



Методы решений логарифмических уравнений

Методические рекомендации

Златоустовский педагогический колледж

Медведева Л.Е.

Полезная информация

- Членам НМС
- Разработчикам КИМ
- Экспертам ПК регионов
- Преподавателям вузов и осузов
- Учителям школ
- Родителям и учащимся



Подписаться
на рассылку новостей

Свойства логарифмов

$$1^\circ \log_a 1 = 0$$

$$3^\circ \log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

$$2^\circ \log_a a = 1$$

$$4^\circ \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$5^\circ \log_a x^p = p \log_a x$$

1. Найдите корень уравнения: $\log_5(5 - x) = 2$.

Решение.

$$\log_5(5 - x) = 2$$

$$5 - x = 5^2$$

$$5 - x = 25$$

$$x = -20$$

Метод решения:
по определению логарифма

Ответ : -20.

2. Найдите корень уравнения: $\log_9(-4 + x) = 3$.

Решение.

$$\log_9(-4 + x) = 3$$

$$-4 + x = 9^3$$

$$-4 + x = 729$$

$$x = 733$$

Метод решения:
по определению логарифма

Ответ : 733.

3. Найдите корень уравнения: $\log_6(5 - x) = \log_6 1$.

Решение.

$$\log_6(5 - x) = \log_6 1$$

Потенцируя, получаем:

$$5 - x = 1$$

$$x = 4 \notin \text{ОДЗ}$$

Метод решения:
потенцирование

ОДЗ:

$$13 + x > 0$$

Ответ : 4.

4. Найдите корень уравнения: $\log_5 (13 + x) = \log_5 8$.

Решение.

Метод решения:
потенцирование

$$\log_5 (13 + x) = \log_5 8$$

Потенцируя, получаем:

ОДЗ:

$$13 + x = 8$$

$$13 + x > 0$$

$$x = -5 \in \text{одз}$$

Ответ : -5.

5. Найдите корень уравнения:

Решение.

Метод решения:
потенцирование

$$\log_7 (x + 9) = \log_7 (2x - 11)$$

Потенцируя, получаем:

ОДЗ:

$$x + 9 = 2x - 11$$

$$\begin{cases} x + 9 = 2x - 11 \\ x + 9 > 0 \end{cases}$$

$$x = 20 \notin \text{ОДЗ}$$

Ответ : 20.

6. Найдите корень уравнения: $\log_{\frac{1}{4}}(12 - 4x) = -3.$

Решение. $\log_{\frac{1}{4}}(12 - 4x) = -3$

$$12 - 4x = \left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$$

$$12 - 4x = 64$$

$$x = -13$$

Метод решения:
по определению логарифма

Ответ : -13.

7. Найдите корень уравнения: $\log_4(16 - 2x) = 2\log_4 3.$

Решение. $\log_4(16 - 2x) = 2\log_4 3$

ОДЗ : $\log_4(16 - 2x) = \log_4 3^2$

$16 - 2x > 0$ Потенцируя, получаем :

$$16 - 2x = 9$$

$$x = 3,5 \notin \text{ОДЗ}$$

Метод решения:
потенцирование

Ответ : 3,5.

8. Найдите корень уравнения:

$$\log_7(x^2 - 4x) = \log_7(x^2 + 1)$$

Решение.

$$\log_7(x^2 - 4x) = \log_7(x^2 + 1)$$

Потенцируя, получаем:

$$x^2 - 4x = x^2 + 1$$

$$-4x = 1$$

$$x = -0,25$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x^2 - 4x > 0 \\ x^2 + 1 > 0 \end{cases}$$

Ответ : - 0,25.

9. Найдите корень уравнения:

$$\log_2(7 + 6x) = \log_2(7 - 6x) + 2.$$

Решение.

$$\log_2(7 + 6x) = \log_2(7 - 6x) + 2$$

$$\log_2(7 + 6x) = \log_2(7 - 6x) + \log_2 4$$

$$\log_2(7 + 6x) = \log_2 4(7 - 6x)$$

Потенцируя, получаем:

$$7 + 6x = 28 - 24x$$

$$30x = 21$$

$$x = 0,7.$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 7 + 6x > 0, \\ 7 - 6x > 0; \end{cases}$$

Ответ : 0,7.

10. Найдите корень уравнения: $\log_{x-1} 81 = 2$.

Решение.

Метод решения:
по определению логарифма

1 способ:

$$\log_{x-1} 81 = 2$$

$$(x-1)^2 = 81$$

$$x-1 = 9 \quad \text{или} \quad x-1 = -9$$

$$x = 10 \in \text{ОДЗ} \quad x = -8 \notin \text{ОДЗ}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x-1 > 0, \\ x-1 \neq 1; \end{cases}$$

2 способ:

$$\log_{x-1} 81 = 2$$

$$\log_{x-1} 9^2 = 2$$

$$2 \log_{x-1} 9 = 2$$

$$\log_{x-1} 9 = 1$$

$$x-1 = 9$$

$$x = 10.$$

Ответ : 10.

11. Найдите корень уравнения:

$$\log_{81} 3^{2x-3} = 3.$$

Решение.

ОТВЕТ : 7,5.

$$\log_{81} 3^{2x-3} = 3$$

$$\log_{3^4} 3^{2x-3} = 3$$

$$\frac{(2x-3)}{4} \log_3 3 = 3$$

$$\frac{2x-3}{4} = 3$$

$$2x-3 = 12$$

$$x = 7,5$$

12. Найдите корень уравнения:

$$2^{\log_4 (2x+6)} = 4.$$

Решение.

ОТВЕТ : 5.

$$2^{\log_4 (2x+6)} = 4$$

$$2^{\log_4 (2x+6)} = 2^2$$

$$\log_4 (2x+6) = 2$$

$$2x+6 = 4^2$$

$$x = 5$$