Явления переноса

Нарушение равновесия ⇒ возникают потоки массы энергии (тепла) и т.п.

1. Вязкость
2. Теплопроводность
3. Диффузия

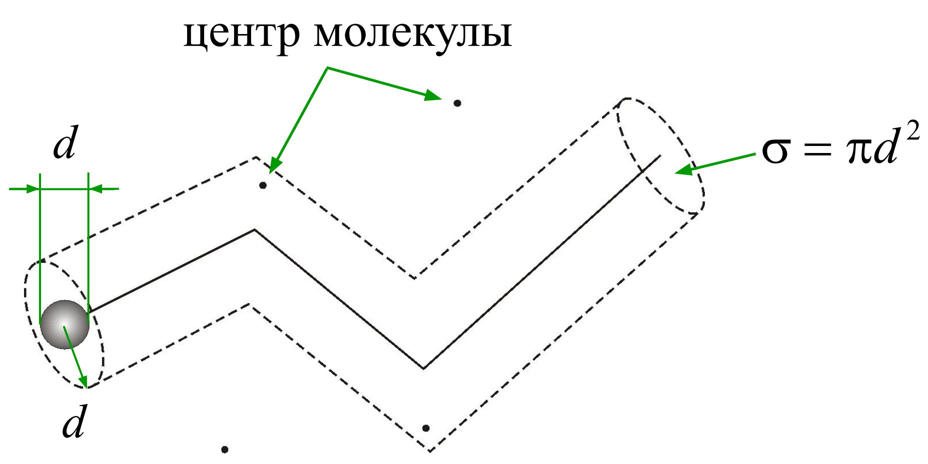
связаны с движением молекул

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$ – средняя скорость молекул

Для азота N_2 при нормальных условиях ($t = 0°C$) $\bar{v} = 455$

Медленность явлений переноса из-за столкновений молекул

Средняя длина свободного пробега



Одна молекула движется, остальные покоятся

d – диаметр молекулы

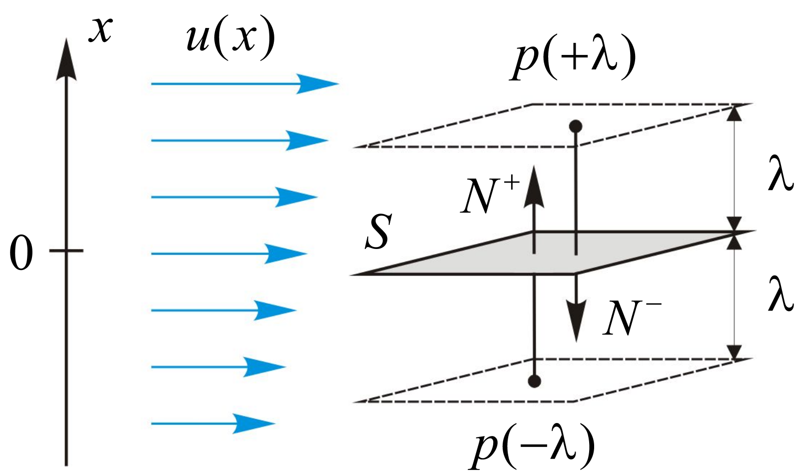
Частота столкновений $\nu = n\sigma\bar{v}$

Средняя длина свободного пробега $\lambda = \dfrac{\bar{v}}{\nu}$

$$\boxed{\lambda = \frac{1}{n\sigma}}$$

Строгий расчет $$\boxed{\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma}}$$

Вязкость газов



Считаем $\boldsymbol{v} = \begin{cases} \pm \bar{v}\boldsymbol{i} \\ \pm \bar{v}\boldsymbol{j} \\ \pm \bar{v}\boldsymbol{k} \end{cases}$

N^+, N^- – число молекул пересекающих S=1 за 1 с в соответствующем направлении

$$N^+ = N^- = \frac{1}{6} n\bar{v}$$

$u(x)$ – макроскопическая скорость

$p(x) = mu(x)$

Плотность потока импульса $\begin{cases} j_p^+ = N^+ p(-\lambda) = \dfrac{1}{6} n\bar{v} p(-\lambda) \\ j_p^- = N^- p(+\lambda) = \dfrac{1}{6} n\bar{v} p(+\lambda) \end{cases}$

$j_p = j_p^+ - j_p^-$ $\Rightarrow$

Вязкость газов

$$j_p = \frac{1}{6} n\bar{v} p(-\lambda) - \frac{1}{6} n\bar{v} p(+\lambda) = \frac{1}{6} n\bar{v} \big(p(-\lambda) - p(+\lambda) \big)$$

$$j_p = -\frac{1}{3} n\bar{v}\lambda \frac{dp}{dx} = -\frac{1}{3} nm\bar{v}\lambda \frac{du}{dx}$$

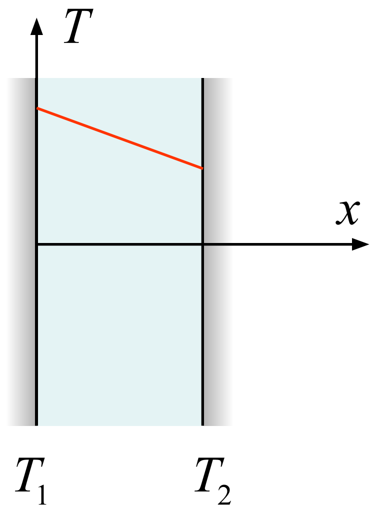
τ – касательное напряжение, действующее на нижнюю полуплоскость

$$\left(F = \frac{\Delta p}{\Delta t}, \quad \Delta p = -j_p S \Delta t, \quad \tau = \frac{F}{S} = -j_p \right)$$

$$\boxed{\tau = \eta \frac{du}{dx}}$$ – закон Ньютона

$$\eta = \frac{1}{3} nm\bar{v}\lambda$$ – коэффициент вязкости

Теплопроводность газов



Молекула переносит (в среднем) энергию $\varepsilon = mc_V T$

c_V – удельная теплоемкость

m – масса молекулы

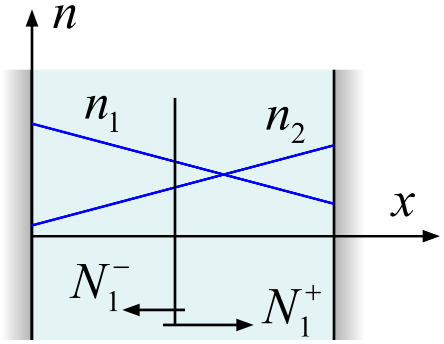
$$\left(j_p = -\frac{1}{3} n\bar{v}\lambda \frac{dp}{dx} \qquad p \to \varepsilon \right) \Rightarrow$$

$$q = -\frac{1}{3} n\bar{v}\lambda \frac{d\varepsilon}{dx} = -\frac{1}{3} nm\bar{v}\lambda c_V \frac{dT}{dx}$$

$$\boxed{q = -\kappa \frac{dT}{dx}}$$ – закон Фурье

$$\kappa = \frac{1}{3} nm\bar{v}\lambda c_V$$ – коэффициент теплопроводности

Диффузия газов



Смесь 2^х изотопов или 2^х подобных газов (CO_2 и N_2)

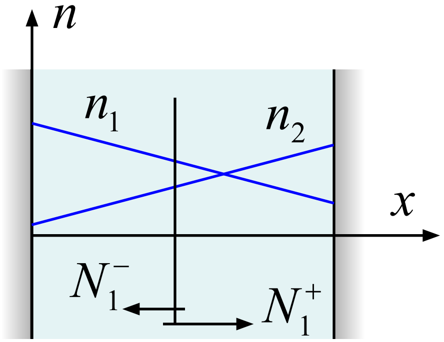
$$\left.\begin{array}{l} T = \text{const} \\ n = n_1 + n_2 = \text{const} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad p = \text{const}$$

Макроскопическое движение отсутствует.
Перемешивание газов за счет диффузии.

$$c_1 = \frac{n_1}{n}, \quad c_2 = \frac{n_2}{n} \qquad - \text{относительные концентрации}$$

Молекулами переносятся концентрации $\begin{pmatrix} j_1^- = N_1^- = c_1 N^- \\ j_1^+ = N_1^+ = c_1 N^+ \end{pmatrix} \Rightarrow$

Диффузия газов



$$\left(\quad j_p = -\frac{1}{3} n\bar{v}\lambda \frac{dp}{dx} \qquad p \to c_1 \quad \right)$$

$$j_1 = -\frac{1}{3} n\bar{v}\lambda \frac{dc_1}{dx} = -\frac{1}{3} \bar{v}\lambda \frac{dn_1}{dx}$$

$$\boxed{j_1 = -D\frac{dn_1}{dx}}$$ – закон Фика

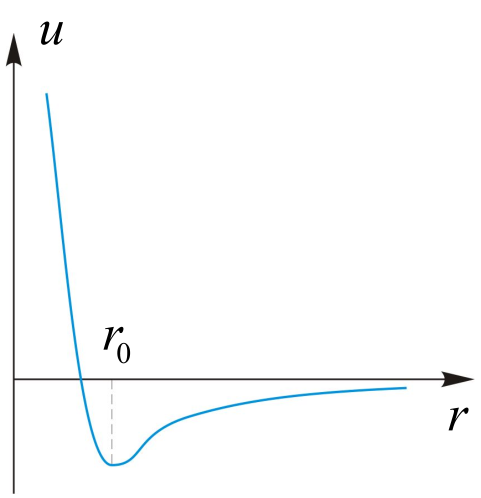
$$D = \frac{1}{3}\bar{v}\lambda$$ – коэффициент диффузии

Уравнение Ван-дер-Ваальса

Идеальный газ $PV = RT$

Отступление свойств реальных газов от свойств идеальных газов обусловлено межмолекулярным взаимодействием

Потенциальная энергия взаимодействия молекул



$r < r_0$ – отталкивание

$r > r_0$ – притяжение

Уравнение Ван-дер-Ваальса

$\Rightarrow$ приближенное уравнения состояния

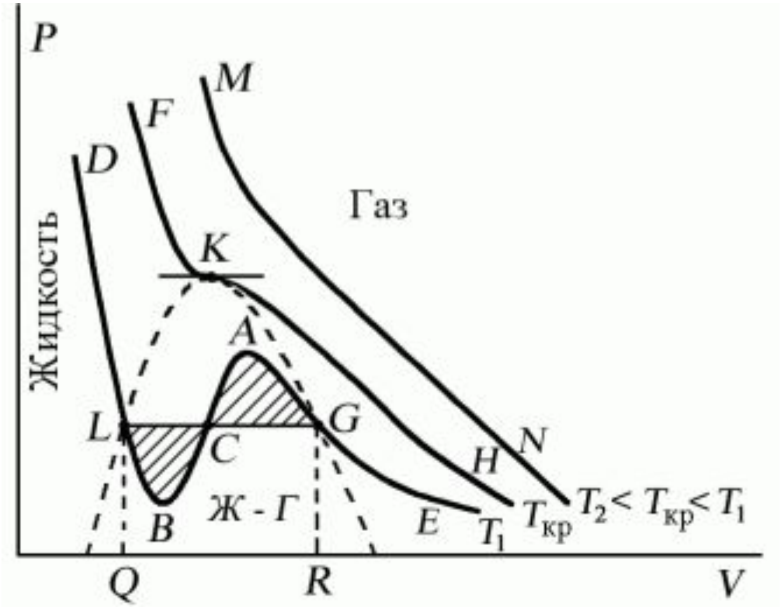
$$\boxed{\left(P+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=RT}$$ – уравнение Ван-дер-Ваальса

$\dfrac{a}{V^2}$ – учитывает притяжение молекул

b – учитывает отталкивание молекул

Уравнение Ван-дер-Ваальса

Изотермы газа Ван-дер-Ваальма



K – критическая точка

$T > T_{кр}$ – монотонные изотермы

$T > T_{кр}$ – немонотонные изотермы

Критические параметры

$$V_k = 3b \qquad P_k = \frac{a}{27b^2} \qquad T_k = \frac{8a}{27Rb}$$