



*Качество и точность импульсных САУ*

Цифровые системы автоматического управления



Качество управления в дискретной системе - форма переходного процесса, удовлетворяющая заданным функциям.

## Показатели качества дискретных систем

Предназначены

для оценки динамических свойств системы, проявляющихся в переходных режимах,

и для определения точности, характеризующейся ошибками системы в установившемся режиме после окончания переходных процессов.

Рассматриваются только устойчивые системы.

Динамические показатели качества дискретных систем определяются аналогично показателям систем непрерывного времени к дискретной форме описания системы.

# Критерии качества

Задают:

в виде динамических характеристик выходных координат системы при типовых воздействиях

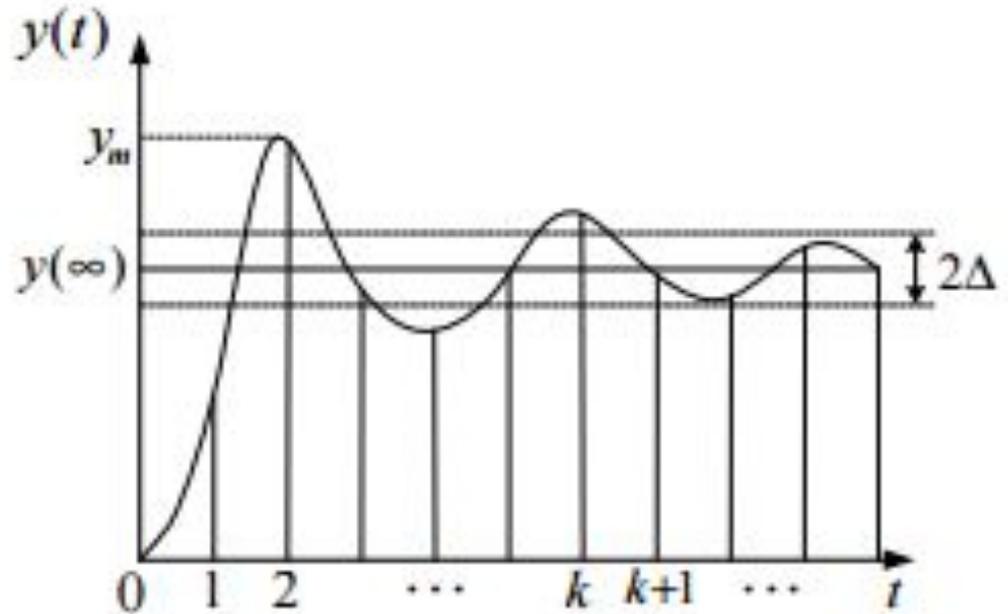
с помощью обобщённого функционала, определяемого всеми переменными системы управления

Показатели качества делят:

на прямые - числовые показатели, которые определяют по переходной характеристике

и косвенные - определяют свойства дискретной системы управления по отношению к характеристикам самой системы или формы переходного процесса, которые непосредственно не видны на графике, а получаются в результате вычислений

# Прямые показатели качества



Расчет

Если известна  $W(z)$  и учитывая, что входной сигнал

$$X(z) = Z[1[k]] = \frac{z}{z-1} \quad Y(z) = W(z) \frac{z}{z-1}$$

Проводя обратное  $z$ -преобразование находят дискретный переходный процесс  $y[k]$

# Прямые показатели качества

Время регулирования  $t_r$  определяет минимальное время, по истечении которого отклонение переходной характеристики от установившегося значения  $y(\infty)$  не превышает заданной величины  $\Delta$ .

Перерегулирование  $\sigma$  характеризует максимальное отклонение переходной характеристики от установившегося значения, выраженное в процентах к установившемуся значению:

$$\sigma = \frac{y_{max} - y(\infty)}{y(\infty)} \cdot 100\%$$

Время нарастания  $t_n$  показывает, как быстро выходная величина достигает значения, равного 90% установившейся величины  $y(\infty)$ .

# Косвенные показатели качества

Для оценки качества ДС используются  
корневые, частотные суммарные показатели.

степень устойчивости  $\eta^*$

$$\eta^* = \min_i (-\ln |p_i|)$$

$p$  – корни характеристического уравнения

Суммарная квадратичная ошибка

$$J^* = \sum_{i=0}^{\infty} (e[i] - e_{\infty})^2 = \sum_{i=0}^{\infty} e_{\Pi}[i]^2$$

$e[i]$  – текущая ошибка на  $i$ -м шаге;

$e_{\Pi}[i]$  – переходная составляющая ошибки;

$e_{\infty}$  – установившаяся ошибка

Частотные показатели определяют запас устойчивости по амплитуде и запас устойчивости по фазе.

# Точность дискретных систем

Точность работы дискретных систем в установившемся режиме оценивается по величине установившейся ошибки при различных типовых воздействиях.

Установившееся значение ошибки определяется с помощью теоремы о конечном значении дискретной функции

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{i \rightarrow \infty} \varepsilon(iT) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} E(z) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} W_E(z) X(z)$$

При ступенчатом воздействии  $x(t) = a \cdot 1(t)$   
 установившаяся ошибка называется статической  
 ошибкой или ошибкой системы по положению

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} \cdot \frac{1}{1+W(z)} \cdot \frac{a \cdot z}{z-1} = \frac{a}{1+W(z)}$$

При  $x(t) = a \cdot t$  установившаяся ошибка называется  
 кинетической ошибкой или ошибкой системы от  
 скорости

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{aT}{(z-1)W(z)}$$

Если  $x(t) = \frac{a \cdot t^2}{2!}$  получаем инерционную ошибку или  
 ошибку системы от ускорения

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{aT^2}{(z-1)^2 W(z)}$$

Если задающее воздействие имеет произвольный вид, то предельное значение ошибки вычисляется по формуле

$$\varepsilon[n] = C_0 x[n] + C_1 x'[n] + \frac{C_2}{2!} x''[n] + \dots + \frac{C_k}{k!} x^{(k)}[n]$$

$C_0, C_1, C_2$  - коэффициенты ошибок по положению, скорости, ускорению

Коэффициенты ошибок находят по дискретной передаточной функции замкнутой импульсной системы по ошибке

$$C_i = i! \left. \frac{d^j}{dz^i} W_e(z) \right|_{z=1, \text{ для } i=1,2,\dots,k} \quad W_e(z) = \frac{E(z)}{U(z)} = \frac{1}{1 + W_p(z)}$$

Числ. ... в соответствии с наибольшей степенью полинома входного воздействия.

В астатических системах несколько первых коэффициентов ошибок равны нулю

$\nu$  - порядок астатизма

$$C_0 = C_1 = \dots = C_{\nu-1} = 0$$

Точность дискретных систем в соответствии с числом полюсов дискретной передаточной функции разомкнутой системы

$$W(z) = \frac{W_{\text{непр}}(z)}{(z - 1)^{\nu}}$$

$W_{\text{непр}}(z)$  –  $z$  - преобразование непрерывной части системы.

при  $z=1$  дискретные системы делят:

Статические –  $W_{\text{непр}}(z)$  не содержит полюсов при  $z = 1$ , при  $\nu=0$

Астатические порядка  $\nu$  –  $W_{\text{непр}}(z)$  не содержит полюсов при  $z = 1$ , при  $\nu=1$

Для того чтобы дискретная система имела нулевую установившуюся ошибку от задающего воздействия, необходимо, чтобы степень астатизма  $\nu$  системы превышала степень полинома входного воздействия