

*Определители второго и
третьего порядка.*

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ 1.

ОПРЕДЕЛИТЕЛИ 2-го И 3-го ПОРЯДКОВ

- **О п р е д е л е н и е 1.** Определителем квадратной матрицы A второго порядка или – определителем второго порядка) называется число, обозначаемое:

- $$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \quad (\text{или } |A|)$$

- и вычисляемое по формуле:

- $$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \quad (1)$$

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ 1.

ОПРЕДЕЛИТЕЛИ 2-го И 3-го ПОРЯДКОВ

- **О п р е д е л е н и е 2.** Определителем квадратной матрицы A третьего порядка (или – определителем третьего порядка) называется число, обозначаемое:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad (\text{или } |A|)$$

- и вычисляемое по формуле:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \quad (2)$$

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ 1.

ОПРЕДЕЛИТЕЛИ 2-го И 3-го ПОРЯДКОВ

- **Замечание 1.** Определитель третьего порядка может быть вычислен не только по формуле (2), называемой разложением определителя по элементам первой строки.
- 1) Для вычисления определителя третьего порядка можно воспользоваться правилом разложения определителя по элементам любой строки (столбца) матрицы A.
- При этом элементы выбранной строки (столбца) берут со знаками, указанными в следующей схеме:

$$\begin{vmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{vmatrix}$$

- то есть знак «+» ставят у тех элементов a_{ij} , для которых сумма индексов $i+j$ есть число четное, «-» – сумма индексов $i+j$ есть число нечетное.

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ 1.

ОПРЕДЕЛИТЕЛИ 2-го И 3-го ПОРЯДКОВ

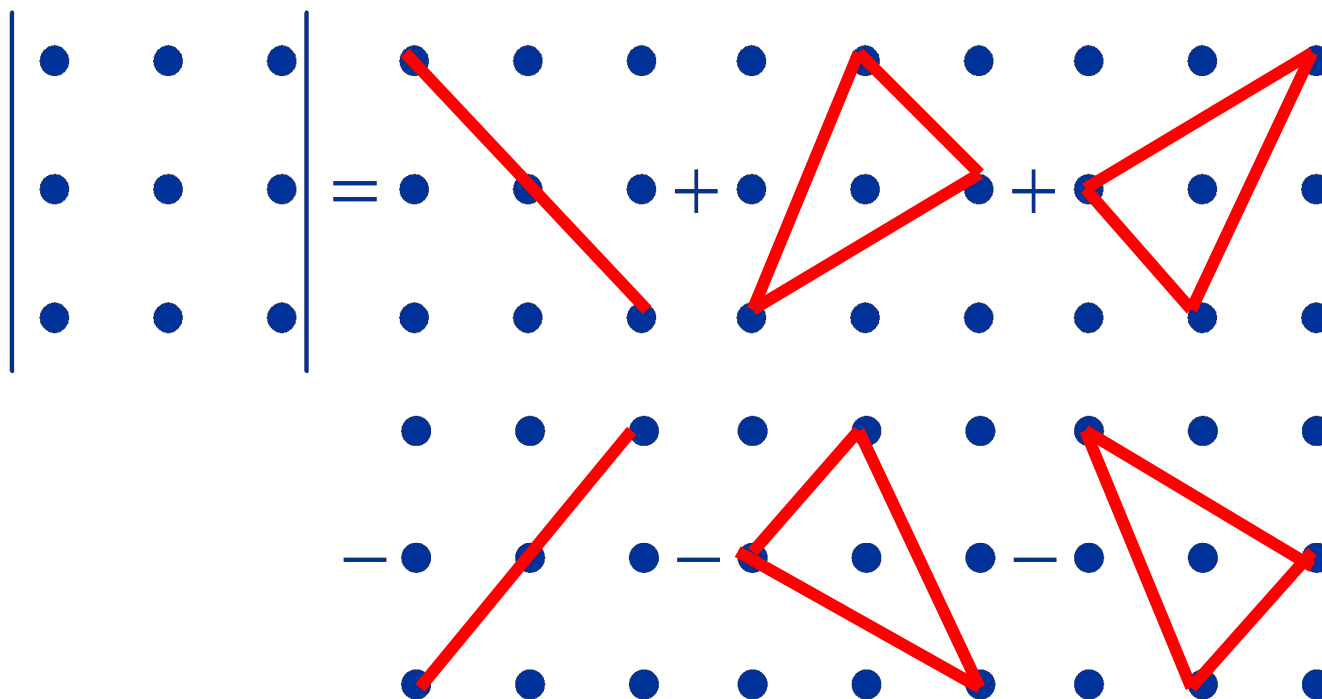
- **Например**, выбрав для разложения *вторую строку* определителя, получим формулу разложения определителя третьего порядка по элементам второй строки:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = -a_{21} \cdot \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{22} \cdot \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{23} \cdot \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ 1.

ОПРЕДЕЛИТЕЛИ 2-го И 3-го ПОРЯДКОВ

- 2) Для вычисления определителя третьего порядка можно воспользоваться правилом треугольников:

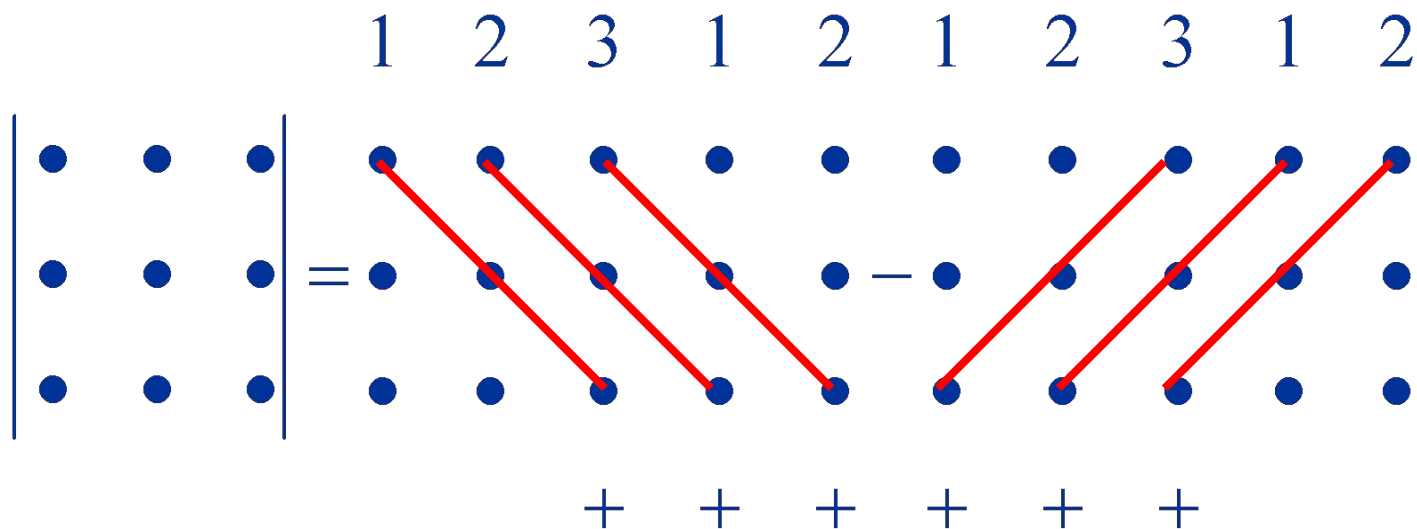


где выделенные элементы нужно перемножить.

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ 1.

ОПРЕДЕЛИТЕЛИ 2-го И 3-го ПОРЯДКОВ

- 3) Определитель третьего порядка равен сумме шести слагаемых, получаемых перемножением элементов, попавших на параллельные линии матрицы, полученной из исходной матрицы A приписыванием к ней справа дополнительно первых двух столбцов матрицы A :



ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ 1.

ОПРЕДЕЛИТЕЛИ 2-го И 3-го ПОРЯДКОВ

- 4) Определитель третьего порядка равен сумме шести слагаемых, получаемых перемножением элементов, попавших на параллельные линии матрицы, полученной из исходной матрицы A приписыванием к ней снизу дополнительно первых двух строк матрицы A :

$$\begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} = \begin{matrix} 1 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 2 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 3 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 2 & \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix} + \begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix}$$

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ

2. ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ КВАДРАТНОЙ МАТРИЦЫ

- **Определение 3.** Каждой квадратной матрице A порядка n (где $n \geq 1$) ставится в соответствие число, называемое определителем матрицы A , обозначаемое $|A|$, вычисляемое по правилу:

$$|a_{11}| = a_{11};$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12};$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix};$$

и так далее:

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ

Свойства определителя:

- 1. *Определитель не меняется при замене в нем всех строк соответствующими (по номеру) столбцами;*
- 2. *Определитель равен нулю, если содержит нулевую строку или нулевой столбец;*
- 3. *Определитель равен нулю, если содержит две одинаковые строки или два одинаковых столбца;*

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ

Свойства определителя:

- 5. *Определитель изменит знак на противоположный, если в нем поменять местами любые две строки или столбца (то есть применено элементарное преобразование первого типа);*
- 6. *Определитель не изменится, если в нем заменить строку суммой этой строки и некоторой другой, вспомогательной, предварительно умноженной на какое-либо число (то есть применено элементарное преобразование второго типа);*
- 7. *Если строку (столбец) определителя умножить на некоторое число (то есть применено элементарное преобразование третьего типа), то определитель умножится на это число.*

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ

Примеры:

- Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 4 & 3 & -1 \\ 2 & -2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 4 & 3 & -1 \\ 2 & -2 & 5 \end{vmatrix} &= 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + 6 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = \\ &= (3 \cdot 5 - (-2) \cdot (-1)) - 2 \cdot (4 \cdot 5 - 2 \cdot (-1)) + 6 \cdot (4 \cdot (-2) - 2 \cdot 3) = \\ &= (15 - 2) - 2 \cdot (20 + 2) + 6 \cdot (-8 - 6) = 13 - 44 - 84 = -115. \end{aligned}$$

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ

Примеры:

- **Способ II** (присоединение двух дополнительных строк):

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 4 & 3 & -1 \\ 2 & -2 & 5 \\ 1 & 2 & 6 \\ 4 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 3 \cdot 5 + 4 \cdot (-2) \cdot 6 + 2 \cdot 2 \cdot (-1) - 6 \cdot 3 \cdot 2 - \\ - (-1) \cdot (-2) \cdot 1 - 5 \cdot 2 \cdot 4 = 15 - 48 - 4 - \\ - 36 - 2 - 40 = -115.$$

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ

Примеры:

- Пример. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 7 & 4 \\ 5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$$

Решение. **Способ I** (правило треугольников):

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 7 & 4 \\ 5 & 3 & -3 \end{vmatrix} = 1 \cdot 7 \cdot (-3) + (-2) \cdot 4 \cdot 5 + 0 \cdot 3 \cdot 3 - 5 \cdot 7 \cdot 3 - \\ - 3 \cdot 4 \cdot 1 - 0 \cdot (-2) \cdot (-3) = -21 - 40 - 105 - 12 = -178$$