

# Этапы работы с теоремой Пифагора

- 1) мотивация изучения теоремы; 2) ознакомление с теоремой.
- 3) усвоение содержания теоремы; 4) запоминание формулировки теоремы.
- 5) ознакомление со способом доказательства.
- 6) доказательство теоремы.
- 7) применение теоремы (обязательный уровень);  
применение теоремы (продвинутый уровень).
- 8) установление связей теоремы с теоремами,  
изученными ранее (обязательный уровень);  
установление связей теоремы с теоремами,  
изученными ранее (продвинутый уровень).

# Мотивация изучения теоремы

## Ознакомление с теоремой

**Формулировка теоремы Пифагора в VI в. до н.э.:**

«Площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, равна сумме площадей квадратов, построенных на его катетах»

**Или в виде задачи:**

«Доказать, что квадрат, построенный на гипотенузе прямоугольного треугольника, равновелик сумме квадратов, построенных на катетах:  $S = S_1 + S_2$ » (рис.1)



Пифагор

**В настоящее время теорема Пифагора формулируется так:**

«В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов»

Исторический  
экскурс

Шуточное  
стихотвор  
ение

# Усвоение содержания, запоминание формулировки теоремы.

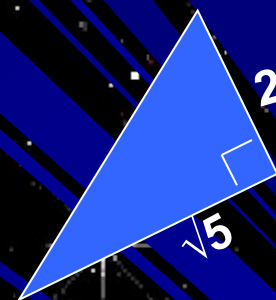
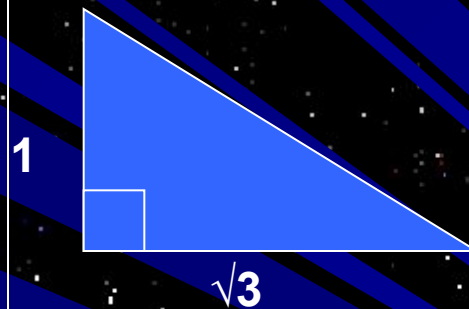
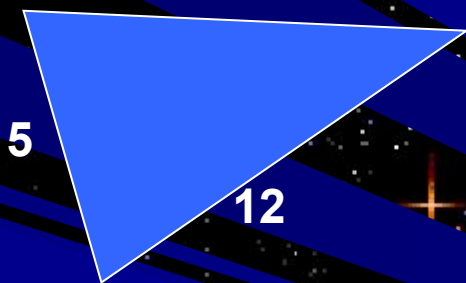
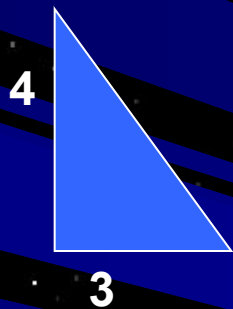
Формулировка теоремы может быть разбита на следующие элементы:

**В прямоугольном треугольнике/ квадрат гипотенузы/ равен сумме квадратов катетов.**

Выполните задания 1)-2) для усвоения каждого элемента.

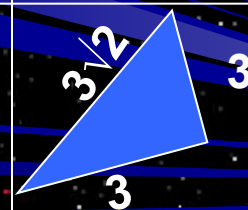
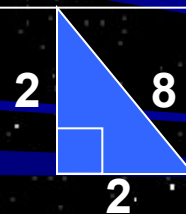
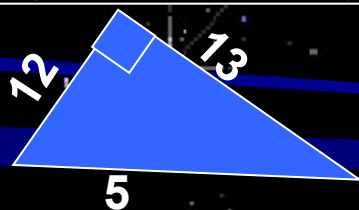
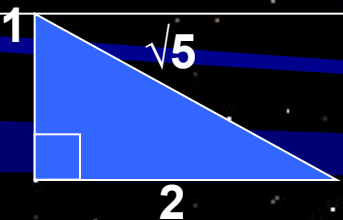
1). Найдите неизвестную сторону треугольника, если это возможно.

Введите в окошко длину стороны.



2). Выполняется ли теорема Пифагора для следующих треугольников?

Введите знак «+», если теорема выполняется, знак «-», если теорема не выполняется





Стихотворение, которое помогает запомнить формулировку теоремы

**Если дан нам треугольник,  
И притом с прямым углом,  
То квадрат гипотенузы  
Мы всегда легко найдём!  
Катеты в квадрат возводим,  
Сумму степеней находим-  
И таким простым путём  
К результатам мы придём. (И. Дырченко)**

Задания на распознавание ситуаций, удовлетворяющих теореме.

Задание 1. Укажите номера треугольников для которых выполняется теорема Пифагора.

1)	2)	3)	4)	5)	6)

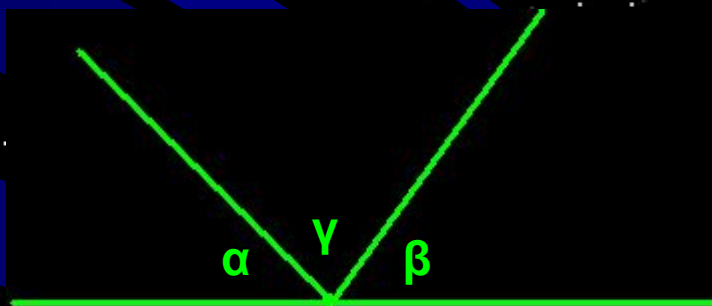
Ответ запишите в порядке возрастания номеров правильных ответов:



# Ознакомление со способом доказательства теоремы Пифагора

Прежде чем приступить к доказательству теоремы, выполните задания по готовым чертежам (ответ запишите в окошко рядом с заданием).

## Задание 1.



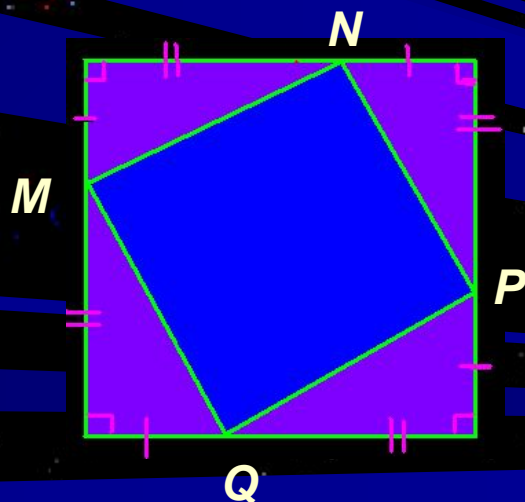
Дано:  $\alpha + \beta = \gamma$

Найдите угол  $\gamma$

Угол  $\gamma$  равен

градусов

## Задание 2.



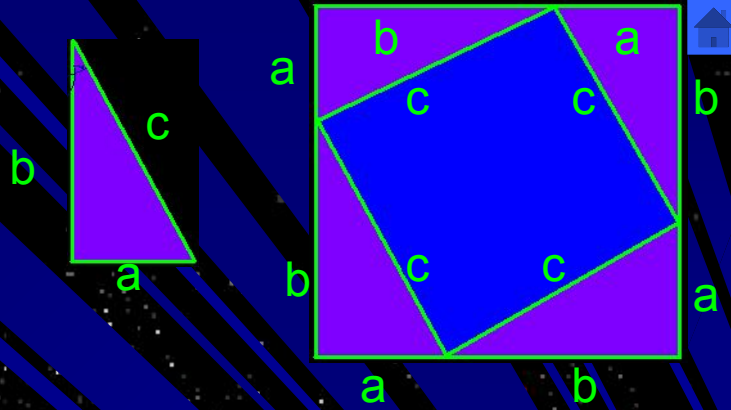
По данным рис.2 определите вид  
четырехугольника  $MNPQ$

Четырёхугольник  $MNPQ$

является

# Доказательство теоремы ПИФАГОРА

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов



## ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

- 1) Рассмотрим прямоугольный треугольник с катетами  $a, b$  и гипотенузой  $c$  (см.рис.1). Докажем, что  $c^2 = a^2 + b^2$ .
- 2) Достроим треугольник до квадрата со стороной  $a+b$  так, как показано на рис. 2

$$S = (a+b)^2 \quad (1)$$



- 3) С другой стороны, это квадрат составлен: из четырех равных прямоугольных треугольников, площадь каждого из треугольников равна:  $\frac{1}{2} a \cdot b$  и квадрата со стороной  $c$ , площадь которого равна  $c^2$ , т.е.

$$S = 4 \cdot \frac{1}{2} a \cdot b + c^2 = 2ab + c^2 \quad (2)$$



- 4) Таким образом из (1) и (2) следует, что  $(a+b)^2 = 2ab + c^2$   
раскрываем скобки получаем  $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$ , откуда  $c^2 = a^2 + b^2$ .



# Применение теоремы Пифагора (задачи обязательного уровня)

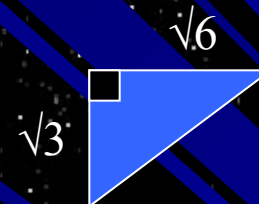
Инструкция: решите задачу и введите ответ в прямоугольник.

В случае правильного ответа рядом с заданием появляется знак «+», в противном случае знак «-»

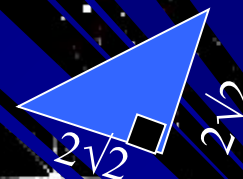
1. Найдите сторону AC треугольника ABC



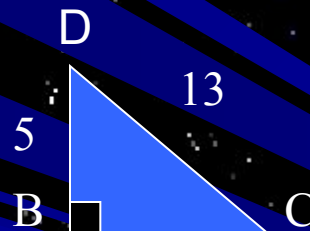
2. Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника



3. Найдите неизвестную сторону треугольника, если это возможно



4. Найдите сторону BC треугольника BCD



5. Найдите диагональ NQ квадрата MNPQ, если сторона квадрата равна sqrt(2)



6. Найдите катет AB прямоугольного треугольника ABC, если угол C равен 60°



продвинутый уровень



# Применение теоремы Пифагора

(продвинутый уровень)

*Старинная задача индийского математика XII в. Бхаскары*

На берегу рос тополь одинокий.  
Вдруг ветра порыв его ствол надломал.  
Бедный тополь упал. И угол прямой  
С течением реки его ствол составлял.  
Запомни теперь, что в том месте река  
В четыре лишь фута была широка.  
Верхушка склонилась у края реки,  
Осталось три фута всего от ствола.  
Прошу тебя, скоро теперь мне скажи:  
У тополя как велика высота?

Введите ответ:  футов.



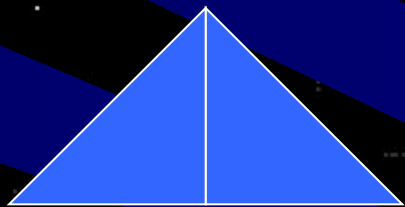


# Установление связи теоремы Пифагора



## с теоремами, изученными ранее (Задачи

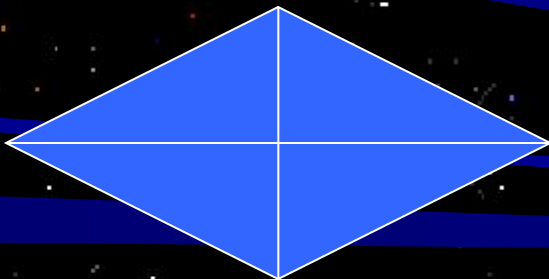
1). Найдите боковую сторону и площадь равнобедренного треугольника, если основание равно 12 см, а высота, проведённая к основанию, равна 8 см.



боковая сторона

площадь треугольника

2). Найдите сторону и площадь ромба, если его диагонали равны 10 см и 24 см.



сторона ромба

площадь ромба



# Установление связей теоремы Пифагора



## Задача.

с

изученными ранее (продвинутой

В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AK$  и  $CE$ ,  $CE=12$  см,  $BE=9$  см,  $AK=10$  см.

Найдите  $AC$ .

и,

Инструкция. 1) Вы можете выполнить рисунок к задаче, для этого щёлкните правой кнопкой мышки и выберите указатель карандаш (после выполнения рисунка не забудьте перевести указатель в стрелку); 2) При решении задачи вы можете использовать черновик; 3) по ходу решения запишите ответы в окошки; 4) в случае затруднений можно вызвать подсказки.

Решение.

1)

$BC =$  см

2)

$S_{ABC} =$  см

3)

4)

$AB =$  см

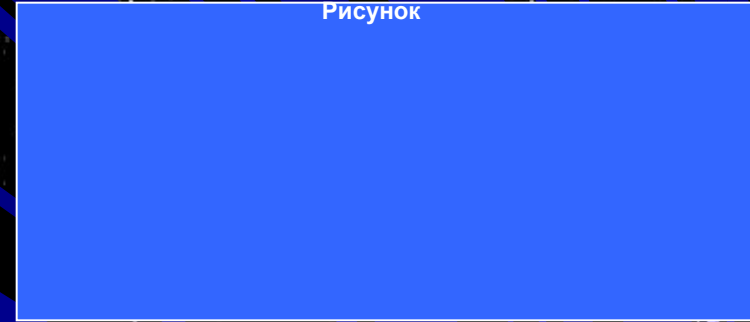
5)  $AE =$  см.

6)

$AC =$  см

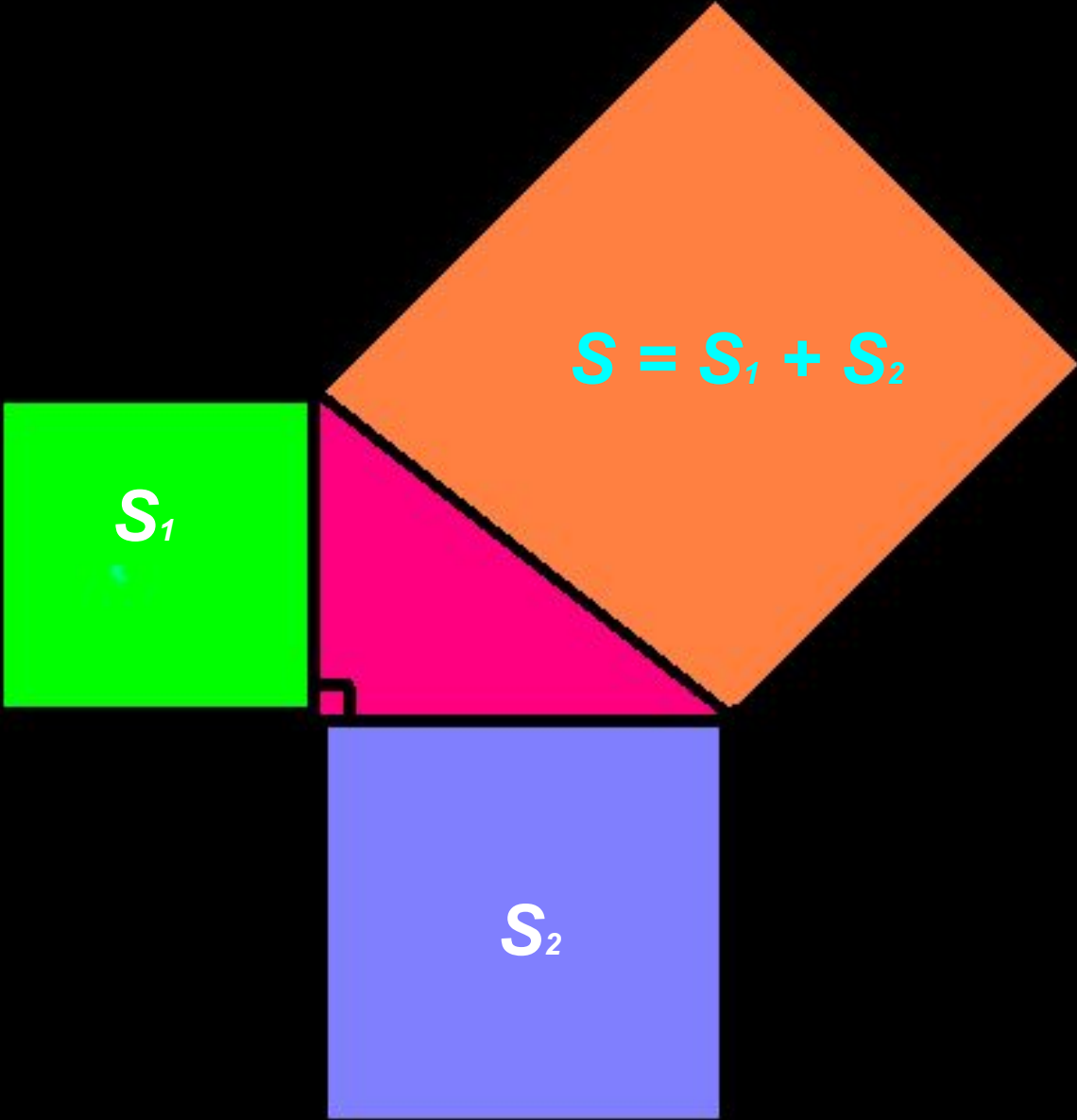
Ответ.  $AC =$  см

Рисунок



Черновик





Прибудет вечной истина, как скоро  
Все познает слабый человек!  
И ныне теребят Пифагора  
Верна, как и в его далекий век.  
Обильно было жертв приношение  
Богам от Пифагора. Стобыков  
Он отдал на заклятие и сожжение  
За свет луча, пришедший с облаков.  
Поэт ему всегда стех самым пор,  
Чуть истина рождается на свет,  
Быки режут, ее почуя, вслед  
Они не в силах свет у помешать,  
А могут лишь, закрыв глаза, дрожать.  
От страха, что овеял в них Пифагор.

# Пифагор

(ок. 570-ок. 500 г. до н.э.)

Письменных документов о Пифагоре Самосском не осталось, а по более поздним свидетельствам трудно восстановить подлинную картину его жизни и достижений. Известно, что Пифагор покинул свой родной остров Самос в Эгейском море у берегов Малой Азии в знак протеста против тирании правителя и уже в зрелом возрасте (по преданию в 40 лет) появился в греческом городе Кротоне на юге Италии. Пифагор и его последователи – пифагорейцы – образовали тайный союз.

На учение Пифагора большое влияние оказала философия и религия Востока. Он много путешествовал по странам востока. Там Пифагор познакомился с восточной математикой. Математика стала частью его учения.

Пифагорейцы верили, что в числовых закономерностях спрятана тайна мира. Мир для них жил особой жизнью. Пифагор впервые разделил числа на четные и нечетные, простые и составные.

Пифагору приписывают систематическое введение доказательств в геометрию, создание планиметрии прямолинейных фигур, учение о подобии.

Теорема Пифагора – важнейшее утверждение геометрии. Обычно открытие этого утверждения приписывают древнегреческому философу и математику Пифагору (VI в. до н.э.). Но изучение клинописных таблиц и древних китайских рукописей (копий еще более древних манускриптов) показало, что это утверждение было известно за долго до Пифагора, возможно, за тысячелетие до него.