



# Исследовательская работа на тему «Изопериметрические задачи»

Выполнила: Гарипова Рания,

ученица 7А класса МБОУ «Школа № 110»

Руководитель: Байгильдина Разиля Валитовна,

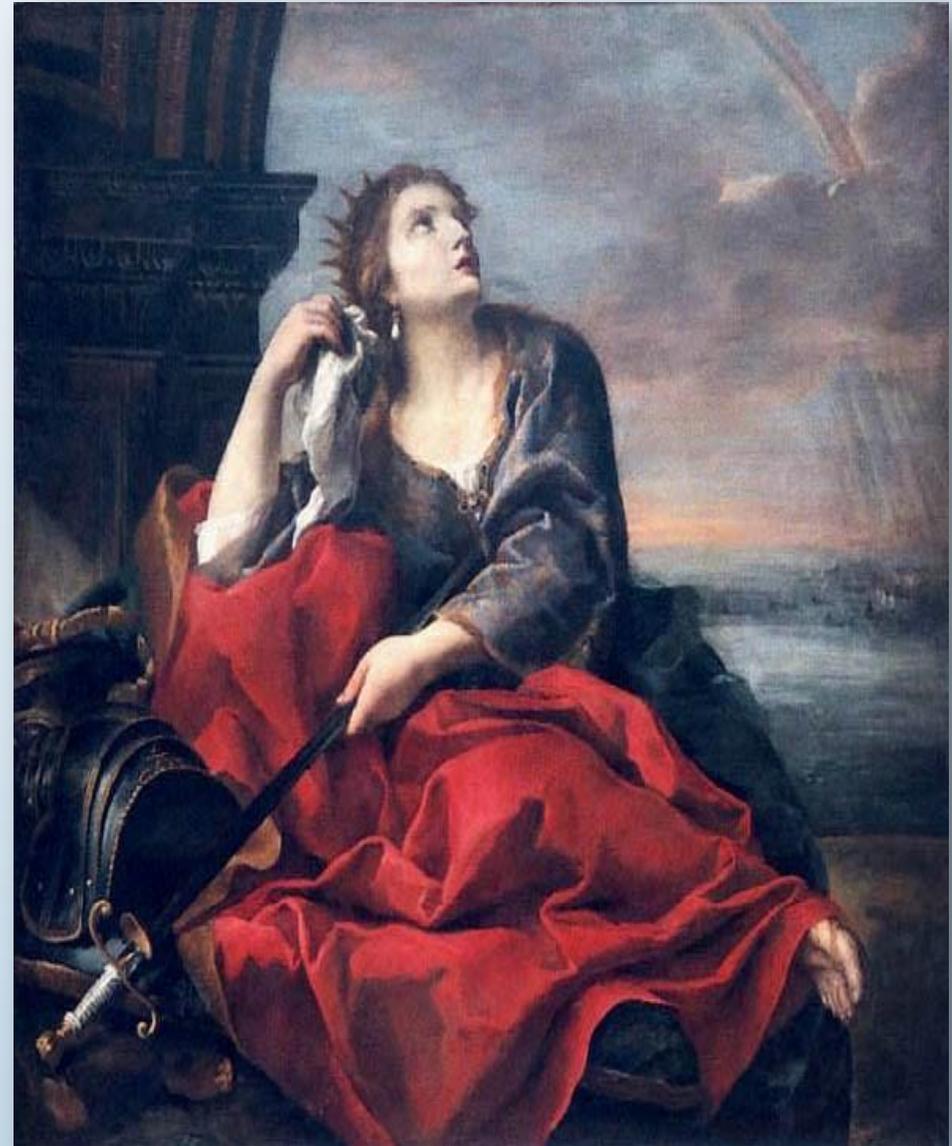
учитель математики

- **Объект исследования:** изопериметрическая задача.
- **Предмет исследования:** приемы решений изопериметрической задачи.
- **Цель исследования:** выявить и обосновать математические средства для решения изопериметрических задач
- **Задачи:**
  - понять, что входит в термин изопериметрической задачи;
  - рассмотреть доказательства некоторых изопериметрических задач;
  - научиться решать изопериметрические задачи
- **Гипотеза:** среди геометрических фигур с равными периметрами наибольшую площадь имеет круг.

# АКТУАЛЬНОСТЬ

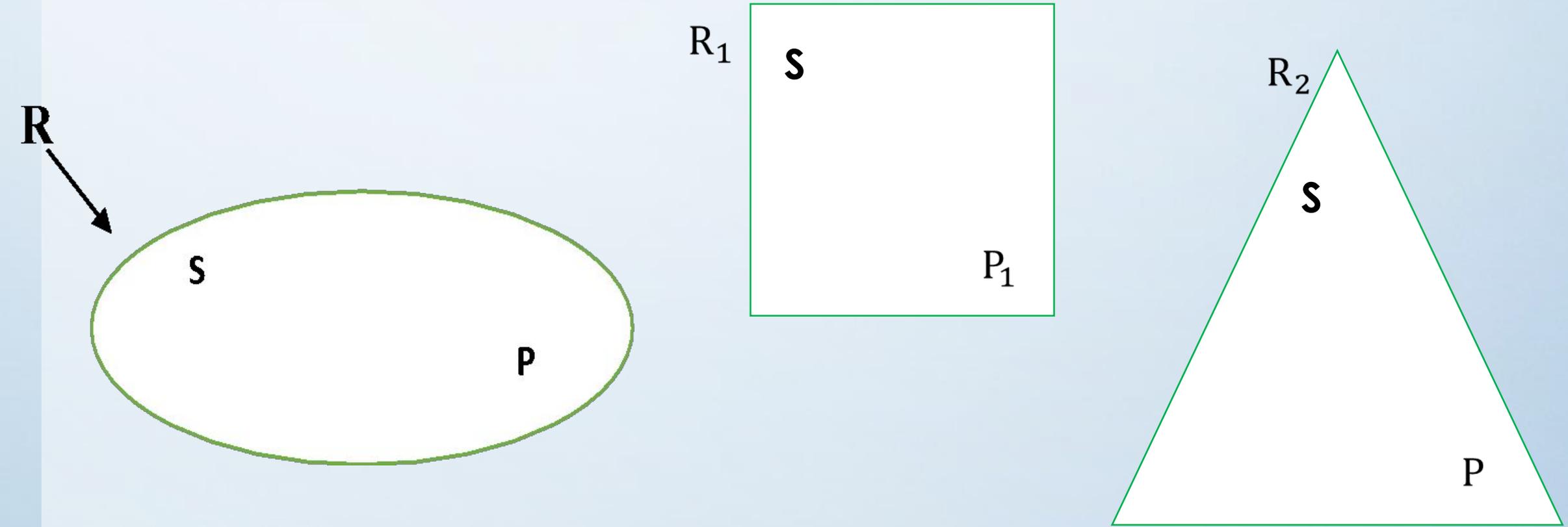
- Выбранную нами тему считаю **актуальной**, потому что такие задачи не только очень важны в математике и ее приложениях, но и красивы.
- Изопериметрические задачи часто возникают в инженерных расчетах, архитектуре, экономике, а так же находят свое применение в науках о природе: физике, химии, биологии.

Одна из таких  
задач – задача  
Дидоны, которая  
имеет несколько  
различных  
формулировок.  
О них я и хочу  
рассказать.



- Слово «изопериметрический» происходит от слов «изос» (по-гречески «равный») и «периметр». Изопериметрическая задача (на плоскости) состоит в нахождении фигуры, имеющей наибольшую площадь среди всех фигур с одним и тем же периметром.

Предположим, что есть несколько фигур с одинаковым периметром  $p$ , из них большую площадь имеет фигура  $R$ , и ее площадь равна  $S$ .



# Легенда о Дидоне



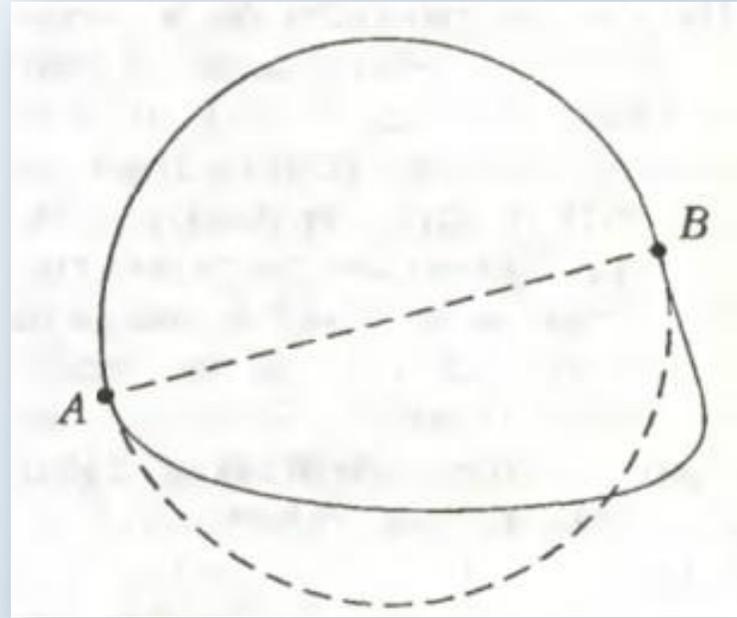
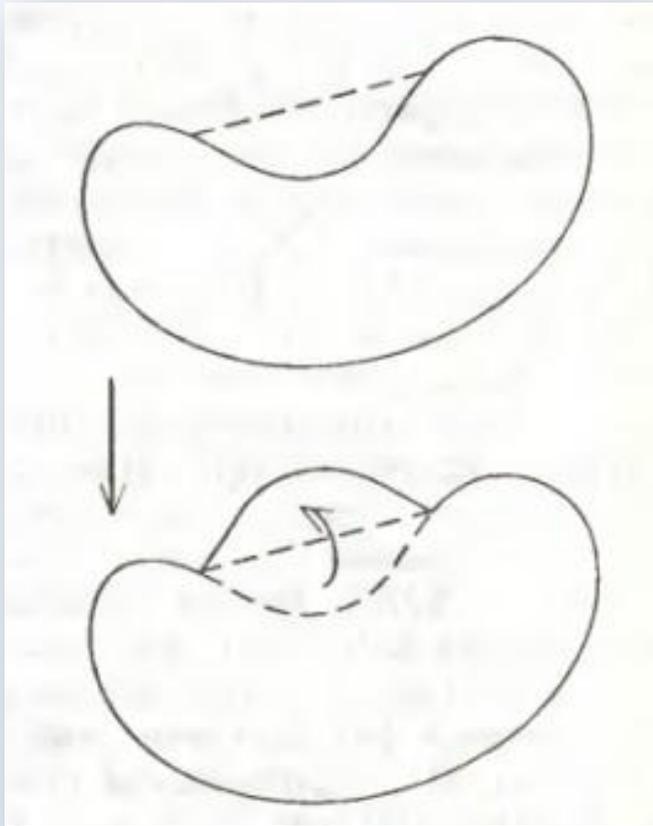
# Метод Якоба Штейнера

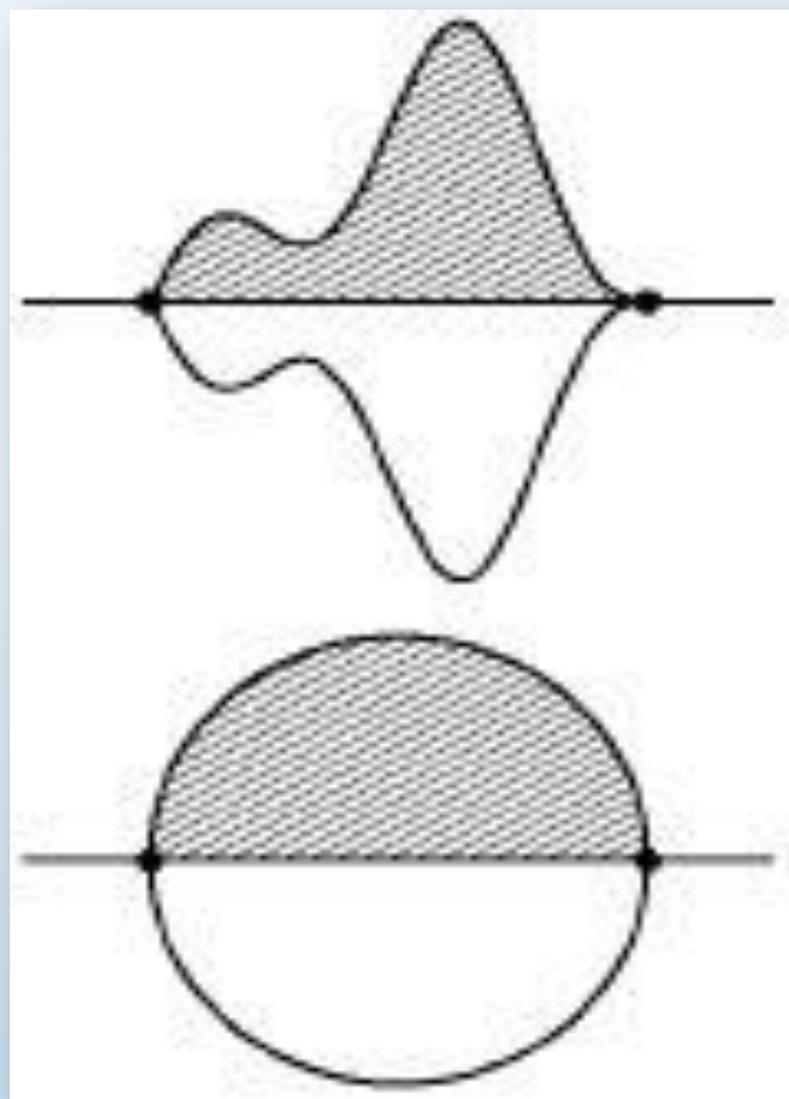
Решение изопериметрической задачи было найдено выдающимся швейцарским геометром XIX столетия Якобом Штейнером (1796-1863).

Задача звучит следующим образом:  
*Среди всевозможных плоских замкнутых линий заданной длины найдите ту, которая ограничивает фигуру наибольшей площади.*



Решение:



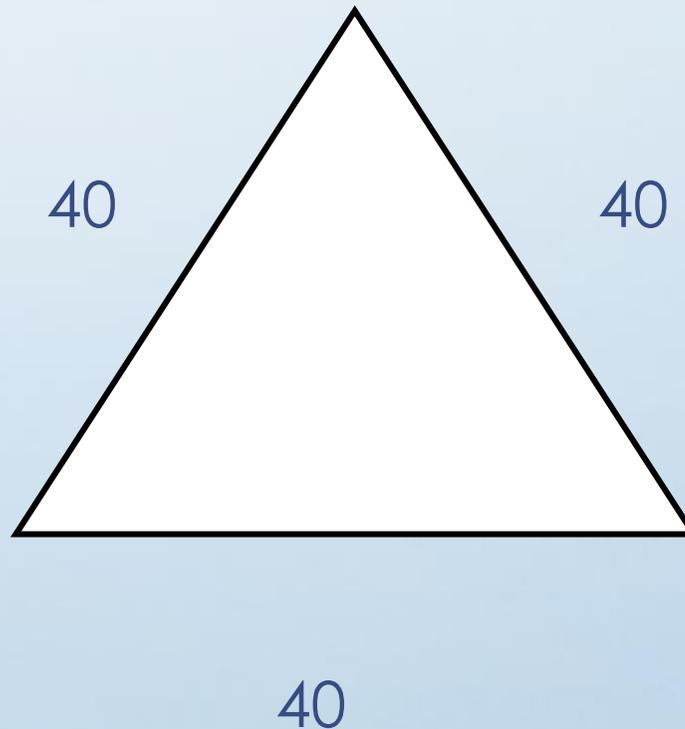


# Теоремы

1. Всякая максимальная фигура выпукла.
2. Всякая хорда максимальной фигуры с периметром  $p$ , делящая пополам ее периметр, обязательно делит ровно пополам и ее площадь.

# Практическая часть

## 1. Равносторонний треугольник



## 2. Прямоугольник

40

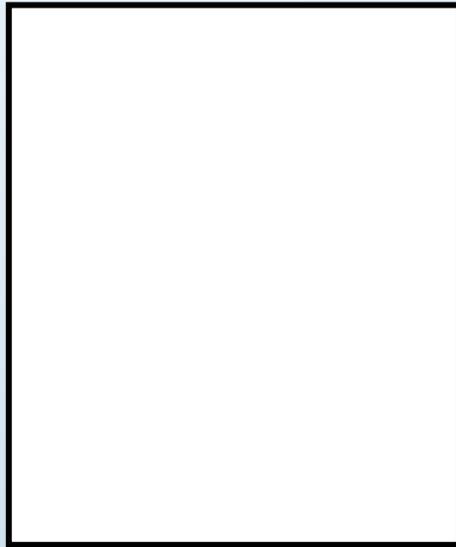
20



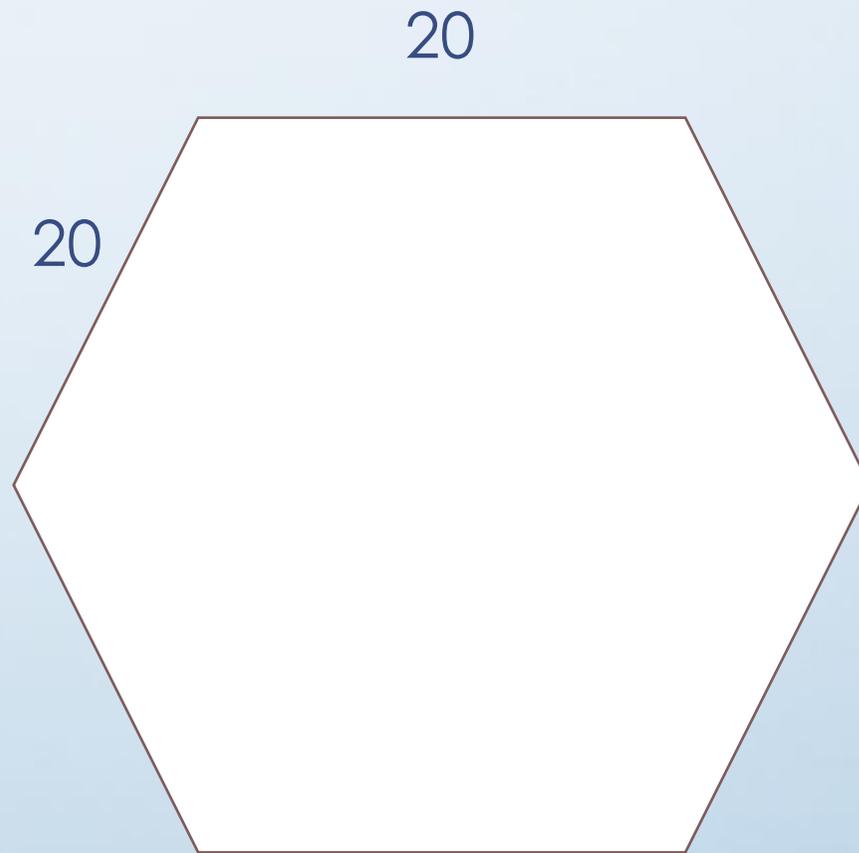
### 3. Квадрат

30

30

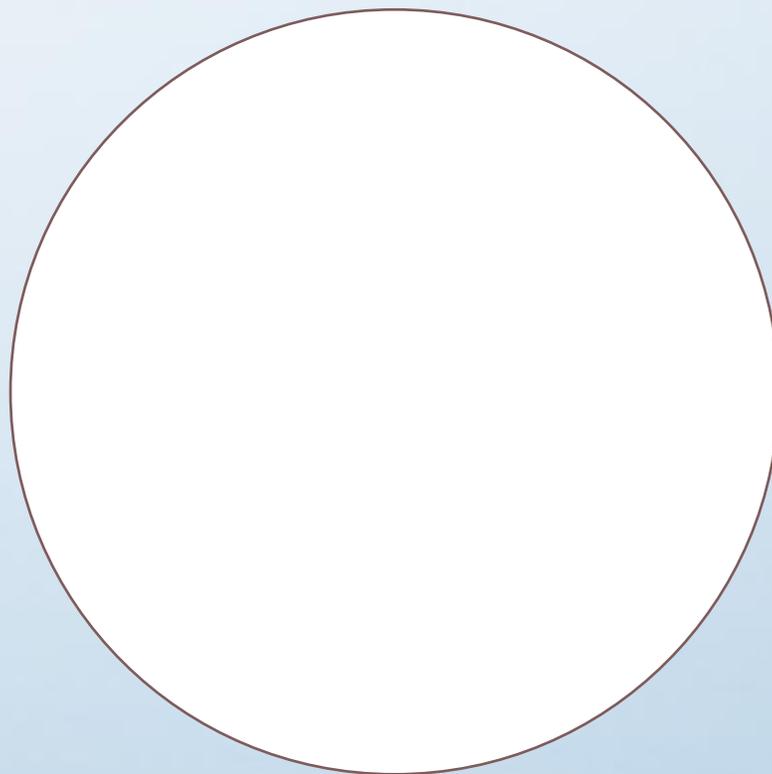


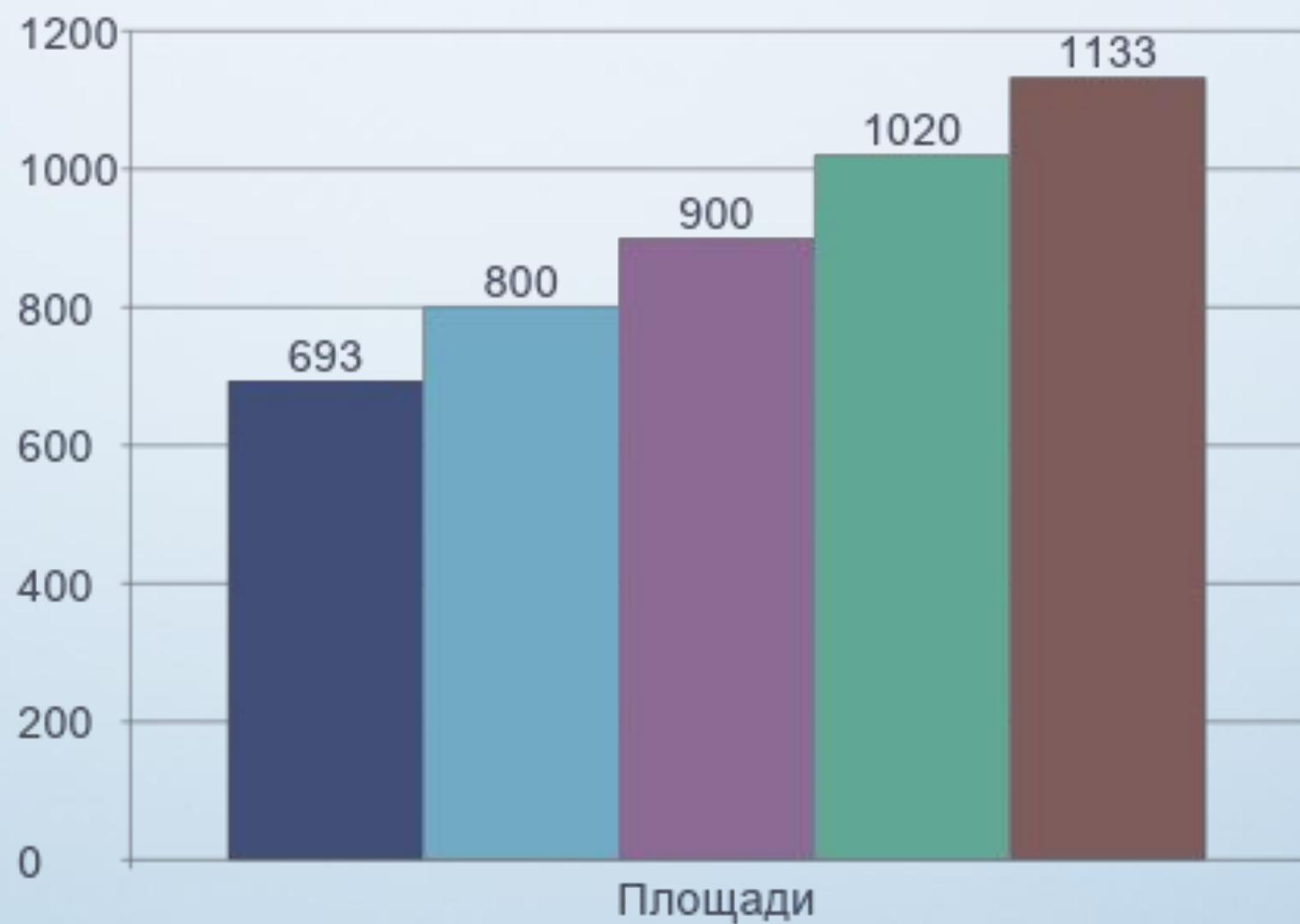
## 4. Шестиугольник



## 5. Круг

$$L = 120$$





- равносторонний треугольник
- прямоугольник
- квадрат
- правильный 6-угольник
- круг

# Решение задач

## Задача 1.

Рассчитать территорию, которую заняла Дидона.  
Приблизительная площадь бычьей шкуры - 35800 см<sup>2</sup>.

### **Решение:**

Разрежем ее на полоски шириной 0,5 см, тогда длина полуокружности равна будет 71600 см или 716 м.

$$C=2\pi R, \quad \frac{C}{2} = \pi R,$$

$$R=716:3,14 \approx 228(\text{м})$$

$$S_{\text{круга}}=\pi R^2,$$

$$S_{\text{круга}}=3,14 \cdot 228^2 \approx 163230(\text{м}^2)$$

$$S_{\text{полукруга}} = S_{\text{круга}}: 2 = 81615(\text{м}^2)$$

На площади 81615 м<sup>2</sup> действительно можно построить крепость.

## 2. Почему канализационный люк круглый?

Диаметр лаза люка в действующих стандартах близкий к 600 мм.

- при круглой форме длина окружности корпуса

$$C = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,3 = 1,88 \text{ м,}$$

- при квадратной форме  $P = 4 \cdot 0,6 = 2,4 \text{ м,}$
- площадь крышки круглой формы  $S = \pi r^2 = 0,28 \text{ м}^2,$
- площадь крышки квадратной формы  $S = a^2 = 0,36 \text{ м}^2.$



### 3. Задача Пахома

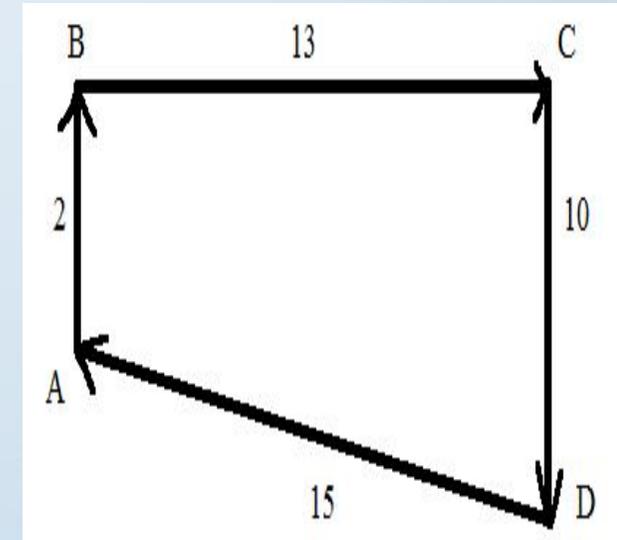
Крестьянин Пахом, который мечтал о собственной земле и собрал, наконец, желанную сумму, предстал перед требованием старшины:

«Сколько за день земли обойдешь, вся твоя будет за 1000р. Но если к заходу солнца не возвратишься на место, с которого вышел, пропали твои деньги».

Выбежал утром Пахом, прибежал на место и упал без чувств, обежав четырехугольник периметром  $P=40$  км.

$$P=AB+BC+CD+AD=40$$

$$S=(2+10)/2*13=78$$



Периметр $P$	40	40	40	40	40	40
Стороны						
$a$	1	2	5	6	8	10
$b$	19	18	15	14	12	10
Площадь $S$	19	36	75	84	96	100

# Итоги

Для достижения цели нами были проведены эксперименты, решены задачи и обоснована изопериметрическая проблема: среди геометрических фигур на плоскости с равными периметрами наибольшую площадь имеет круг.

Изопериметрические задачи - это не только пример старинной математики, но и задачи, которые встречаются каждому из нас в реальной жизни.

Спасибо за внимание!