

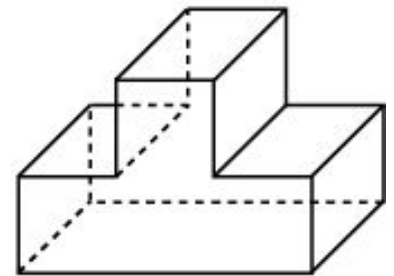
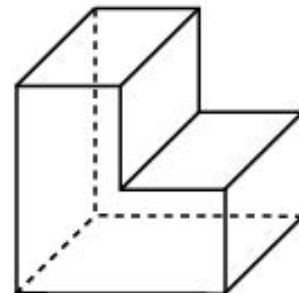
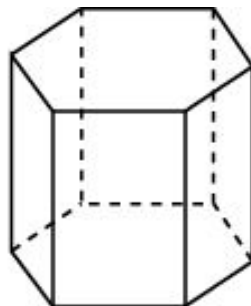
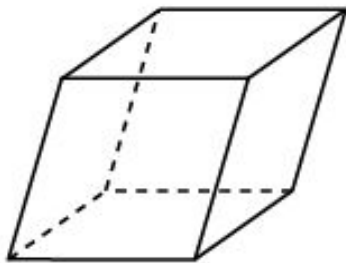
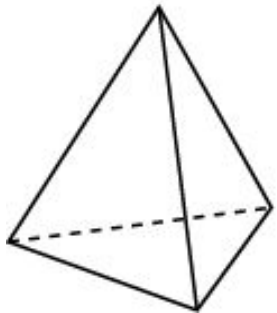
# МНОГОГРАННИКИ

**Многогранником** называется тело, поверхность которого состоит из конечного числа многоугольников, называемых **гранями** многогранника. Стороны и вершины этих многоугольников называются соответственно **ребрами** и **вершинами** многогранника.

Отрезки, соединяющие вершины многогранника, не принадлежащие одной грани, называются **диагоналями** многогранника.

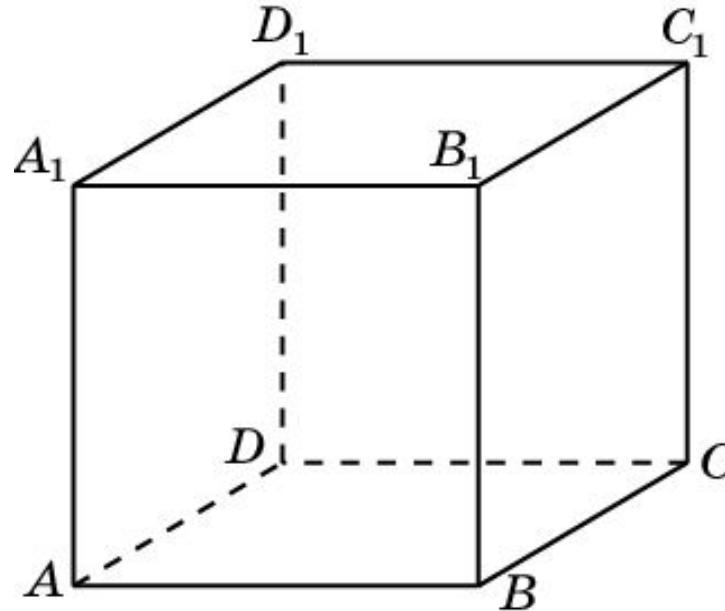
Многогранник называется **выпуклым**, если вместе с любыми двумя своими точками он содержит и соединяющий их отрезок.

На рисунках приведены примеры выпуклых и невыпуклых многогранников



# КУБ

**Кубом** называется многогранник, поверхность которого состоит из шести квадратов.

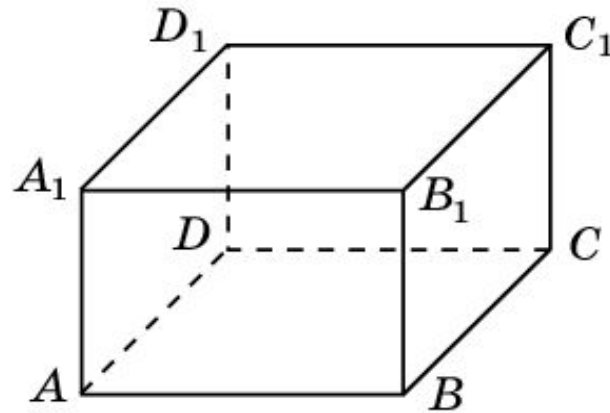
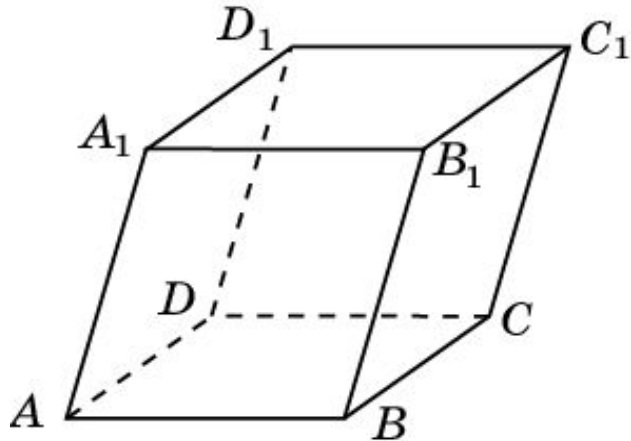


Обычно куб изображается так, как показано на рисунке. А именно, рисуется квадрат  $ABB_1A_1$ , изображающий одну из граней куба, и равный ему квадрат  $DCC_1D_1$ , стороны которого параллельны соответствующим сторонам квадрата  $ABB_1A_1$ . Соответствующие вершины этих квадратов соединяются отрезками. Некоторые из полученных отрезков, изображающих невидимые ребра куба, проводятся пунктиром.

# ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

**Параллелепипедом** называется многогранник, поверхность которого состоит из шести параллелограммов.

**Прямоугольным параллелепипедом** называется параллелепипед, грани которого – прямоугольники.

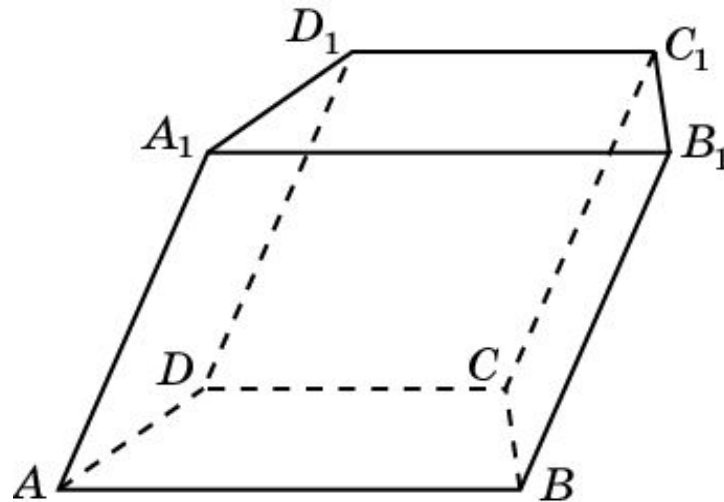


Обычно параллелепипед изображается так, как показано на рисунке. А именно, рисуется параллелограмм  $ABB_1A_1$ , изображающий одну из граней параллелепипеда, и равный ему параллелограмм  $DCC_1D_1$ , стороны которого параллельны соответствующим сторонам параллелограмма  $ABB_1A_1$ . Соответствующие вершины этих параллелограммов соединяются отрезками. Некоторые из полученных отрезков, изображающих невидимые ребра куба, проводятся пунктиром. В случае прямоугольного параллелепипеда вместо параллелограммов, изображающих две грани, рисуются равные прямоугольники.

# ПРИЗМА

**Призмой** называется многогранник, поверхность которого состоит из двух равных многоугольников, называемых основаниями призмы, и параллелограммов, имеющих общие стороны с каждым из оснований и называемых боковыми гранями призмы. Стороны боковых граней называются боковыми ребрами призмы.

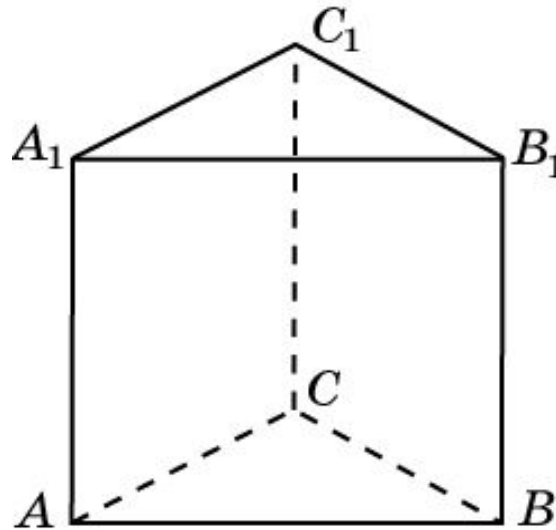
Призма называется ***n*-угольной**, если ее основаниями являются *n*-угольники.



На рисунке изображена четырехугольная призма.  $ABCD$  и  $A_1B_1C_1D_1$  – равные четырехугольники с соответственно параллельными сторонами. Соответствующие вершины этих четырехугольников соединены отрезками. Некоторые из полученных отрезков, изображающих невидимые ребра призмы, проведены пунктиром.

# ПРЯМАЯ ПРИЗМА

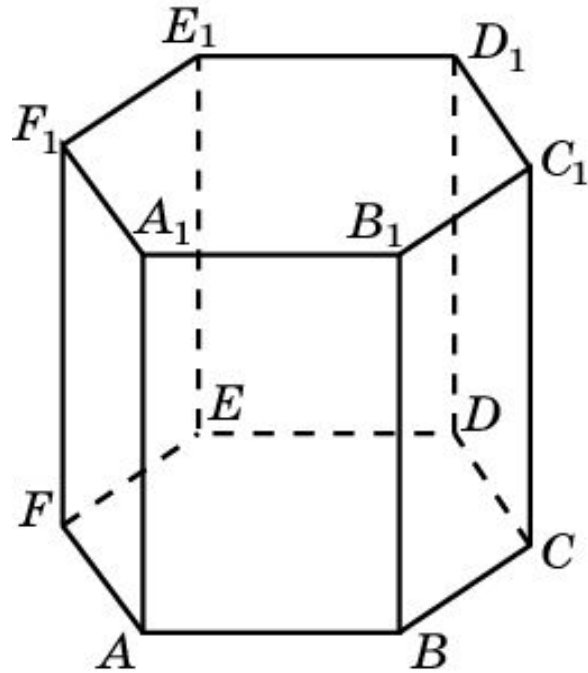
Призма называется **прямой**, если её боковые грани – прямоугольники.



На рисунке изображена прямая треугольная призма,  $ABB_1A_1$  – прямоугольник.

# ПРАВИЛЬНАЯ ПРИЗМА

Прямая призма называется **правильной**, если её основания – правильные многоугольники.

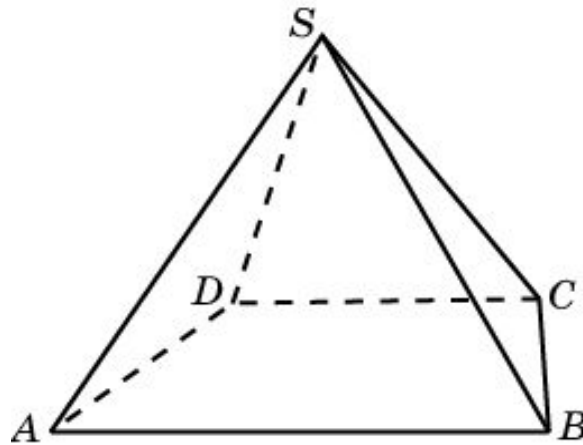


На рисунке изображена правильная шестиугольная призма. Ее основания изображаются шестиугольниками, противоположные стороны которых равны и параллельны. Боковые грани  $ABB_1A_1$  и  $DEE_1D_1$  изображаются прямоугольниками.

# ПИРАМИДА

**Пирамидой** называется многогранник, поверхность которого состоит из многоугольника, называемого основанием пирамиды, и треугольников с общей вершиной, называемых боковыми гранями пирамиды. Стороны боковых граней называются боковыми ребрами пирамиды. Общая вершина боковых граней называется вершиной пирамиды

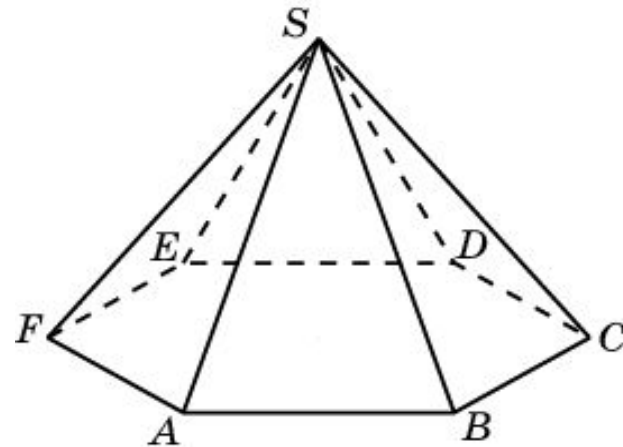
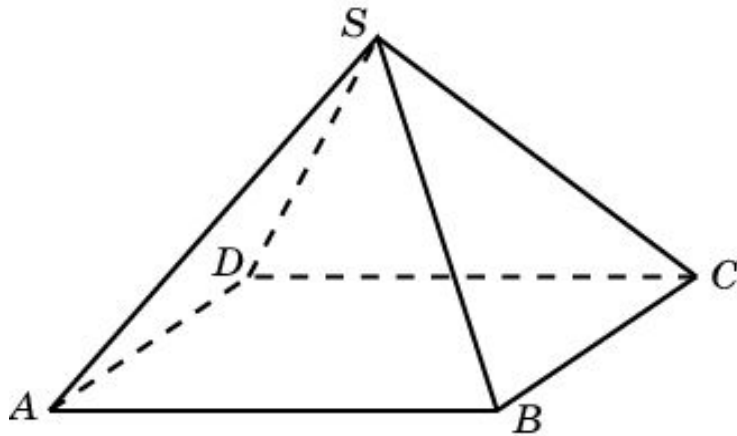
Пирамида называется  **$n$ -угольной**, если ее основанием является  $n$ -угольник.



На рисунке изображена четырехугольная пирамида. Четырехугольник  $ABCD$  – основание,  $S$  – вершина пирамиды.

# ПРАВИЛЬНАЯ ПИРАМИДА

Пирамида называется **правильной**, если её основание — правильный многоугольник и все боковые ребра равны.

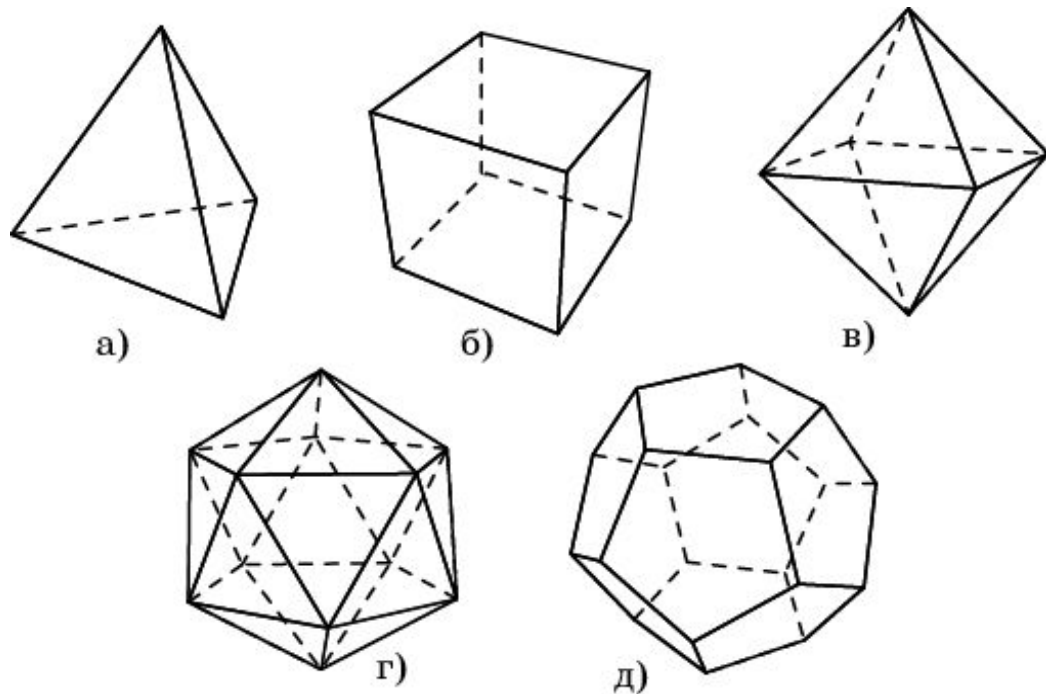


На рисунках изображены правильная четырехугольная и правильная шестиугольная пирамиды. Их основания изображаются соответственно параллелограммом и шестиугольником, противоположные стороны которого равны и параллельны.



# ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ

Правильные многогранники были известны еще в древней Греции. Пифагор и его ученики считали, что все состоит из атомов, имеющих форму правильных многогранников. В частности, атомы огня имеют форму тетраэдра (его гранями являются четыре правильных треугольника (рис. а); земли - гексаэдра (куб – многогранник, гранями которого являются шесть квадратов, рис. б); воздуха – октаэдра (его гранями являются восемь правильных треугольников, рис. в); воды – икосаэдра (его гранями являются двадцать правильных треугольников, рис. г); вся Вселенная, по мнению древних, имела форму додекаэдра (его гранями являются двенадцать правильных пятиугольников, рис. д).



Названия многогранников тоже имеют древнегреческое происхождение. В переводе с греческого: "Тетра" - четыре; "Гекса" - шесть; "Окто" - восемь; "Икоси" - двадцать, "Додека" - двенадцать. "Эдра" - грань.

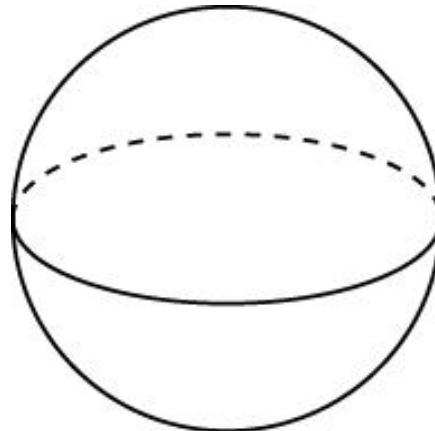
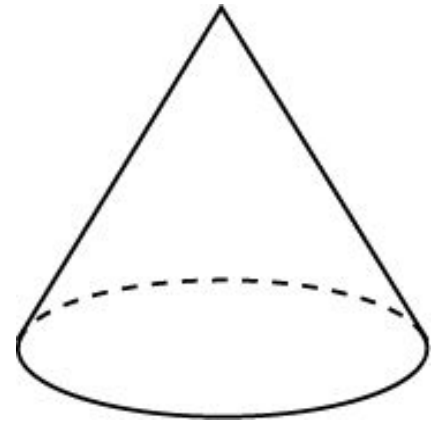
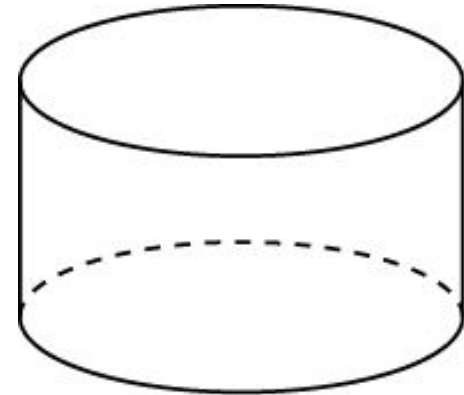
# КРУГЛЫЕ ТЕЛА

Примерами пространственных фигур являются также знакомые вам:

**цилиндр**, поверхность которого состоит из кругов - **оснований цилиндра** и свернутого прямоугольника - **боковой поверхности**;

**конус**, поверхность которого состоит из круга - **основания конуса** и свернутого кругового сектора - **боковой поверхности конуса**;

**шар и сфера**.



## Упражнение 1

Существует ли призма, которая имеет:

а) 4 ребра?

Ответ: Нет.

б) 6 рёбер?

Ответ: Нет.

в) 12 рёбер?

Ответ: Да.

г) 21 ребро?

Ответ: Да.

## Упражнение 2

Какой многоугольник лежит в основании призмы,  
которая имеет:

а) 18 рёбер?

**Ответ:** Шестиугольник.

б) 24 вершины?

**Ответ:** Двенадцатиугольник.

в) 36 граней?

**Ответ:** Тридцатичетырёхугольник.

## Упражнение 3

Существует ли пирамида, которая имеет:

а) 10 ребер?

Ответ: Да.

б) 6 рёбер?

Ответ: Да.

в) 24 ребра?

Ответ: Да.

г) 33 ребра?

Ответ: Нет.

## Упражнение 4

Какой многоугольник лежит в основании пирамиды,  
которая имеет:

а) 8 рёбер?

Ответ: 4-угольник.

б) 22 вершины?

Ответ: 21-угольник.

в) 60 граней?

Ответ: 59-угольник.

## Упражнение 5

Сколько диагоналей у:

а) куба?

Ответ: 4.

б) тетраэдра?

Ответ: 0.

в) параллелепипеда?

Ответ: 4.

г) пятиугольной призмы?

Ответ: 10.

д) шестиугольной пирамиды?

Ответ: 0.

е) октаэдра?

Ответ: 3.

## Упражнение 6

У многогранника шесть вершин и в каждой из них сходится четыре ребра. Сколько у него рёбер?

Ответ:  $\frac{6 \cdot 4}{2} = 12.$



## Упражнение 7

У многогранника двенадцать граней и все они пятиугольные. Сколько у него рёбер?

Ответ:  $\frac{12 \cdot 5}{2} = 30.$

## Упражнение 8

Сколько рёбер может сходиться в вершине многогранника?

**Ответ:** Любое число, не меньшее 3.

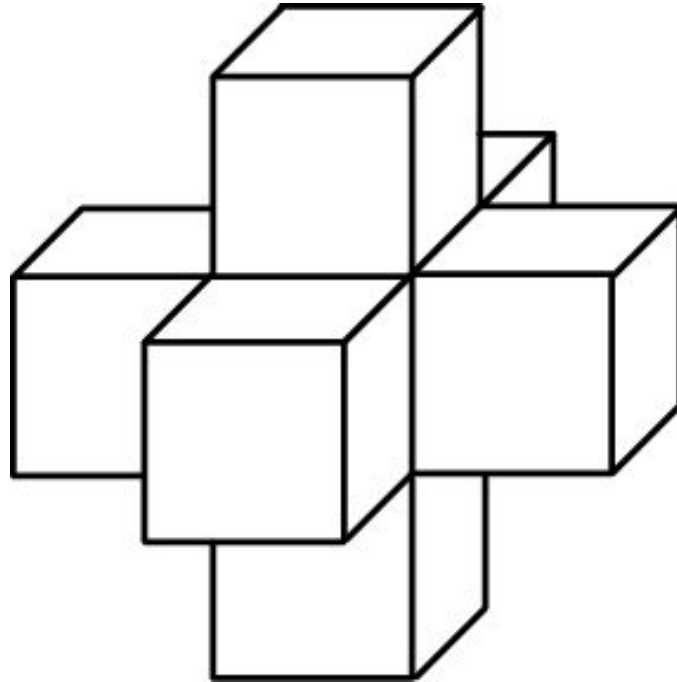
## Упражнение 9

Найдите сумму всех плоских углов: а) параллелепипеда; б) тетраэдра; в) четырёхугольной пирамиды.

**Ответ:** а)  $2160^\circ$ ; б)  $720^\circ$ ; в)  $1080^\circ$ .

## Упражнение 10

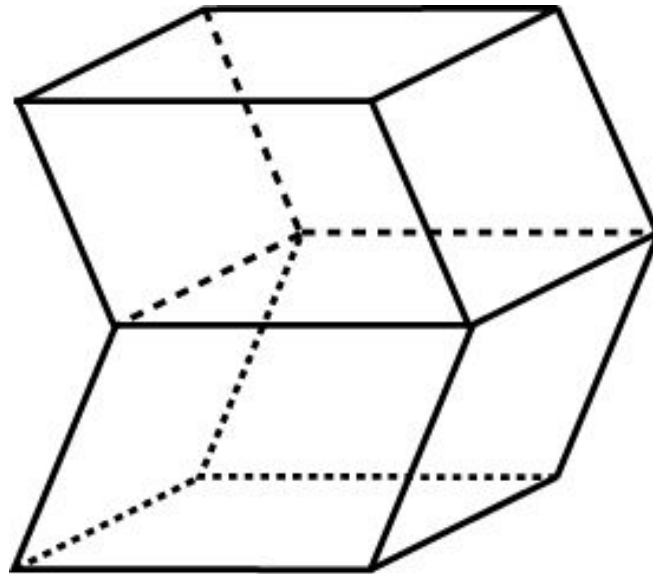
Существуют ли многогранники, отличные от куба, все грани которых – квадраты?



**Ответ:** Да, например, пространственный крест.

## Упражнение 11

Существуют ли многогранники, отличные от параллелепипеда, все грани которых – параллелограммы?



Ответ: Да.

## Упражнение 12

Существуют ли многогранник, у которого:

а) 5 ребер?

Нет.

б) 6 ребер?

Да, тетраэдр.

в) 7 ребер?

Нет.

г) 8 ребер?

Да, четырехугольная пирамида.

д) 9 ребер?

Да, треугольная призма.

е) 10 ребер?

Да, пятиугольная пирамида.

ж)\* 11 ребер?

Да, пример такого многогранника изображен на рисунке.

