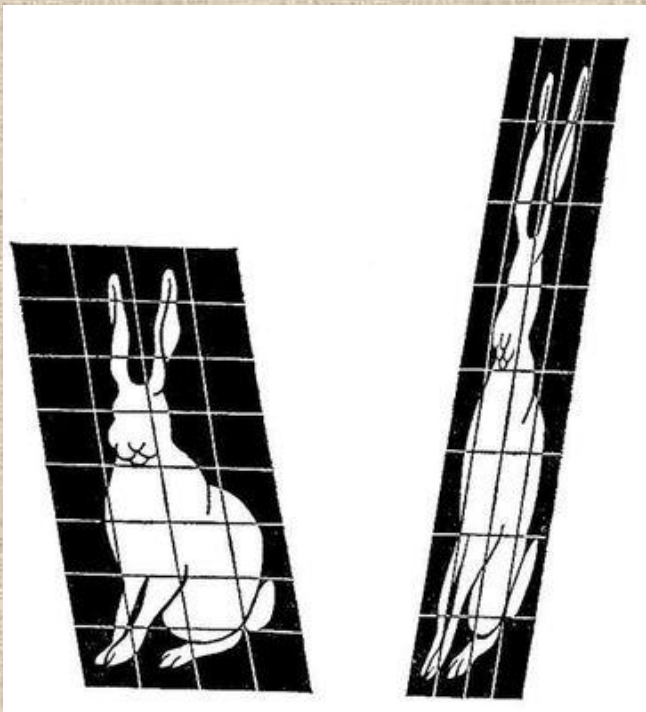

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ТРЕХМЕРНОГО ПРОСТРАНСТВА



Будак Владимир Павлович,
Национальный исследовательский
университет «МЭИ»
кафедра светотехники

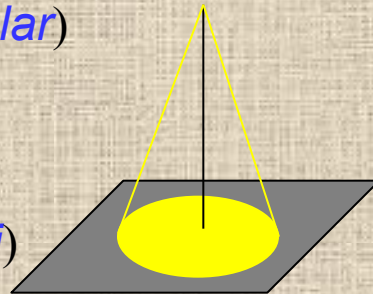
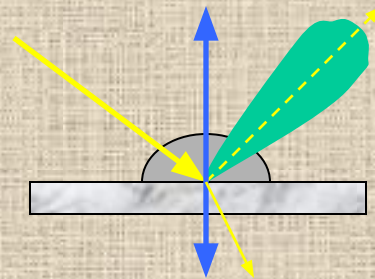
☐: +7 (095) 763-5239

BudakVP@mpei.ru

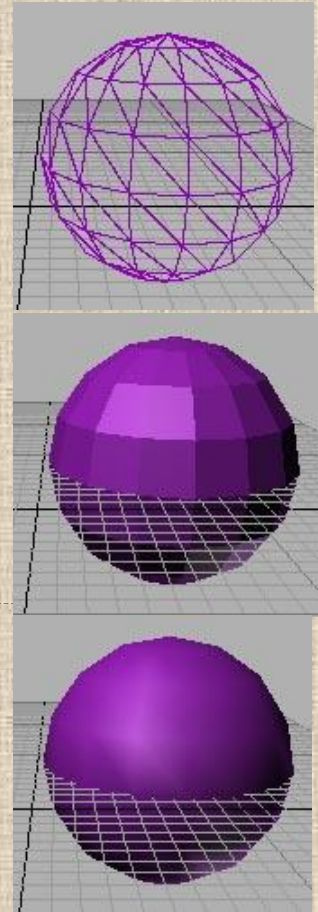


Представление трехмерных сцен

- Произвольный объект задается сеткой (*Mesh*)
- Сетка состоит граней (*Face*), ребер (*Edge*), вершин (*Vertex*)
- Затенения
- Грань - параметры материала:
 - Диффузное - ламбертовское отражение (*Diffuse*)
 - Зеркальное (*Specular*)
- Освещение:
 - Прожектор (*Spot*)
 - Изотропный (*Omni*)
- Закрашивание: Gouraud и Phong
- Подсветка - *Ambient*
- Текстуры



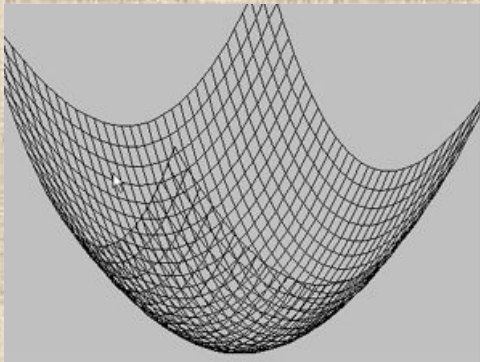
$$L_Q = tL_A + (1-t)L_B, \quad t = \frac{AQ}{AB}$$



*T&L – Transfer & Lighting – Освещение и преобразование:
OpenGL и Direct3D*

Проекция

Представление объектов

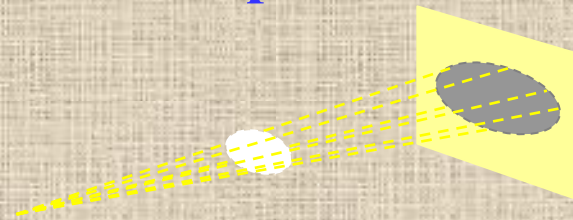


- Создание сетки - 3М геометрия в памяти компьютера
- 3М мир нельзя непосредственно отобразить на плоском экране - проекция на плоскость
- Планарная геометрическая проекция - проецирующие лучи проходят через каждую точку объекта на плоскость проекции:

Параллельная проекция



Центральная (перспективная) проекция



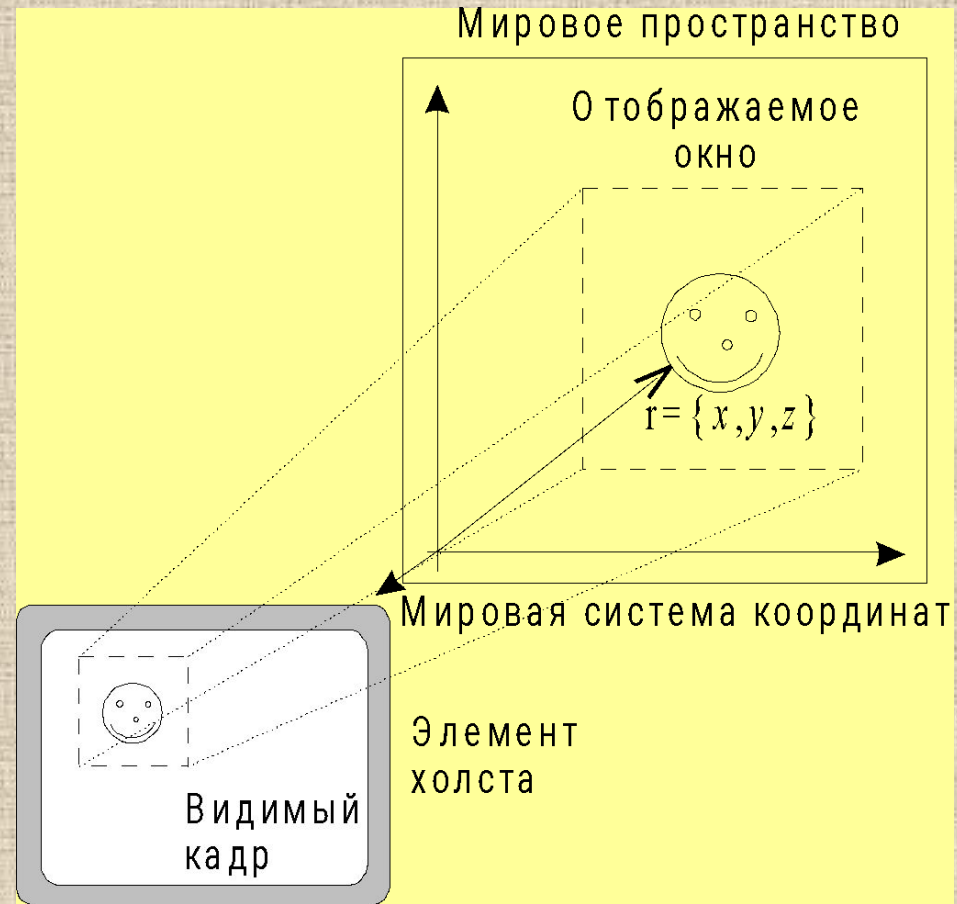
Соответствие точек одной области пространства другой – отображение: $\mathbf{r}' = F(\mathbf{r})$

Начертательная и аналитическая геометрия (Monge Gaspard и Plucker Julius) – сращивание формул и построений геометрии

Отображаемое пространство

Отношение высоты прямоугольной области к ширине у окна или кадра носит название отношение подобия. Если оно одинаково у окна и у кадра, то изображение в кадре без искажений.

- **Панорамирование (Pan)** – перемещение окна по мировому пространству – кадр не изменяется, но в нем все время отображаются различные участки изображения;
- **Масштабирование (Zooming – наезд/отъезд камеры в кино)** – изменение соотношения элементов длины окна и кадра.



Выделение в Мировом пространстве отображаемого окна называется отсечением - cutting

Отображение

Правило \mathbf{F} , по которому точке \mathbf{r} пространства P соответствует точка \mathbf{r}' пространства Q :

$$\mathbf{F}: P \rightarrow Q, \mathbf{r}' = \mathbf{F}(\mathbf{r})$$

Точки плоскости P называются прообразами, а точки Q – их образами.

Если каждой точке Q соответствует только одна точка P , то отображение называется взаимно однозначным - можно построить обратное преобразование:

$$\mathbf{F}^{-1}: Q \rightarrow P, \mathbf{r} = \mathbf{F}^{-1}(\mathbf{r}')$$

Пусть даны два отображения $\mathbf{F}: P \rightarrow Q$ и $\mathbf{G}: Q \rightarrow R$, отображение $\mathbf{H}: P \rightarrow R$ как результат последовательного выполнения отображений - произведение отображений.

Если пространство отображается само в себя, то такое отображение называется преобразованием.

Преобразования, при которых не изменяется расстояние между двумя точками области

$$|F(\mathbf{r}_1) - F(\mathbf{r}_2)| = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 \in P$$

называются ортогональными.

Проецирование – отображение 3М мира на плоскость экрана

Элементарные типы ортогональных преобразований

Смещение (параллельный перенос) на вектор $\Delta \mathbf{r} = \{\Delta x, \Delta y, \Delta z\}$

$$\begin{cases} x' = x + \Delta x, \\ y' = y + \Delta y, \\ z' = z + \Delta z, \end{cases} \text{ или } \mathbf{r}' = \mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}$$

Поворот на угол ϕ вокруг оси OZ

$$\begin{cases} x' = x \cos \phi - y \sin \phi, \\ y' = x \sin \phi + y \cos \phi, \\ z' = z, \end{cases} \quad \mathbf{r}' = \mathbf{R} \mathbf{r}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Отражение относительно координатной плоскости XOZ

$$\begin{cases} x' = x, \\ y' = -y, \\ z' = z, \end{cases} \quad \mathbf{r}' = \mathbf{U} \mathbf{r}, \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Произвольное ортогональное преобразование можно представить в виде произведения указанных элементарных преобразований.

Аффинное преобразование

Общий вид ортогонального преобразования

$$\begin{cases} x' = a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + \Delta_1, \\ y' = a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + \Delta_2, \\ z' = a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z + \Delta_3, \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \pm 1 \quad \longrightarrow \quad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \neq 0 \quad - \text{ аффинное преобразование}$$

Масштабирование - растяжение или сжатие:

$$\begin{cases} x' = s_x x, \\ y' = s_y y, \\ z' = s_z z, \end{cases} \quad \text{где } \mathbf{S}r, \quad s\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & s_z \end{bmatrix}$$

Отрезок прямой линии переходит в отрезок прямой, параллельные линии в параллельные, а пересекающиеся в пересекающиеся

Однородные координаты

Описание серии преобразований сильно упрощаются при использовании однородных координат:

$$\mathbf{R} = \{h \cdot x, h \cdot y, h \cdot z, h\}$$

- каждой точке пространства ставится в соответствие четверка чисел где x, y, z – декартовы координаты точки, а h – масштабный множитель.

При $h=1$ однородные координаты нормализованы.

В случае представления точек пространства однородными координатами все преобразования описываются произведением соответствующих матриц:

$$\mathbf{R} = \mathbf{T}\mathbf{R}'$$

Смещение

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \Delta x & \Delta y & \Delta z & 1 \end{bmatrix}$$

Единый язык описания аффинных преобразований

Virtual Reality Toolbox

- Создание трехмерных сцен, используя технологию **Virtual Reality Modeling Language (VRML)**
- Создание динамических сцен в **MATLAB** и **Simulink**
- Создание анимаций трехмерных сцен под управлением из **Simulink**
- Управление - изменение позиции и свойств объектов 3М виртуального мира

Для эффективного создания и управления 3М виртуальными мирами пакет включает:

- **VRML viewer** – средство просмотра 3М миров
- **VRML editor** – средство создания 3М миров

Virtual Reality Modeling Language (VRML) есть стандартный язык **ISO**, имеющий открытый, основанный на текстовом представлении формат представления 3М миров, ориентированный на использование **WWW: ISO/IEC 14772-1:1997**, размещен на сайте <http://www.web3d.org>.

*Преобразовать *.3ds или другой формат можно, используя Import-Export программы 3D Studio MAX*

Команды виртуального мира

```
myworld = vrworld('boxcone.wrl');  
    - создание ссылочной переменной  
open(myworld); - открытие объекта  
view(myworld) - вызов просмотрщика  
close(myworld); - закрытие  
delete(myworld); - уничтожение объекта
```

Взаимодействие с виртуальным миром:

```
nodes(myworld); - список vrnode объектов  
mynodes = get(myworld, 'Nodes')  
    - объект узлов виртуального мира  
fields(myworld.Cone)  
myworld.Cone.translation = [50 40 6]  
    - изменение поля с отображением
```