

Проект на тему: «ВЫЧИСЛЕНИЕ ИЗЛИШКА  
ПРОИЗВОДИТЕЛЯ ПРИ  
ПОМОЩИ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА»

Выполнила студентка  
группы У1412  
Мартиросян Армине

Москва 2015

## Цель работы

**Продемонстрировать, как с помощью такого математического метода, как интегральное исчисление, возможно исследовать процессы, происходящие в экономике, и тем самым доказать неразрывность математики и экономики.**

# Глоссарий

P (price) – цена данного товара, выпускаемого фирмой;

Q (quantity) – объем товара, выпускаемый производителем;

Интеграл функции – аналог суммы бесконечно большого количества бесконечно малых слагаемых;

Спрос - платежеспособная потребность покупателей в данном товаре при данной цене.

Закон спроса - закон, в соответствии с которым при увеличении цены на товар спрос на этот товар снижается при прочих неизменных *факторах*.

Предложение - способность и желание продавцов предложить определенное количество товара по данной цене.

Закон предложения - закон, в соответствии с которым при увеличении цены на товар предложение этого товара повышается при прочих неизменных *факторах*

Точка равновесия - точка пересечения кривой спроса и кривой предложения на графике спроса и предложения.

Рыночное равновесие - состояние рынка при равенстве спроса и предложения.

Равновесная цена - цена, для которой величины спроса и предложения равны..

Равновесный объем - объём спроса и предложения товара при равновесной цене.

Излишек производителя - разность между минимальной ценой, по которой производитель готов продать товар, и той ценой, которую он за него получил.

Краткосрочный период – в *микроэкономике*, – период *времени*, в течение которого увеличение объема производства возможно осуществить только за счет увеличения переменных *издержек*, и в течение которого невозможно заменить оборудование, иные *основные средства*.

## Задача.

Известно, что кривая предложения некоторого товара имеет вид  $p = 4q^3 + 2$ , а равновесие на рынке данного товара достигается при объеме продаж  $Q^* = 3$ . Определите добавочную выгоду производителя при продаже такого количества продукции.

## *План решения экономической задачи:*

- 1) вспомнить понятие и геометрический смысл определенного интеграла;
- 2) построить кривую предложения ;
- 3) определить излишек производителя на графике, используя знания в области экономики;
- 4) рассчитать по формуле Ньютона-Лейбница площадь криволинейной трапеции, которая представляет собой минимальную сумму денег, за которую фирма могла бы продать определенное количество продукции без убытков в краткосрочном периоде;
- 5) Рассчитать площадь прямоугольника, который представляет собой выручку от продажи определенного количества продукции;
- 6) Вычесть из площади прямоугольника ( выручка ) площадь криволинейной трапеции (минимальная сумма денег) и тем самым определить излишек производителя.

# Определенный интеграл

$$\int_a^b f(x) dx$$

где:

$\int$  — знак интеграла;

$a$  и  $b$  — соответственно нижний и верхний пределы интегрирования;

$x$  — переменная интегрирования;

$f(x)dx$  — подынтегральное выражение;

$f(x)$  — подынтегральная функция.

# Геометрический смысл определенного интеграла

Если  $f(x)$  непрерывна и положительна на  $[a, b]$ , то интеграл

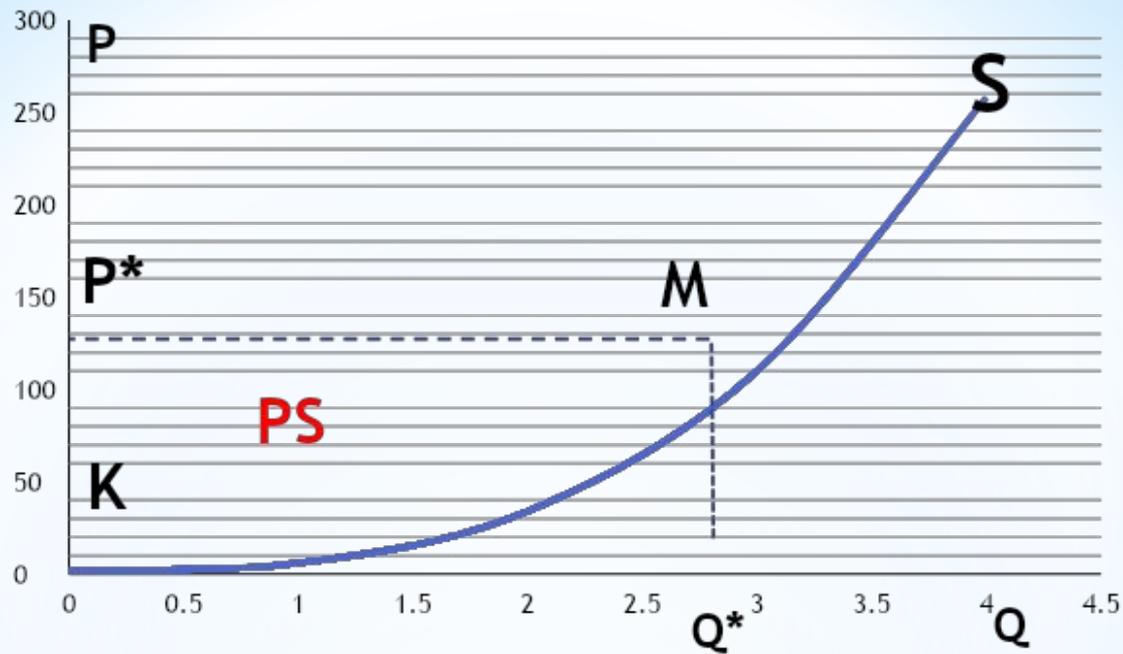
$$\int_a^b f(x) dx$$

представляет собой площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями  $y = 0$ ,  $x = a$ ,  $x = b$ ,  $y = f(x)$



## Излишек производителя

Представляет собой разницу между той денежной суммой, за которую он был бы готов продать  $Q^*$  единиц товара, и той суммой, которую он реально получает при продаже этого количества товара



где

- на оси абсцисс представлен объем производства ( $Q$ );
- на оси ординат - цена за единицу товара;
- $S$  - кривая предложения;
- $P^*$  - равновесная цена;
- $Q^*$  - равновесный объем ;
- $PS$  - излишек производства.

Площадь прямоугольника  $P^*OQ^*M$  представляет выручку от продажи  $Q^*$  единиц продукции, площадь трапеции  $OKMQ^*$  соответствует минимальной сумме денег, за которую фирма могла бы продать  $Q^*$  единиц продукции без убытков в краткосрочном периоде



Излишек производителя - площадь треугольника  $P^*KM$ . Этот треугольник ограничен осью цен, прямой, параллельной оси абсцисс, проходящей через точку рыночного равновесия, и кривой предложения. Чтобы найти площадь треугольника  $P^*KM$ , необходимо :

$$S_{P^*KM} = S_{P^*OQ^*M} - S_{KOQ^*M}$$

$$S_{P^*OQ^*M} = P^* Q^*$$

$P^*$  - равновесное значение цены

Для его нахождения необходимо найти значение функции ( $p=4q^3+2$ ) от данного значения аргумента ( $Q^*=3$ ):

$$P^* = f(Q^*) = f(3) = 4 \cdot 3^3 + 2 = 110$$

Осталось найти площадь криволинейной трапеции  $KOQ^*M$   
Площадь криволинейной трапеции, ограниченной сверху графиком функции

$y=f(x)$ , снизу – осью  $Ox$ , слева и справа прямыми  $x=a$ ,  $x=b$ , находят по формуле Ньютона-Лейбница (ф. Н-Л):

$$S = \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a). \quad (\text{ф. Н-Л})$$

Таким образом, мы можем записать общую формулу для нахождения излишка производителя:

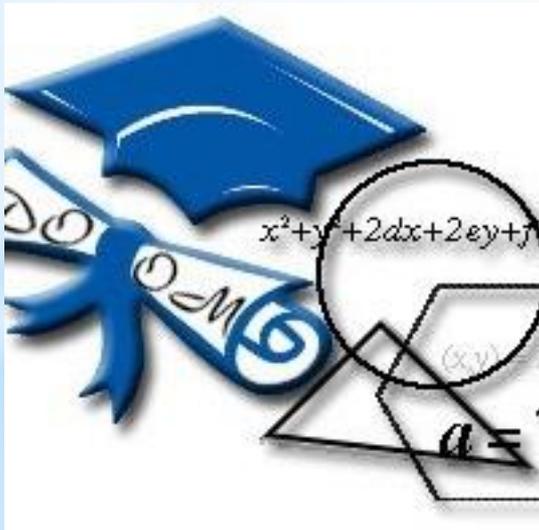
$$PS = P * Q * - \int_0^{Q^*} P(Q) dQ.$$

Подставим в данную формулу известные нам условия задачи:  
Интеграл определен на промежутке от 0 до 3

$$PS = 3 * 300 - \int_0^3 (4q^3 + 2) dq =$$
$$330 - (q^4 + 2q) \Big|_0^3 = 330 - 81 - 6 = 243$$

## Заключение

*Проделав данную работу я убедилась в том, что математические методы незаменимы при решении экономических задач, что свидетельствует о неразрывной связи между математикой и экономикой.*



*Спасибо за внимание!*

