

Оптимизация с использованием встроенных функций MathCAD

Важнейшей задачей применения расчетных методов при компьютерном моделировании химико-технологических процессов (ХТП) является определение оптимальных, т.е. наилучших условий их функционирования. Решение экстремальной задачи заключается в нахождении совокупности значений независимых (оптимизирующих или управляющих) переменных, при которой заданная целевая функция этих переменных имеет максимальное или минимальное значение. Для решения таких задач разработано достаточно много математических методов, отличающихся стратегией поиска экстремума. В дальнейшем будем полагать, что всегда ищется экстремум, являющийся минимумом заданной целевой функции многих переменных.

Безусловные и условные задачи ОПТИМИЗАЦИИ

Безусловная задача оптимизации состоит в отыскании минимума или максимума действительной функции от n действительных переменных и определении соответствующих значений аргум

$$\min_{\bar{x}^{\min} \leq \bar{x} \leq \bar{x}^{\max}} R(\bar{x})$$

Условные задачи оптимизации, или задачи с ограничениями, заключаются в отыскании экстремума целевой функции при заданных ограничениях в виде равенств и (или) неравенств. Ограничения могут быть линейными и (или) нелинейными.

Математически задача условной оптимизации формулируется следующим образом:

найти $f(x) \rightarrow \min$ при ограничениях:

$$\varphi_i(x) = 0, i \in 1 \dots I,$$

$$g_j(x) \leq 0, j \in 1 \dots J.$$

Встроенные функции MathCAD для решения оптимизационных задач

- Для решения задач оптимизации в MathCAD имеются две встроенные функции: Minimize и Maximize. Они относятся к категории функций Solving и реализуют процедуру поиска экстремума функции многих переменных как при наличии, так и при отсутствии ограничений на комбинации последних. Функции в задачах оптимизации могут быть как линейными, так и нелинейными (например, квадратичными). Поэтому при использовании встроенных функций Minimize и Maximize предусмотрен выбор метода оптимизации (например, метод сопряженных градиентов, метод Ньютона, метода Левенберга-Марквардта для нелинейных функций), для чего необходимо нажать правую кнопку мыши при наведении курсора на логин Minimize или Maximize. Синтаксис функции Minimize: $\text{Minimize}(f, x_1, x_2, \dots, x_n)$, где f – критерий оптимизации, оформленный как целевая функция пользователя; x_1, \dots, x_n – влияющие факторы. Функция Maximize записывается аналогично.

Технология использования функций Minimize и Maximize

- 1) задается критерий оптимизации (целевая функция, которую нужно минимизировать или максимизировать);
- 2) задается начальное приближение для влияющего фактора (для функции одной переменной) или начальные приближения (для функции многих переменных);
- 3) если решается оптимизационная задача с ограничениями на управляющие переменные, то для ввода ограничений используется блок Given;
- 4) вызывается встроенная функция MathCAD Minimize или Maximize.

Технология использования функций Minimize и Maximize

- 1) задается критерий оптимизации (целевая функция, которую нужно минимизировать или максимизировать);
- 2) задается начальное приближение для влияющего фактора (для функции одной переменной) или начальные приближения (для функции многих переменных);
- 3) если решается оптимизационная задача с ограничениями на управляющие переменные, то для ввода ограничений используется блок Given;
- 4) вызывается встроенная функция MathCAD Minimize или Maximize.

Технология использования функций Minimize и Maximize

$f1(x) := 0.5 \cdot e^x + \frac{x^3}{3} - 2x - 4$	задание минимизируемой функции;
$x := 1$	задание начального приближения;
$\text{Minimize}(f1, x) = 0.887$	вызов встроенной функции Minimize.

$g1(x1, x2) := x1^2 - 5x1 + x2^2$	задание минимизируемой функции;
$x1 := -0.5 \quad x2 := 2$	задание начальных приближений;
Given	формирование блока ограничений;
$x1 \leq 1.5$	
$x2 > 1$	
$p := \text{Minimize}(g1, x1, x2) \quad p = \begin{pmatrix} 1.5 \\ 1 \end{pmatrix}$	вызов встроенной функции Minimize.

Использованная литература

- Лабораторный практикум по курсу «Системный анализ и методы химической кибернетики» / А. А. Липин, А.Г. Липин; Иван. гос. хим.-технол. ун-т. – Иваново, 2015. – 96 с.