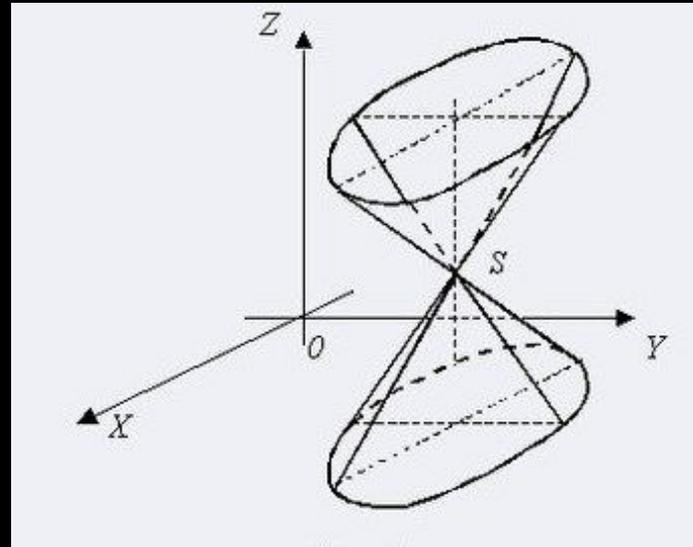


Конические
поверхности.
Поверхности вращения.

Конические поверхности

- Конической поверхностью называется поверхность, образованная прямыми — образующими конуса, — проходящими через данную точку — вершину конуса — и пересекающими данную линию — направляющую конуса.



- Пусть направляющая конуса задана уравнениями:

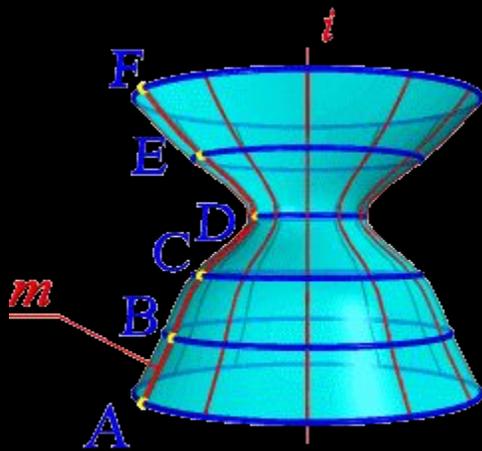
$$\begin{cases} F(x, y, z) = 0 \\ \Phi(x, y, z) = 0 \end{cases}, \quad (60)$$

- а вершина S конуса имеет координаты x_0, y_0, z_0 .
- Уравнения образующей запишем как уравнения прямой, проходящей через две точки $S(x_0, y_0, z_0)$ и $M(x, y, z)$, принадлежащие направляющей (60):

$$\frac{X - x_0}{x - x_0} = \frac{Y - y_0}{y - y_0} = \frac{Z - z_0}{z - z_0}, \quad (61)$$

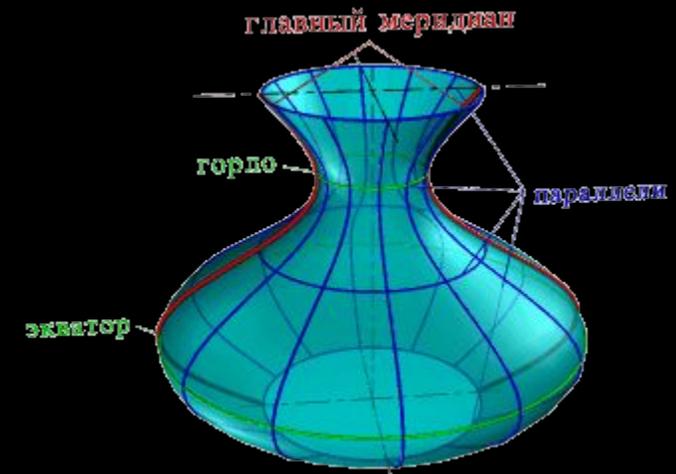
- где X, Y, Z - текущие координаты точек образующих.
- Исключая из уравнений (60) и (61) x, y, z , получим уравнение относительно переменных X, Y, Z , т.е. уравнение конической поверхности.

Поверхности вращения



- Поверхности вращения – это поверхности созданные при вращении образующей m вокруг оси i (рис.96).
- Геометрическая часть определителя состоит из двух линий: образующей m и оси i

- Алгоритмическая часть включает две операции:
- 1. на образующей m выделяют ряд точек A, B, C, \dots, F ,
- 2. каждую точку вращают вокруг оси i .
- Так создается каркас поверхности, состоящей из множества окружностей, плоскости которых расположены перпендикулярно оси i . Эти окружности называются параллелями; наименьшая параллель называется горлом, наибольшая – экватором.
- Из закона образования поверхности вращения вытекают два основных свойства:
 1. Плоскость перпендикулярная оси вращения, пересекает поверхность по окружности – параллели.
 2. Плоскость, проходящая через ось вращения, пересекает поверхность по двум
- симметричным относительно оси линиям – меридианам.
- Плоскость, проходящая через ось параллельно фронтальной плоскости проекции называется плоскостью главного меридиана, а линия, полученная в сечении, – главным меридианом.



- Для вывода уравнения поверхности вращения необходимо выбрать систему координат. Чтобы уравнение поверхности вращения выглядело проще, ось вращения принимают за одну из координатных осей.
- Пусть в координатной плоскости Oyz задана кривая L уравнением $F(Y, Z)=0$
- Вращаем кривую L вокруг оси Oy . Получим некоторую поверхность.

ПОВЕРХНОСТИ.

Тогда $|\overline{MN}| = \sqrt{x^2 + z^2}$, $|MN| = |M_1N|$

, но $|M_1N| = \pm Z$ т.к. если взять точку M_1 с отрицательной аппликатой, то $|M_1N| = -Z$

Следовательно, имеем $Y = y$, $Z = \pm\sqrt{x^2 + z^2}$ и координаты точки $M(x, y, z)$ удовлетворяют уравнению

$$F(y, \pm\sqrt{x^2 + z^2}) = 0.$$

- Уравнение $F(y, \pm\sqrt{x^2 + z^2}) = 0$ и есть искомое уравнение поверхности вращения.
- Таким образом, чтобы получить уравнение поверхности, образованной вращением линии L , лежащей в плоскости Oyz , вокруг оси Oy , нужно в уравнении этой линии заменить z на $\pm\sqrt{x^2 + z^2}$.
- Аналогичные правила будут иметь место и по отношению к уравнениям поверхностей, полученных вращением плоских линий вокруг других координатных осей.

Источники информации:

- <http://graph.power.nstu.ru/wolchin/umm/Graphbook/book/001/038/01.htm>
- <http://vm.psati.ru/online-math-sem-1/page-2-10-01.html>

Над презентацией работали:

- Соломатова Дарья
- Боргоякова Кристина
- Плаксин Никита
- Шурко Андрей
- Турков Виталий
- Назмутдинов Кирилл

Спасибо за внимание! 😊