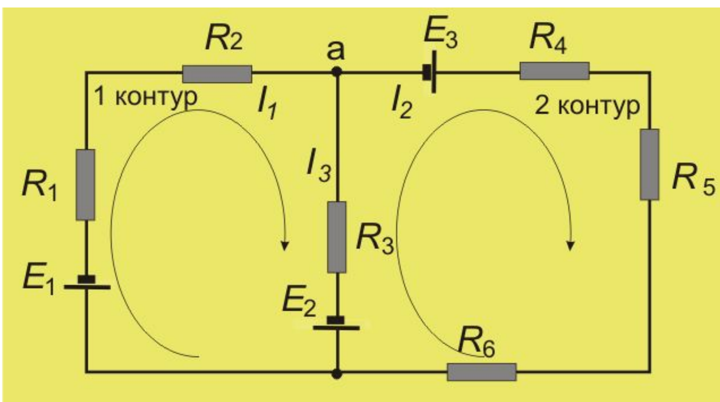


Густав Роберт Кирхгоф
1824-1887

ПЕРВОЕ ПРАВИЛО

Электрический заряд не накапливается в узле $\sum_i I_i = 0$

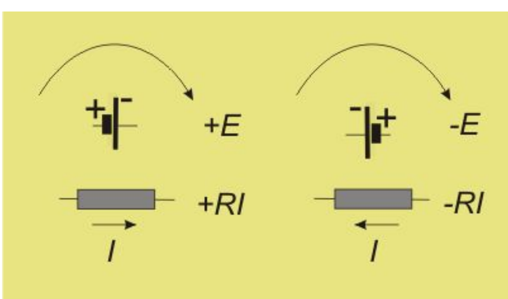




ВТОРОЕ ПРАВИЛО

Следствие обобщенного закона Ома

$$\sum_k I_k^i R_k^i = \sum_j E_j^i$$



Правило знаков

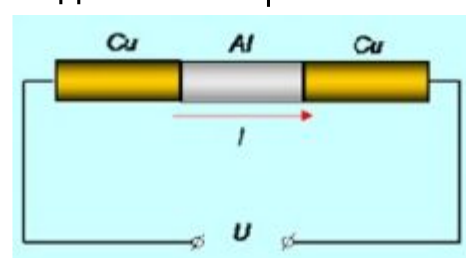
Первое правило для узла *a* и два уравнения для независимых контуров по второму правилу составляют систему из трех уравнений, позволяющих определить три тока.

Определение знака носителей в металле

Опыт К.Рикке

Карл Виктор Эдуард Рикке
1845-1915

Карл Рикке пропускал электрический ток в течении года через три прижатых друг к другу, отшлифованных цилиндра - медный, алюминиевый и снова медный. По окончании обнаружил лишь незначительные следы взаимного проникновения металлов, объяснимые обычной диффузией атомов в твёрдых телах. Точные измерения показали, что масса каждого из цилиндров осталась неизменной. Поскольку массы атомов меди и алюминия существенно отличаются друг от друга, то масса цилиндров должна была бы заметно измениться, если бы носителями заряда были ионы. Огромный заряд, который прошёл через цилиндры, был перенесён, очевидно, такими частицами, которые одинаковы и в меди, и в алюминии. Естественно было предположить, что ток в металлах осуществляют именно свободные электроны.



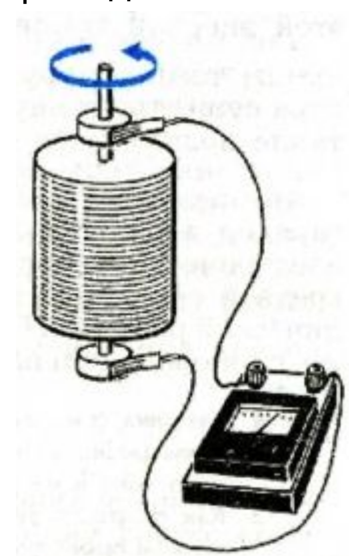
Определение знака носителей в металле

Опыт Папалекси-Мандельштама

Н. Д. Папалекси
1980-1947

Л. И. Мандельштам
1979-1944

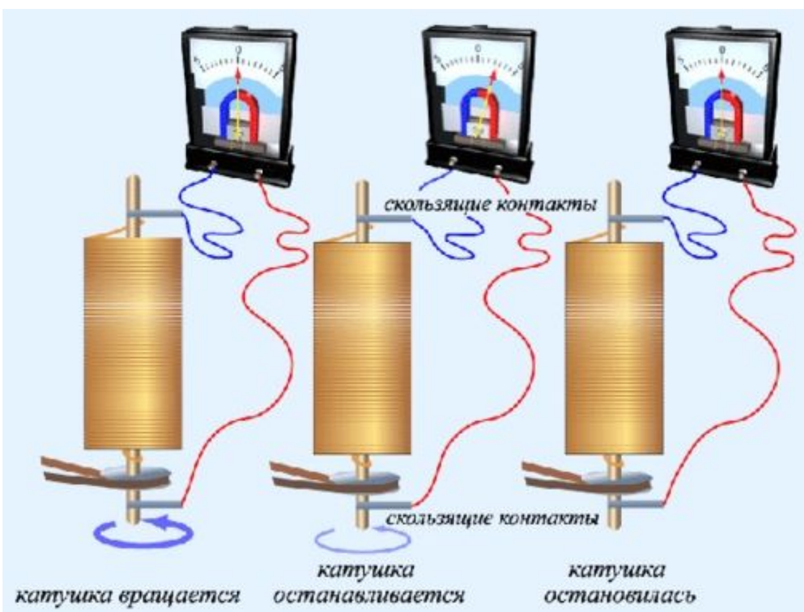
Л. И. Мандельштам и Н. Д. Папалекси в 1913 году. Раскручивали катушку с проводом сначала в одну сторону, потом останавливали и вращали в другую. Если электроны обладают массой, то, когда катушка внезапно останавливается, электроны еще некоторое время должны двигаться по инерции. Возникающие импульсы тока регистрировали с помощью телефона, подсоединенного к концам провода.



Эксперимент носил качественный характер, но обнаружил инерцию носителей и стимулировал опыт Толмена-Стюарта.

Определение знака носителей в металле

Ричард Чейз Толмен
1881-1948



Опыт Мандельштама и Папалекси в 1916 году повторили американские ученые Толмен и Стюарт.
Катушка с большим числом витков тонкой проволоки (500 м)приводили в быстрое вращение вокруг своей оси. Концы катушки с помощью гибких проводов присоединили к чувствительному баллистическому гальванометру. Раскрученная катушка резко тормозилась, в цепи возникал кратковременных ток, обусловленный инерцией носителей заряда. Полный заряд, протекающий по цепи, измерялся по отбросу стрелки гальванометра. Эксперимент позволил определить отношение $m/e = 4.58\ 10^{-9}$г/Кл, что оказалось близким к $5.66\ 10^{-9}$ г/Кл, измеренному ранее Томсоном для свободных электронов в катодных лучах.

Магнитное поле постоянных токов

Магнитное поле постоянных токов стационарно. Оно описывается уравнениями $div\boldsymbol{B} = 0$ и $rot\,\boldsymbol{H} = \boldsymbol{j}$.

Удобно ввести вспомогательную функцию, называемую *векторным потенциалом **A***, определив его следующим выражением

. $$\boldsymbol{B} = rot\boldsymbol{A}$$

Удобство заключается в том , что равенство дивергенции магнитного поля нулю $div\boldsymbol{B} = div\,(rot\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{0}$ удовлетворяется тождественно.

Магнитное поле не изменится, если к ***A*** добавить любой вектор вида $gradf$,

Поскольку $rot(grad\varphi) = 0$.

Чтобы сделать выбор ***A*** однозначным, добавим еще одно условие $div\boldsymbol{A} = 0$.

Это условие называют калибровкой Кулона, она удобна для решения стационарных задач.

Для решения нестационарных задач применяется калибровка Лоренца:

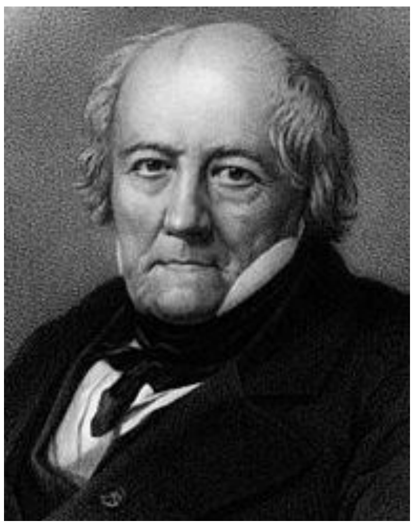
$$\Delta\boldsymbol{A} - \frac{\partial^2\boldsymbol{A}}{dt^2} = -\mu_0\boldsymbol{j}$$

Получим уравнение для ***A*** $rot\ \boldsymbol{H} = rot\left(\frac{1}{\mu_0} rot \boldsymbol{A}\right) = grad\ div \boldsymbol{A} - \Delta \boldsymbol{A} = \boldsymbol{j}$

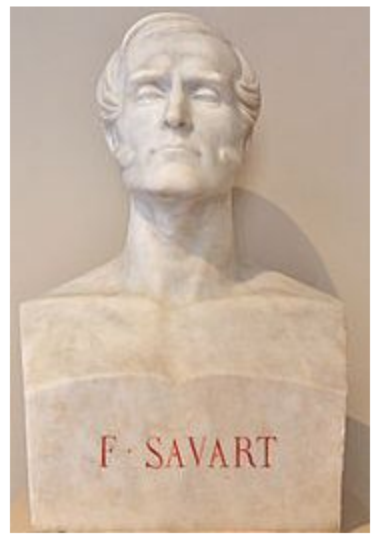
Т.е. $\Delta \boldsymbol{A} = -\mu_0 \boldsymbol{j}$

Решение этого уравнения для поля в окружающей линейный проводник среде ($\Delta \boldsymbol{A} = 0$

$$\boldsymbol{A} = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \int \frac{d\boldsymbol{l}}{r}$$ и $$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \int \frac{d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{R}}{R^3}$$ Закон Био-Савара



Жан-Батист Био
1774-1862



Феликс Савар
1791-1841

Пьер-Симон де Лаплас
1749-1827

Решение уравне*н*ия Лапласа для векторного потенциала

$\Delta \boldsymbol{A} = -\mu_0 \boldsymbol{j}$ означает $\boldsymbol{i}\Delta A_x + \boldsymbol{j}\Delta A_y + \boldsymbol{k}\Delta A_z = -\mu_0(\boldsymbol{i}j_x + \boldsymbol{j}j_y + \boldsymbol{k}j_z)$

В лекции 2 мы получили для скалярного потенциала $\varphi(r) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon}\displaystyle\int\limits_V \dfrac{\rho(r)}{r}dv$

По аналогии для скалярных компонент вектора ***A*** можем написать

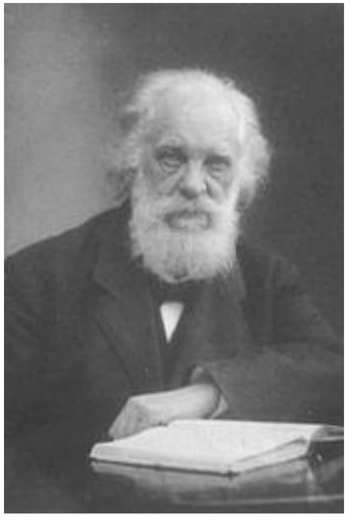
$$A_x = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_v \frac{j_x dv}{r}, \quad A_y = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_v \frac{j_y dv}{r}, \quad A_z = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_v \frac{j_z dv}{r}$$

Складывая компоненты, получим $\boldsymbol{A} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\displaystyle\int \dfrac{\boldsymbol{j}d\boldsymbol{v}}{r}$.

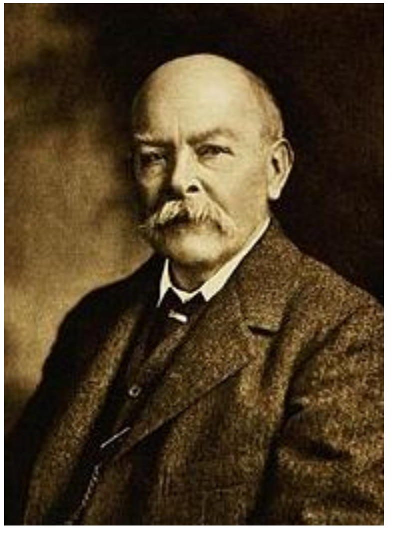
Если сечение *S* провода постоянно, то $J = jS$ и $\boldsymbol{A} = \dfrac{\mu_0 J}{4\pi}\displaystyle\int \dfrac{d\boldsymbol{l}}{r}$

Поток энергии в провод

Вектор Умова-Пойнтинга: $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}$ описывает поток электромагнитной энергии . $-div\boldsymbol{S} = \boldsymbol{jE}$ - поток энергии магнитного поля в проводник, равный джоулеву тепловыделению.



Николай Алексеевич Умов
1846-1915



Джон Генри Пойнтинг
1841-1914

Спасибо за внимание

Цепи с распределенными параметрами. Установившиеся режимы. . . . .
10.1. Линии с потерями в установившемся режиме. . . . .

10.2. Линии без потерь в установившемся режиме . . . . .