



**Шаг 1. Инициализация** – формирование случайным образом исходной популяции (набора хромосом, множества потенциальных решений), состоящей из  $N$  особей со случайным набором признаков.

**Шаг 2. Оценка приспособленности** (борьба за существование) – заключается в расчете функций приспособленности для каждой особи (хромосомы) в популяции.

### **Функция приспособленности**

Как уже было упомянуто выше, оценивание приспособленности хромосом в популяции заключается в расчете *функции приспособленности* (fitness function). Чем больше значение этой функции, тем выше «качество» хромосомы, а, следовательно, и соответствующего ей решения задачи. Форма функции приспособленности зависит от характера решаемой задачи. Предполагается, что для решения исходной задачи требуется максимизировать эту функцию. Если исходная форма функции приспособленности не удовлетворяет этим условиям, то выполняется соответствующее преобразование. Например, задачу минимизации функции можно легко свести к задаче максимизации путем обращения целевой функции.

Аргументами для функции приспособленности становятся значения параметров оптимизации, полученные из данной хромосомы путем декодирования, рассмотренного выше.

Сначала вычисляются *абсолютная приспособленность* каждой особи популяции к условиям среды  $f(i)$  и *суммарная приспособленность особей популяции*, характеризующая приспособленность всей популяции.

Затем при *пропорциональном отборе* для каждой особи вычисляется ее *относительный вклад в суммарную приспособленность популяции*  $P_s(i)$ , т.е. отношение ее абсолютной приспособленности  $f(i)$  к суммарной приспособленности всех особей популяции:

$$P_s(i) = \frac{f(i)}{\sum_{i=1}^N f(i)}$$

Возможно сравнение абсолютной приспособленности  $i$ -й особи  $f(i)$  не с суммарной приспособленностью всех особей популяции, а со средней абсолютной приспособленностью особи популяции:

$$\bar{f} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(i)$$

Тогда получим:

$$P(i) = \frac{f(i)}{\bar{f}} = \frac{f(i)}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(i)}$$

Если взять логарифм по основанию 2 от этого выражения, то получим *количество информации, содержащееся в признаках особи о том, что она выживет и даст потомство*:

$$I(i) = \text{Log}_2 \frac{f(i)}{\bar{f}}$$

Формально приспособленность особи представляет собой количество информации, содержащееся в ее фенотипе о продолжении ее гено типа в последующих поколениях.

Поскольку количество потомства особи пропорционально ее приспособленности, то *если это количество информации:*

– *положительно*, то данная особь выживает и дает потомство, численность которого пропорциональна этому количеству информации;

– *равно нулю*, то особь доживает до половозрелого возраста, но потомства не дает (его численность равна нулю);

– *меньше нуля*, то особь погибает до достижения половозрелого возраста.

Таким образом, можно сделать вывод, что *естественный отбор представляет собой процесс генерации и накопления информации о выживании и продолжении рода в ряде поколений популяции, как системы.*

Это накопление информации происходит на различных уровнях иерархии *популяции, как системы*, включающей:

- элементы системы: отдельные особи;
- взаимосвязи между элементами: отношения между особями в популяции, обеспечивающие передачу последующим поколениям максимального количества информации об их выживании и продолжении рода (путем скрещивания наиболее приспособленных особей и наследования рациональных приобретений);
- цель системы: сохранение и развитие популяции, реализуется через цели особей – индивидуальное выживание и продолжение рода.

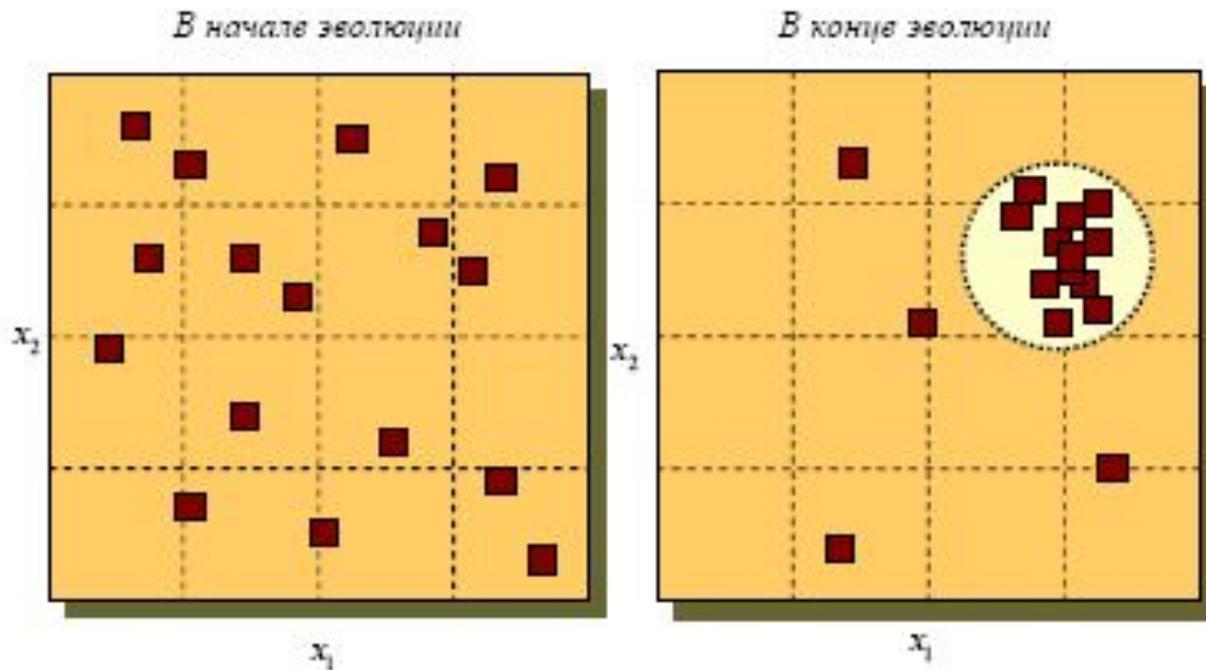
Фенотип соответствует генотипу и представляет собой его внешнее проявление в признаках особи. Особь взаимодействует с окружающей средой и другими особями в соответствии со своим фенотипом. В случае, если это взаимодействие удачно, то особь передает генетическую информацию, определяющую фенотип, последующим поколениям.

**Шаг 3. Проверка условия остановки алгоритма** – остановка алгоритма (эволюции) зависит от его конкретного применения. В задачах оптимизации остановка может произойти после достижения ожидаемого оптимального значения, возможно с заданной точностью.

### **Критерии остановки**

Определение условия остановки генетического алгоритма зависит от его конкретного применения. В оптимизационных задачах, если известно максимальное (или минимальное) значение функции приспособленности, то остановка алгоритма может произойти после достижения ожидаемого оптимального значения с заданной точностью. Остановка алгоритма может также произойти в случае, когда его выполнение не приводит к улучшению уже достигнутого значения. Алгоритм может быть остановлен по истечении определенного времени выполнения, либо после выполнения заданного количества итераций.

Кроме этого, критерием остановки может служить факт попадания заданного количества хромосом популяции в наперед заданную окрестность их усредненного значения. В процес се эволюции (итераций алгоритма) все больше и больше хромосом обретают черты оптимального решения задачи, что означает определенную «похожесть» хромосом одна на другую. Это означает, что плотность хромосом в окрестности оптимума будет возрастать (рис. 7).



**Рис. 7.** Изменение состояния популяции в процессе эволюции

Оценивая радиус разброса параметров от их среднего значения можно остановить алгоритм, когда этот радиус станет достаточно малым. Среднее значение по каждому из параметров оптимизации рассчитывается как

$$c_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{ij} ,$$

где  $N$  – число хромосом в популяции,  $x_{ij}$  – значение (после декодирования)  $j$  – того параметра в  $i$  – той хромосоме.

Тогда расстояние от  $i$ –той хромосомы до центра будет

$$R_i = \sqrt{\sum_{j=1}^N (x_{ij} - c_j)^2} \leq R_0 ,$$

Когда расстояние ( $R_i$ ) станет меньше заданного  $R_0$  для наперед заданного количества хромосом, то алгоритм останавливается.

*Шаг 4. Селекция хромосом* – заключается в выборе по рассчитанным значениям функции приспособленности тех хромосом, которые будут участвовать в создании потомков для следующего поколения популяции.

### **Селекция родительских хромосом**

По рассчитанным значениям функции приспособленности из текущей популяции выбираются родительские хромосомы для дальнейшего скрещивания и производства потомков и формирования нового поколения. Такой выбор производится согласно принципу естественного отбора, по которому наибольшие шансы на участие в создании новых особей имеют хромосомы с *наибольшими* значениями функции приспособленности.

Существуют различные методы селекции. Наиболее популярным считается так называемый *метод рулетки* (roulette wheel selection), который свое название получил по аналогии с известной азартной игрой. Каждой хромосоме может быть сопоставлен сектор колеса рулетки, величина которого устанавливается пропорциональной значению функции приспособленности данной хромосомы:

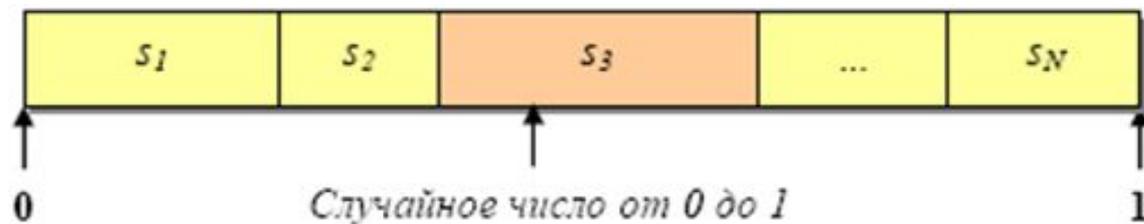
$$S_i = \frac{P_i}{\sum_{j=1}^N P_j},$$

Здесь  $S_i$  - величина «сектора»,  $N$  - число хромосом (особей) в популяции,  $p_i$  - нормированное по следующей формуле значение функции приспособленности

$$P_i = \frac{f_i - f_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}},$$

где  $f_i$  - ненормированное значение, полученное в результате вычисления функции приспособленности,  $f_{\min}$  и  $f_{\max}$  - соответственно минимальное и максимальное значение функции приспособленности среди ее значений, вычисленных для всех хромосом в популяции.

Поэтому чем больше значение функции приспособленности, тем больше сектор на колесе рулетки. Сумма величин всех секторов равна 1 (рис. 8).



**Рис. 8.** Распределение секторов «рулетки» в диапазоне от 0 до 1  
( $\dots < s_2 < s_N < s_1 < s_3 < \dots$  )

После этого генерируется случайное число в диапазоне от 0 до 1 и проверяется в чей сектор оно попадает. «Удачливая» хромосома (на рис. 8 это хромосома номер 3) и выбирается в качестве родительской для формирования следующего поколения.

Следует отметить, что в некоторых модификациях ГА процесс выбора родительских хромосом не всегда случаен. В частности, при подходе, именуемом *элитизмом* или *элитарной стратегией*, одна или несколько хромосом с наивысшим значением функции приспособленности сразу переносятся в следующее поколение без каких-либо модификаций, т.е. без применения генетических операторов.

**Шаг 5. Применение операторов** – к выбранным на предыдущем шаге родительским хромосомам применяются генетические операторы скрещивания, мутации и инверсии.

**Кроссовер**: отобранные для продолжения рода на предыдущем шаге особи с заданной вероятностью  $P_c$  подвергаются *скрещиванию* или *кроссоверу* (*рекомбинации*).

**Если кроссовер происходит**, то потомки получают по половине случайным образом определенных признаков от каждого из родителей. Численность потомства пропорциональна суммарной приспособленности родителей. В некоторых вариантах ГА потомки после своего появления заменяют собой родителей и переходят к мутации.

**Если кроссовер не происходит**, то исходные особи – несостоявшиеся родители, переходят на стадию мутации.

**Мутация**: Признаки потомков с вероятностью  $P_m$  случайным образом изменяются на другие.

**Инверсия**: На основе инвертирования родительской хромосомы (или ее части) создается хромосома потомка. При реализации оператора инверсии случайным образом определяется одна или несколько точек разреза (инверсии), внутри которых элементы инвертируются.

*Шаг 6. Создание нового поколения* – шаги 4 и 5 повторяются циклически до тех пор, пока популяция следующего поколения не будет заполнена полностью.

*Шаг 7. Выбор наилучшей хромосомы* – когда условие остановки эволюции выполнено хромосома с наилучшим значением функции приспособленности выбирается в качестве решения задачи.

# Генетические алгоритмы для многокритериальной оптимизации

Большинство задач, решаемых при помощи генетических алгоритмов, имеют один критерий оптимизации, который используется в качестве функции приспособленности. В свою очередь, многокритериальная оптимизация основана на отыскании решения, одновременно оптимизирующего более чем одну функцию. В этом случае ищется некоторый компромисс, в роли которого выступает решение.

Существует несколько классических методов, относящихся к многокритериальной оптимизации. Один из них – это метод *взвешенной функции* (method of objective weighting). В соответствии с этим методом оптимизируемые функции  $f_i$  взятые с весами  $w_i$  образуют единую функцию:

$$F(\bar{x}) = \sum_{i=1}^{N_f} w_i f_i(\bar{x}),$$

Здесь  $N_f$  – число оптимизируемых функций,  $w_i \in [0,1]$  и  $\sum_{i=1}^{N_f} w_i = 1$ .

Еще один подход к многокритериальной оптимизации связан с разделением популяции на подгруппы одинакового размера (sub-populations), каждая из которых «отвечает» за одну оптимизируемую функцию. Селекция производится автономно для каждой функции, однако операция скрещивания выполняется без учета границ подгрупп.