

Решение полных квадратных уравнений

Квадратное уравнение

- Квадратным уравнением называется уравнение вида $ax^2+bx+c=0$, где x - переменная, a , b и c - некоторые числа, причем $a \neq 0$.

Решение квадратного уравнения

Для решения квадратных уравнений применяют *дискриминант квадратного уравнение*(D), который вычисляется по формуле $D=b^2-4ac$.

Формула корней квадратного уравнения:
 $x = (-b \pm \sqrt{D}) / 2a$, где $D = b^2 - 4ac$

Возможные случаи зависимости от значения дискриминанта

1. Если $D > 0$, то уравнение имеет **2** корня;
2. Если $D = 0$, то уравнение имеет один единственный корень;
3. Если $D < 0$, то уравнение корней не имеет.

Алгоритм решения квадратного уравнения

1. Вычислить дискриминант и сравнить его с нулём;
2. Если дискриминант положителен или равен нулю, то воспользоваться формулой корней, если дискриминант отрицателен – корней нет.

Теорема Виета

- Для решения квадратных уравнений, где $a=1$ (такие уравнения называют приведёнными квадратными уравнениями), применима теорема Виета:

Сумма корней приведённого квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

Пример

Решим уравнения:

- 1) $-2x^2 + 7x = 9$
- 2) $x^2 - 6(x - 4) - 4x + 1 = 0$
- 3) $2(x^2 - 40) = -x^2 + 6(x + 4) + 1$

Решение

- $-2x^2+7x=9$
- $-2x^2+7x-9=0 \mid \cdot(-1)$
- $2x^2-7x+9=0$
- $D = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = 49 - 72 = -23$
- Ответ: нет корней.

Решение(выделением квадратного двучлена)

- $x^2 - 6(x-4) - 4x + 1 = 0$
- $x^2 - 6x + 24 - 4x + 1 = 0$
- $x^2 - 10x + 25 = 0$
- $(x-5)^2 = 0$
- $x - 5 = 0$
- $x = 5$
- Ответ: 5

Решение

- $2(x^2-40)=-x^2+6(x+4)+1$
- $2x^2-80=-x^2+6x+24+1$
- $2x^2-80+x^2-6x-24-1=0$
- $3x^2-6x-105=0$
- $D_1 = (-3)^2 - 3 \cdot (-105) = 9 + 315 = 324$
- $x_1 = (3-18)/3 = -5$
- $x_2 = (3+18)/3 = 7$
- Ответ: $-5; 7$