

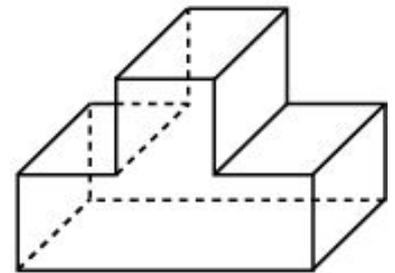
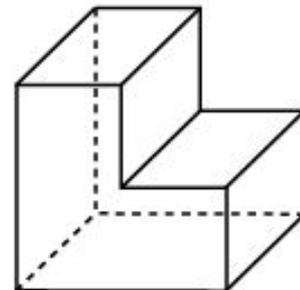
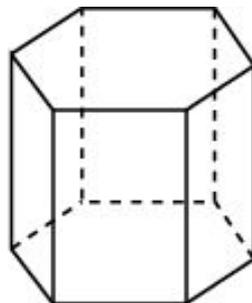
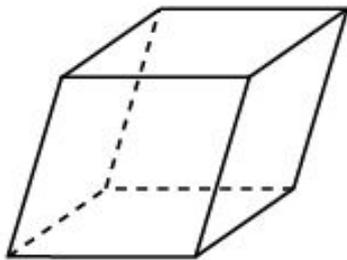
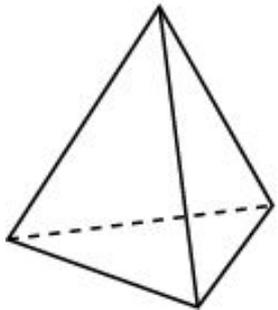
МНОГОГРАННИКИ

Многогранником называется тело, поверхность которого состоит из конечного числа многоугольников, называемых **гранями** многогранника. Стороны и вершины этих многоугольников называются соответственно **ребрами** и **вершинами** многогранника.

Отрезки, соединяющие вершины многогранника, не принадлежащие одной грани, называются **диагоналями** многогранника.

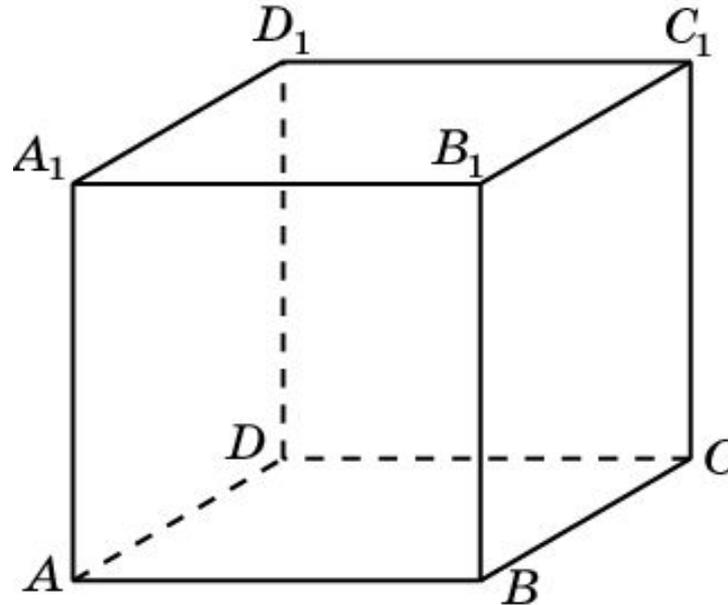
Многогранник называется **выпуклым**, если вместе с любыми двумя своими точками он содержит и соединяющий их отрезок.

На рисунках приведены примеры выпуклых и невыпуклых многогранников



КУБ

Кубом называется многогранник, поверхность которого состоит из шести квадратов.

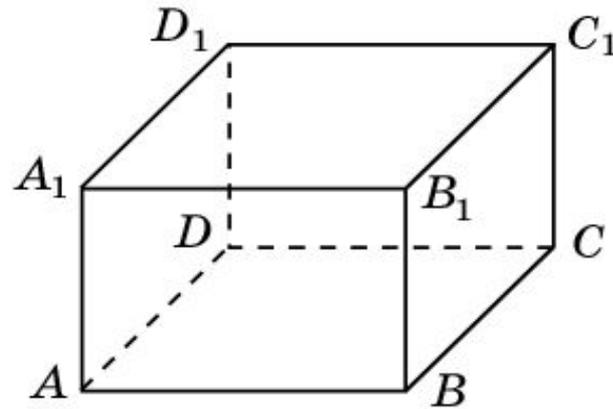
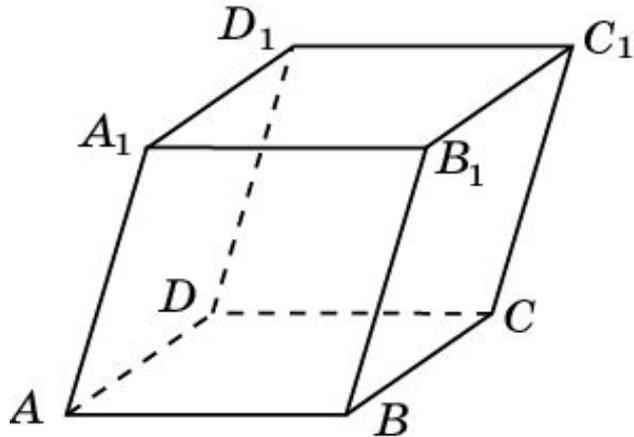


Обычно куб изображается так, как показано на рисунке. А именно, рисуется квадрат ABB_1A_1 , изображающий одну из граней куба, и равный ему квадрат DCC_1D_1 , стороны которого параллельны соответствующим сторонам квадрата ABB_1A_1 . Соответствующие вершины этих квадратов соединяются отрезками. Некоторые из полученных отрезков, изображающих невидимые ребра куба, проводятся пунктиром.

ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

Параллелепипедом называется многогранник, поверхность которого состоит из шести параллелограммов.

Прямоугольным параллелепипедом называется параллелепипед, грани которого – прямоугольники.

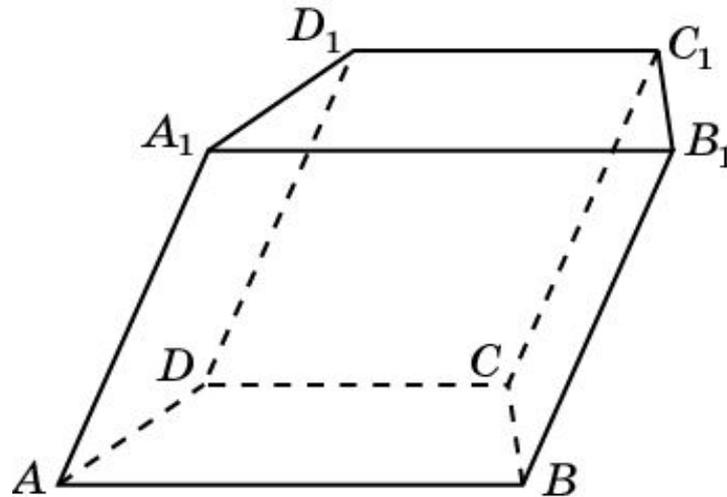


Обычно параллелепипед изображается так, как показано на рисунке. А именно, рисуется параллелограмм ABB_1A_1 , изображающий одну из граней параллелепипеда, и равный ему параллелограмм DCC_1D_1 , стороны которого параллельны соответствующим сторонам параллелограмма ABB_1A_1 . Соответствующие вершины этих параллелограммов соединяются отрезками. Некоторые из полученных отрезков, изображающих невидимые ребра куба, проводятся пунктиром. В случае прямоугольного параллелепипеда вместо параллелограммов, изображающих две грани, рисуются равные прямоугольники.

ПРИЗМА

Призмой называется многогранник, поверхность которого состоит из двух равных многоугольников, называемых основаниями призмы, и параллелограммов, имеющих общие стороны с каждым из оснований и называемых боковыми гранями призмы. Стороны боковых граней называются боковыми ребрами призмы.

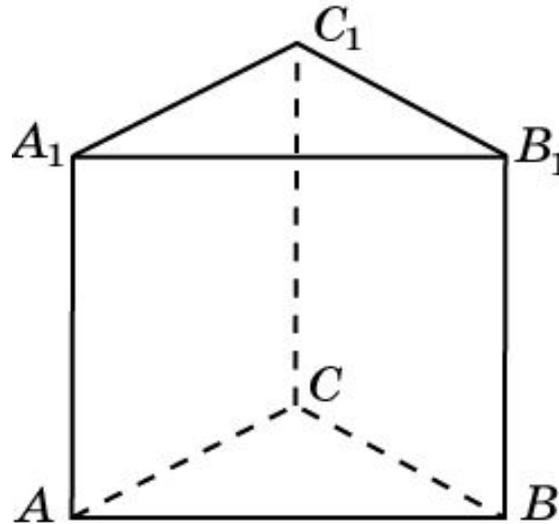
Призма называется ***n*-угольной**, если ее основаниями являются *n*-угольники.



На рисунке изображена четырехугольная призма. $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ – равные четырехугольники с соответственно параллельными сторонами. Соответствующие вершины этих четырехугольников соединены отрезками. Некоторые из полученных отрезков, изображающих невидимые ребра призмы, проведены пунктиром.

ПРЯМАЯ ПРИЗМА

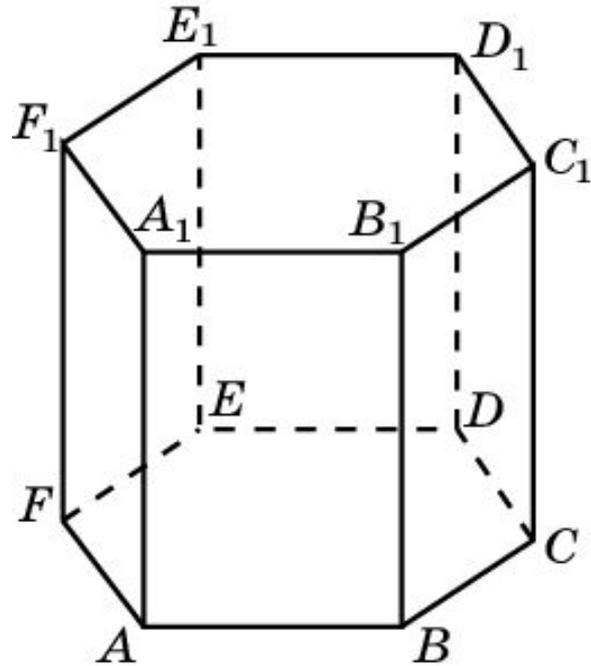
Призма называется **прямой**, если её боковые грани – прямоугольники.



На рисунке изображена прямая треугольная призма, ABB_1A_1 – прямоугольник.

ПРАВИЛЬНАЯ ПРИЗМА

Прямая призма называется **правильной**, если её основания – правильные многоугольники.

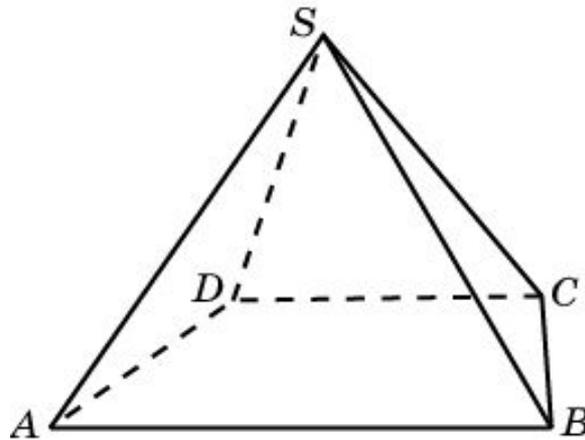


На рисунке изображена правильная шестиугольная призма. Её основания изображаются шестиугольниками, противоположные стороны которых равны и параллельны. Боковые грани ABB_1A_1 и DEE_1D_1 изображаются прямоугольниками.

ПИРАМИДА

Пирамидой называется многогранник, поверхность которого состоит из многоугольника, называемого основанием пирамиды, и треугольников с общей вершиной, называемых боковыми гранями пирамиды. Стороны боковых граней называются боковыми ребрами пирамиды. Общая вершина боковых граней называется вершиной пирамиды

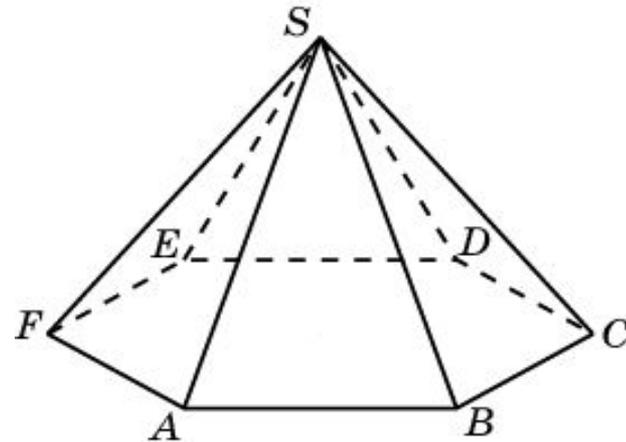
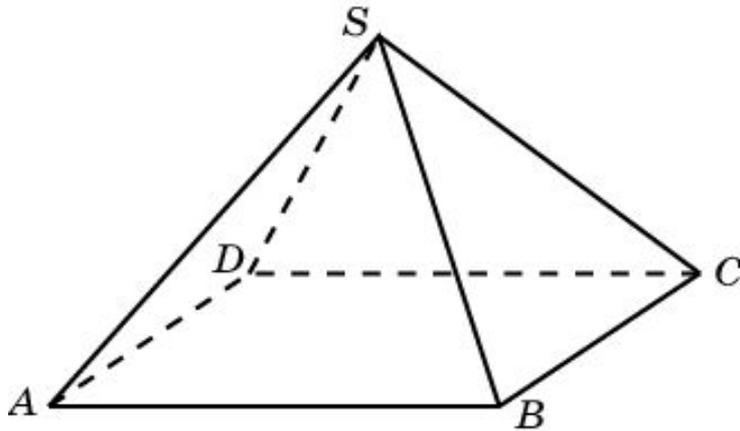
Пирамида называется **n -угольной**, если ее основанием является n -угольник.



На рисунке изображена четырехугольная пирамида. Четырехугольник $ABCD$ – основание, S – вершина пирамиды.

ПРАВИЛЬНАЯ ПИРАМИДА

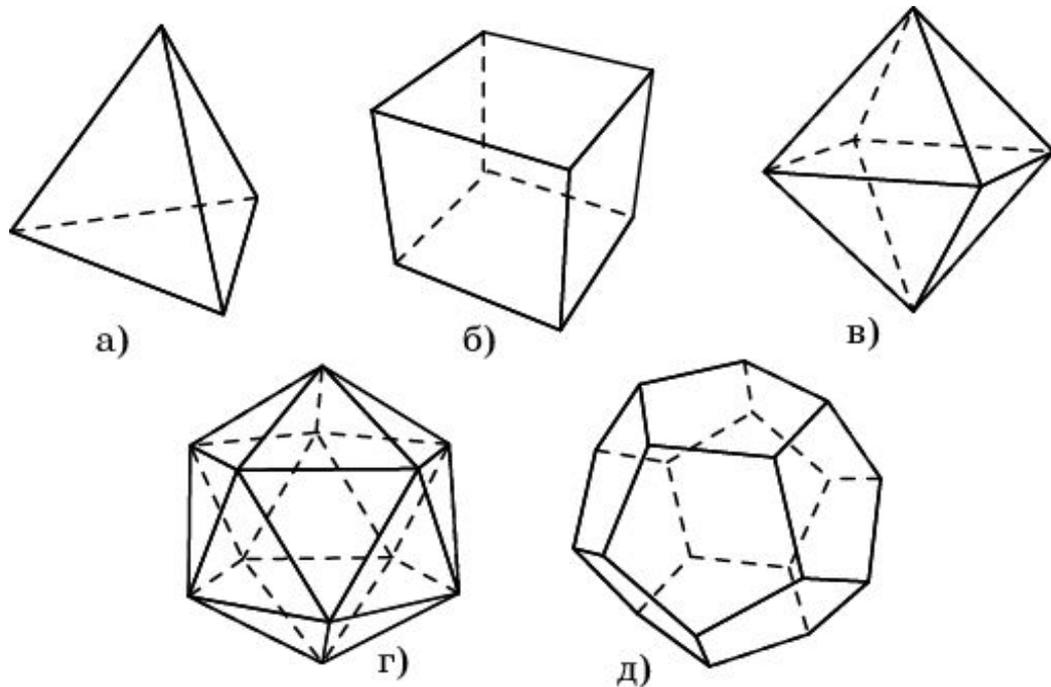
Пирамида называется **правильной**, если её основание — правильный многоугольник и все боковые ребра равны.



На рисунках изображены правильная четырехугольная и правильная шестиугольная пирамиды. Их основания изображаются соответственно параллелограммом и шестиугольником, противоположные стороны которого равны и параллельны.

ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ

Правильные многогранники были известны еще в древней Греции. Пифагор и его ученики считали, что все состоит из атомов, имеющих форму правильных многогранников. В частности, атомы огня имеют форму тетраэдра (его гранями являются четыре правильных треугольника (рис. а); земли - гексаэдра (куб – многогранник, гранями которого являются шесть квадратов, рис. б); воздуха – октаэдра (его гранями являются восемь правильных треугольников, рис. в); воды – икосаэдра (его гранями являются двадцать правильных треугольников, рис. г); вся Вселенная, по мнению древних, имела форму додекаэдра (его гранями являются двенадцать правильных пятиугольников, рис. д).



Названия многогранников тоже имеют древнегреческое происхождение. В переводе с греческого: "Тетра" - четыре; "Гекса" - шесть; "Окто" - восемь; "Икоси" - двадцать, "Додека" - двенадцать. "Эдра" - грань.

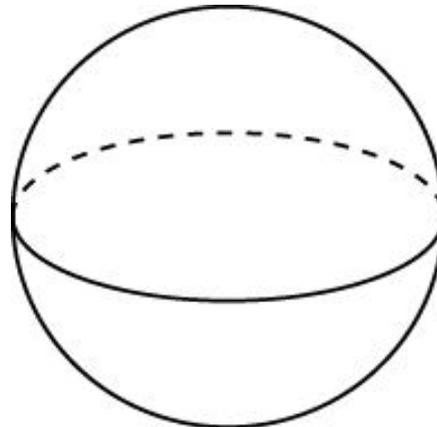
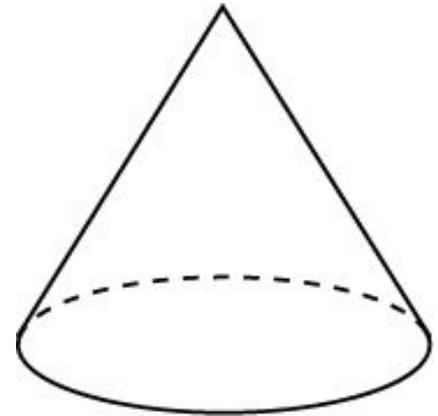
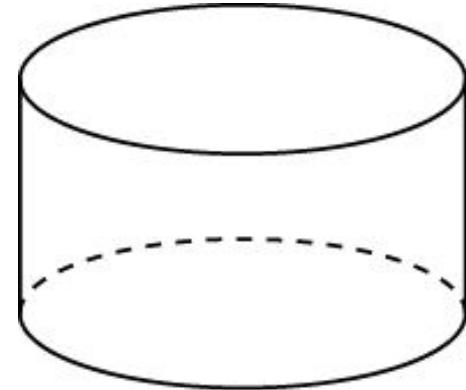
КРУГЛЫЕ ТЕЛА

Примерами пространственных фигур являются также знакомые вам:

цилиндр, поверхность которого состоит из кругов - **оснований цилиндра** и свернутого прямоугольника - **боковой поверхности**;

конус, поверхность которого состоит из круга - **основания конуса** и свернутого кругового сектора - **боковой поверхности конуса**;

шар и сфера.



Упражнение 1

Существует ли призма, которая имеет:

а) 4 ребра?

Ответ: Нет.

б) 6 рёбер?

Ответ: Нет.

в) 12 рёбер?

Ответ: Да.

г) 21 ребро?

Ответ: Да.

Упражнение 2

Какой многоугольник лежит в основании призмы,
которая имеет:

а) 18 рёбер?

Ответ: Шестиугольник.

б) 24 вершины?

Ответ: Двенадцатиугольник.

в) 36 граней?

Ответ: Тридцатичетырёхугольник.

Упражнение 3

Существует ли пирамида, которая имеет:

а) 10 ребер?

Ответ: Да.

б) 6 рёбер?

Ответ: Да.

в) 24 ребра?

Ответ: Да.

г) 33 ребра?

Ответ: Нет.

Упражнение 4

Какой многоугольник лежит в основании пирамиды,
которая имеет:

а) 8 рёбер?

Ответ: 4-угольник.

б) 22 вершины?

Ответ: 21-угольник.

в) 60 граней?

Ответ: 59-угольник.

Упражнение 5

Сколько диагоналей у:

а) куба?

Ответ: 4.

б) тетраэдра?

Ответ: 0.

в) параллелепипеда?

Ответ: 4.

г) пятиугольной призмы?

Ответ: 10.

д) шестиугольной пирамиды?

Ответ: 0.

е) октаэдра?

Ответ: 3.

Упражнение 6

У многогранника шесть вершин и в каждой из них сходится четыре ребра. Сколько у него рёбер?

Ответ: $\frac{6 \cdot 4}{2} = 12.$

Упражнение 7

У многогранника двенадцать граней и все они пятиугольные. Сколько у него рёбер?

Ответ: $\frac{12 \cdot 5}{2} = 30.$

Упражнение 8

Сколько рёбер может сходиться в вершине многогранника?

Ответ: Любое число, не меньшее 3.

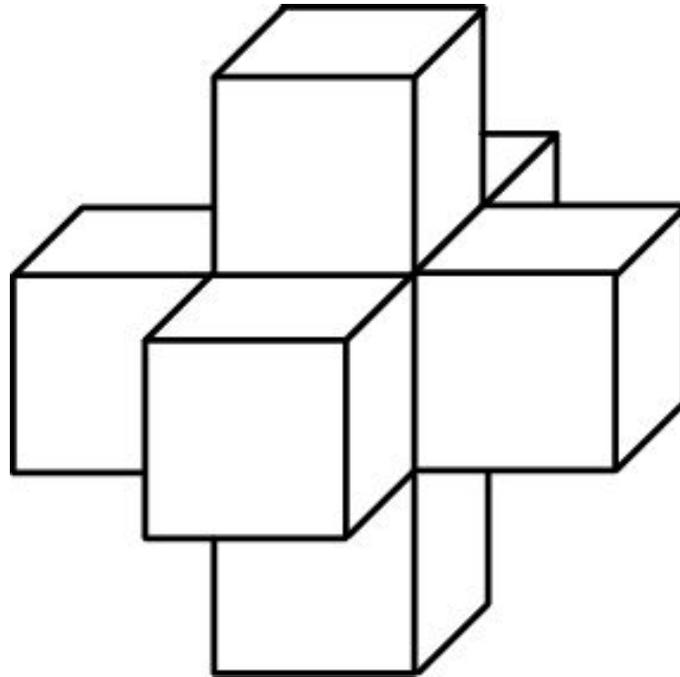
Упражнение 9

Найдите сумму всех плоских углов: а) параллелепипеда; б) тетраэдра; в) четырёхугольной пирамиды.

Ответ: а) 2160° ; б) 720° ; в) 1080° .

Упражнение 10

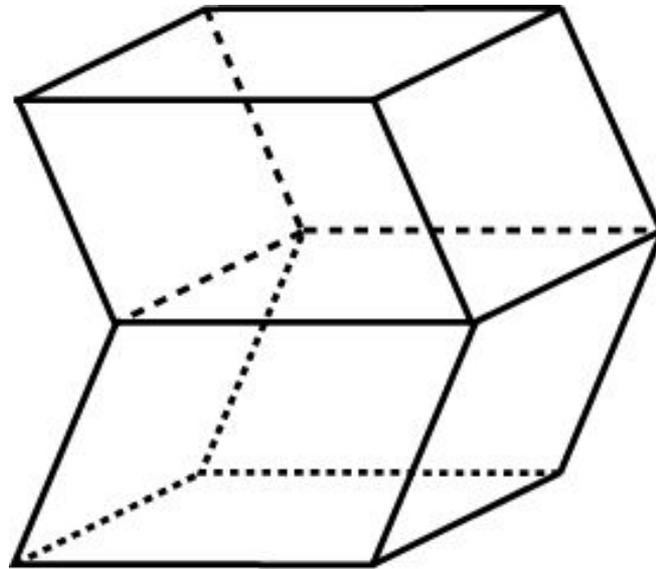
Существуют ли многогранники, отличные от куба, все грани которых – квадраты?



Ответ: Да, например, пространственный крест.

Упражнение 11

Существуют ли многогранники, отличные от параллелепипеда, все грани которых – параллелограммы?



Ответ: Да.

Упражнение 12

Существуют ли многогранник, у которого:

а) 5 ребер?

Нет.

б) 6 ребер?

Да, тетраэдр.

в) 7 ребер?

Нет.

г) 8 ребер?

Да, четырехугольная пирамида.

д) 9 ребер?

Да, треугольная призма.

е) 10 ребер?

Да, пятиугольная пирамида.

ж)* 11 ребер?

Да, пример такого многогранника изображен на рисунке.

