бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Вологодской области
«Череповецкий лесомеханический техникум им. В.П.Чкалова»

38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)

Аналогии в математике и литературе

Научно-исследовательская работа
по дисциплинам: Математика. Литература. Родная литература
.

Выполнили: студентки группы БУ-11
Иванова Анжелика, Крылова Ксения

Руководители:
Белихина М.Е. преподаватель математики,
Яковлева Е.А преподаватель русского языка
и литературы

Номинация в конкурсе: гуманитарные и
социально-экономические дисциплины,
математический и естественнонаучный цикл

Череповец
2020г.

… Я больше всего дорожу аналогиями, моими верными учителями. Они знают все секреты природы и ими меньше всего следует пренебрегать.

Ян Кеплер

<u>АНАЛОГИЯ</u> **– (греч. *analogia* – соответствие сходство) сходство предметов (явлений, процессов) в каких-либо свойствах.**

Содержание работы

Приступая к исследованию, мы ставили перед собой цель – рассмотреть геометрические и математико-гуманитарные аналогии.

Нами были выдвинуты следующие гипотезы:

1)сочетание изучения естественно-научных дисциплин с гуманитарными, помогает усваивать знаковую информации математики при помощи литературных образов;
2) между фольклором и математикой существуют аналогии;
3) между математикой и поэзией существуют аналогии;
4) между математикой и песней существуют аналогии.

Задачи исследования:
Изучить учебную, методическую, энциклопедическую литературу.
Определить сущность аналогии и ее виды.
Выделить признаки сравниваемых объектов, находящихся во взаимной зависимости, через доказательство теорем и решение задач.
Установить аналогии между математическими и литературными объектами.
Привести примеры парных задач на плоскости и в пространстве.

В качестве исследования мы рассмотрели литературные произведения (загадки, песни, стихотворения и пр.) сквозь призму математических знаний, нашли то, что объединяет их с математикой (установили ассоциацию по схожести), интерпретировали математику языком литературы.

<u>Объект исследования</u> – геометрические аналогии в учебниках геометрии 9, 10 и 11 классов на примере треугольника и тетраэдра; некоторые образцы литературного и песенного искусства.

<u>Предмет исследования</u> – треугольник и тетраэдр, фольклор и математика, математика и поэзия, математика и песня.

АНАЛОГИЯ

Простая аналогия

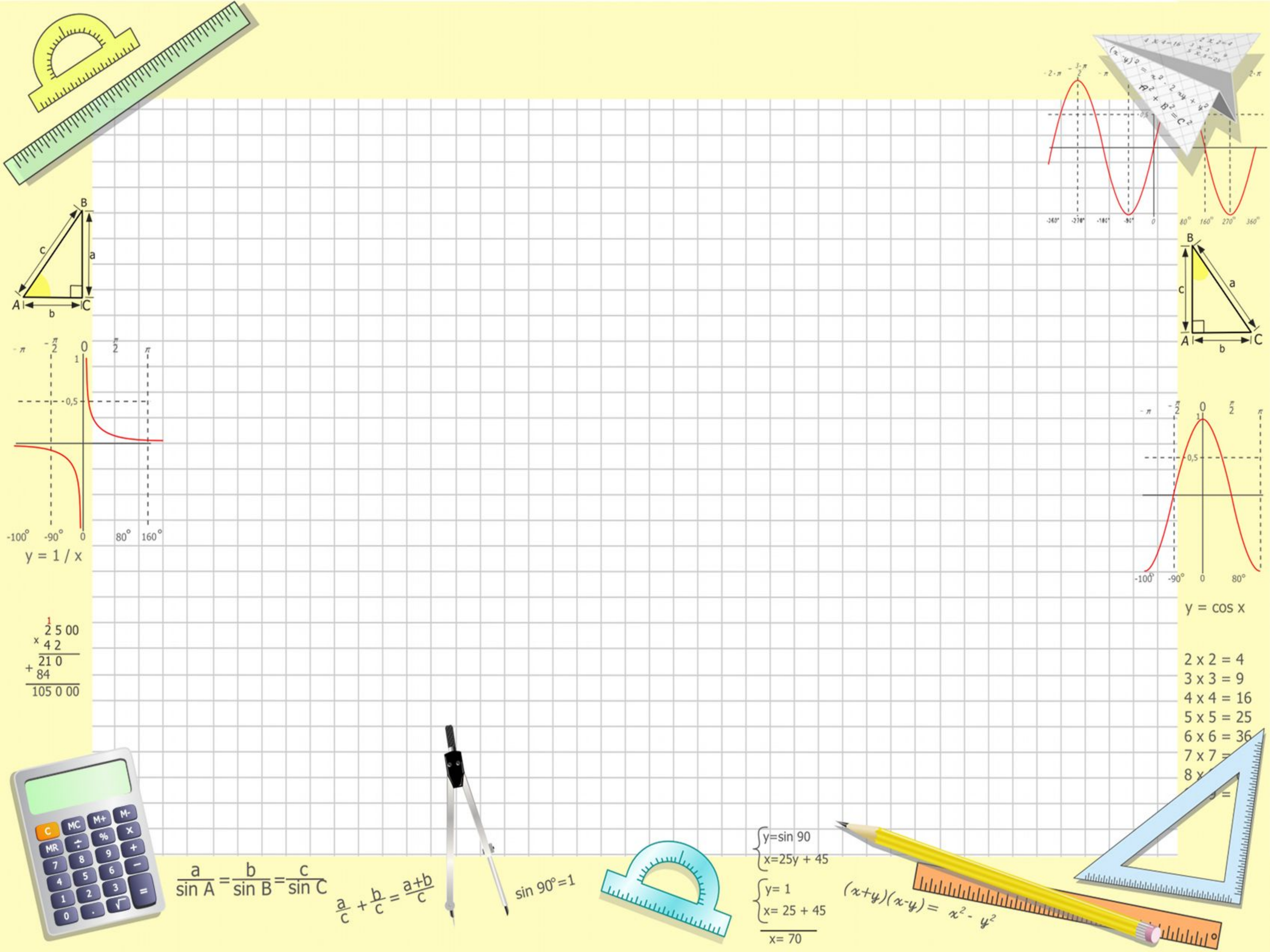
При которой по сходству объектов в некоторых признаках заключают их сходство в других признаках.

Распространенная аналогия

При которой из сходства явлений делают вывод о сходстве причин.

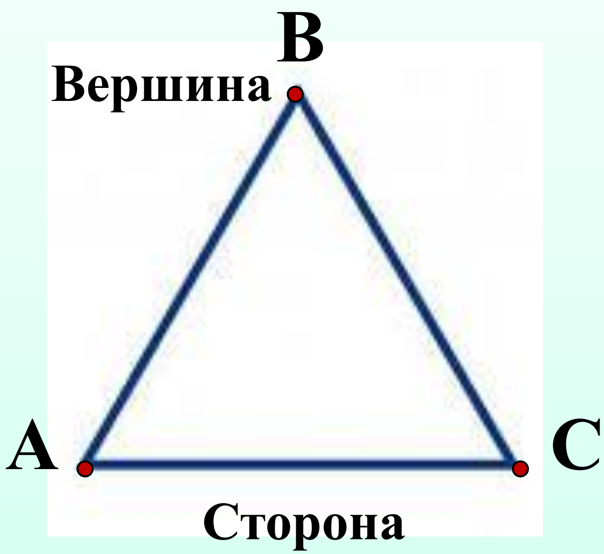
Строгая

Нестрогая

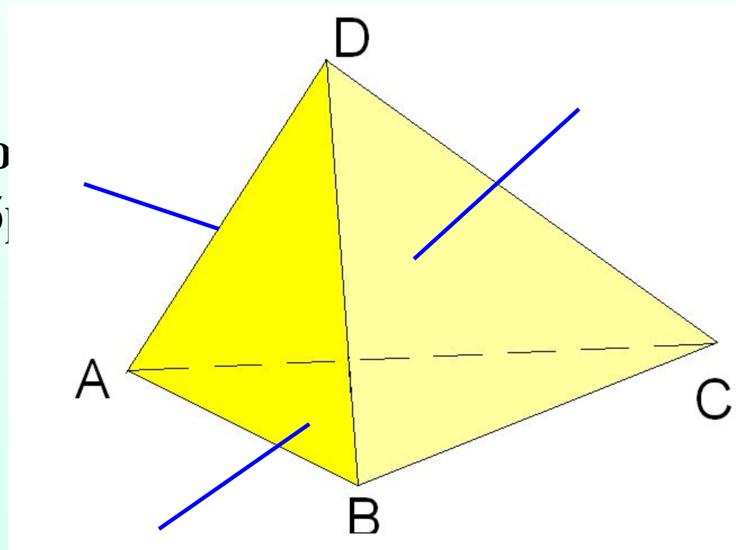


y = 1 / x
y = cos x
2 x 2 = 4
3 x 3 = 9
4 x 4 = 16
5 x 5 = 25
a / sin A = b / sin B = c / sin C
a/c + b/c = a+b / c
sin 90°=1
y=sin 90
x=25y + 45
y= 1
x= 25 + 45
x= 70
(x+y)(x-y)= x² - y²

Структурно-функциональный анализ треугольника и тетраэдра

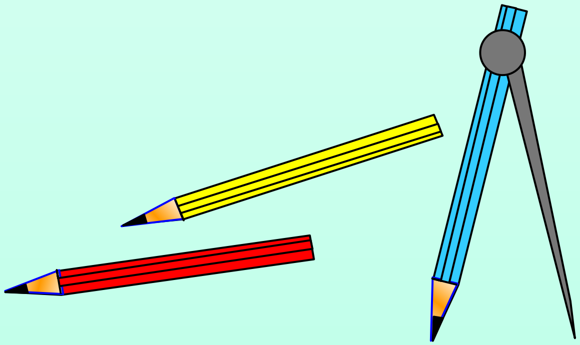


Боко
ребр



я

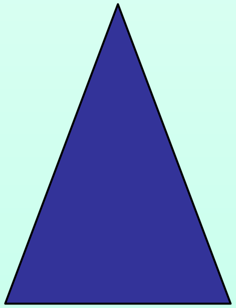
Основание



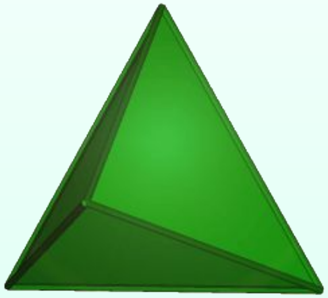
Виды треугольников и тетраэдров

Правильный треугольник

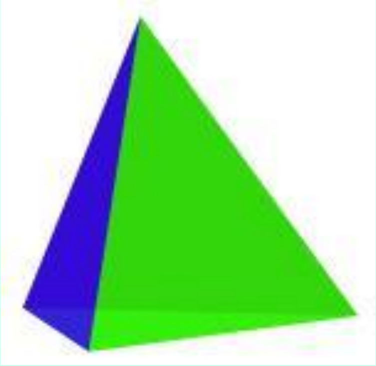
Равнобедренный треугольник



Правильный тетраэдр

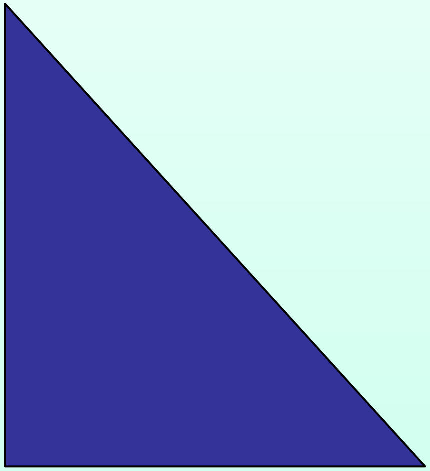


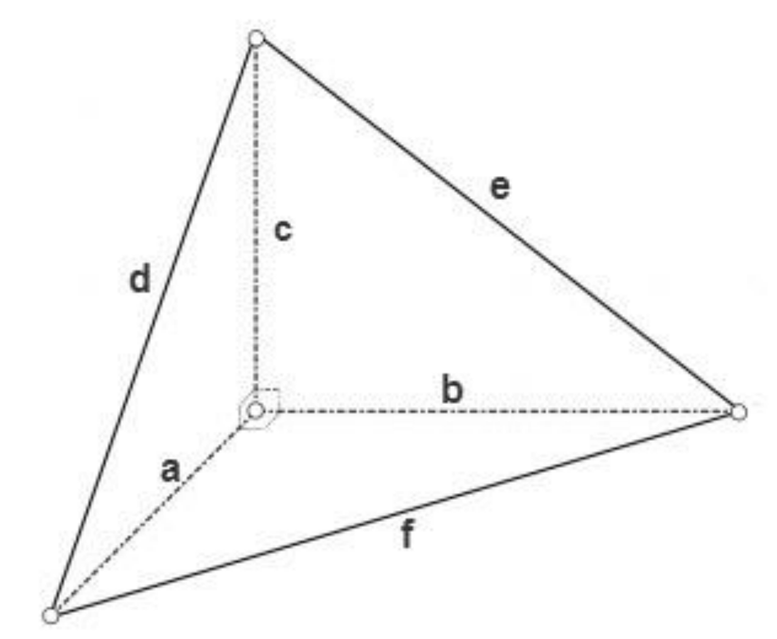
Правильная треугольная пирамида



Прямоугольный треугольник

Тетраэдр, в котором все три плоских угла при одной вершине прямые

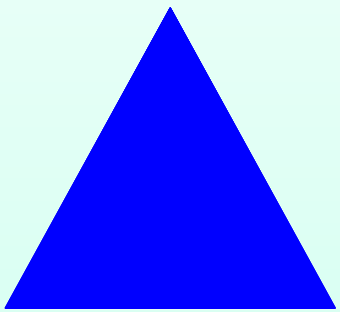


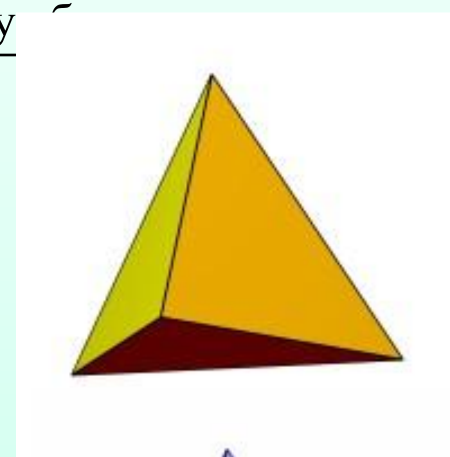


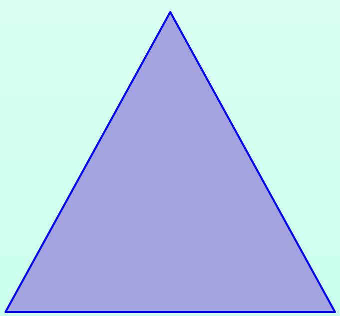
Признаки равенства треугольников и тетраэдров

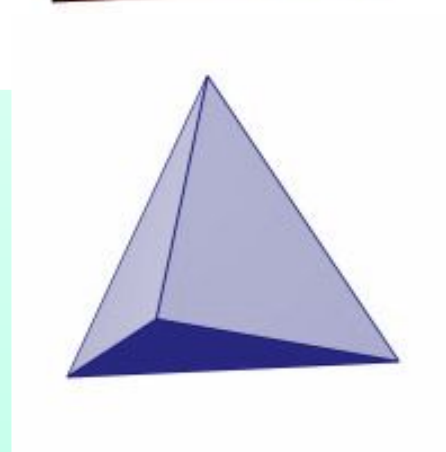
Равенство треугольников и тетраэдров определяются на основе понятия наложения:

Два треугольника называются равными, если их можно совместить наложением.	Две пирамиды называются равными, если они при вложении одной в другую могу





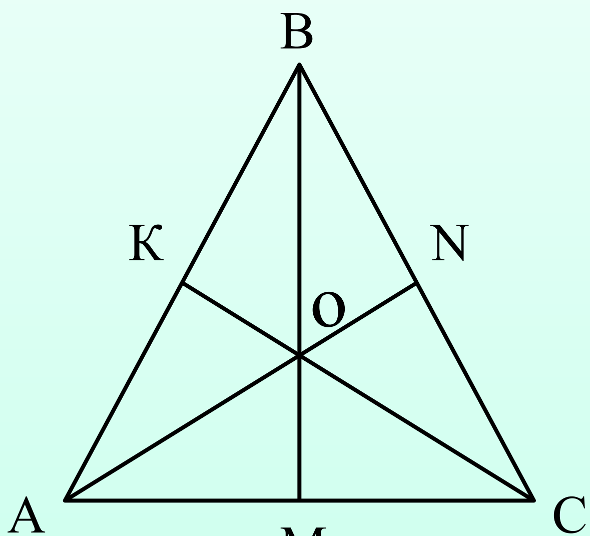


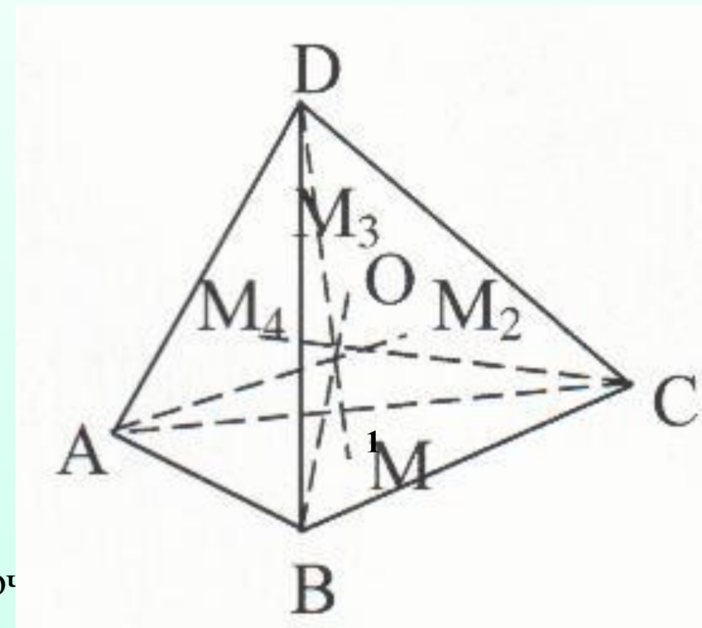


	Признаки равенства треугольников	Признаки равенства тетраэдров
I	Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.	Если в двух тетраэдрах соответственно равны две грани и двугранный угол между ними, то такие тетраэдры равны или симметричны.
II	Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.	Два тетраэдра равны или симметричны, если они имеют по равному ребру, прилежащему к соответственно равным трехгранным углам.
III	Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.	Два тетраэдра равны или симметричны, если они имеют по шесть равных ребер, и в обоих тетраэдрах равные элементы располагаются в одном и том же порядке (так, что трем ребрам, лежащим в одной грани или выходящим из одной вершины, соответствуют три равных им ребра, также лежащие в одной грани или выходящие из одной вершины).

Эмпирические исследования треугольника и тетраэдра

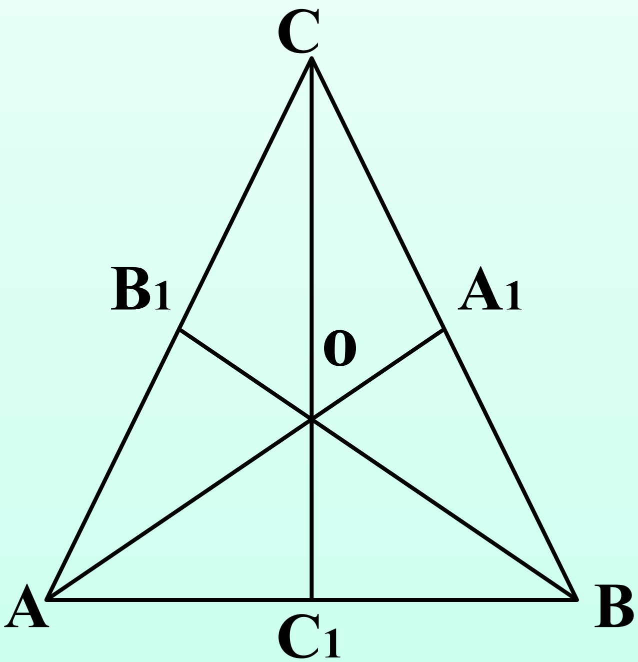
	Теоремы о замечательных точках треугольника	Стереометрические аналогии теорем о замечательных точках треугольника
I	Высоты треугольника или их продолжения пересекаются в одной точке.	Плоскости, проходящие через ребра трехгранного угла перпендикулярно к противолежащей грани, пересекаются по одной прямой.
II	Медианы треугольника пересекаются в одной точке.	Плоскости, проходящие через биссектрисы плоских углов каждой грани трехгранного угла и противолежащего им ребра, пересекаются по одной прямой.
III	Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке, которая удалена от сторон углов треугольника на одинаковое расстояние.	Биссекторные плоскости двугранных углов трехгранного угла пересекаются по одной прямой, и каждая точка этой прямой удалена от граней трехгранного угла на одно и то же расстояние.

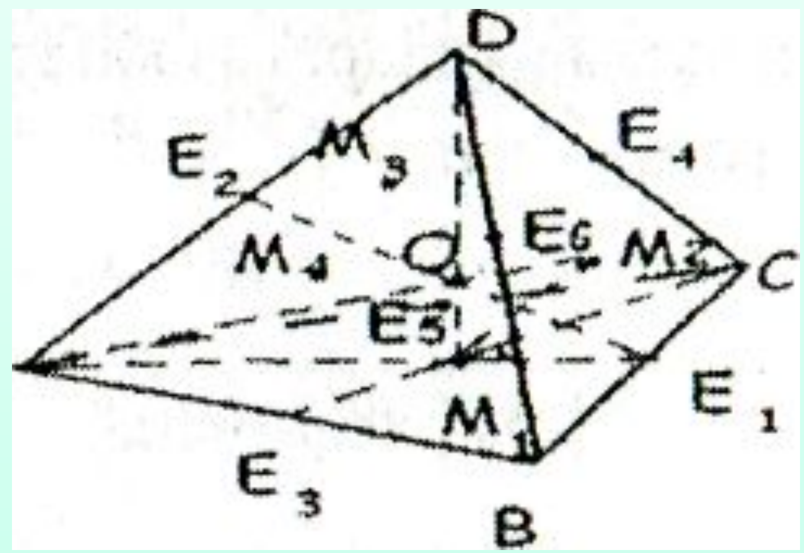
<table>
<tr>
<td>● Отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны, называется медианой треугольника.</td>
<td>● Отрезок, соединяющий вершину тетраэдра с точкой пересечения медиан противоположной грани, называется медианой тетраэдра.</td>
</tr>
<tr>
<td>

Отрезки BM, CK, AN – медианы треугольника</td>
<td>Точ


медиан граней. Отрезки AM_2, DM_1, BM_3, CM_4 – медианы тетраэдра</td>
</tr>
</table>

Свойство медиан треугольника	Свойство медиан тетраэдра
Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении 2:1, считая от вершин.	Четыре медианы тетраэдра пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении 3:1, считая от вершин.





Доказательство:

1. Рассмотрим произвольный ΔABC.

МедианыAA_1, BB_1, CC_1пересекаются в точке O.

2. B_1A_1 – средняя линяя треугольника.

$B_1A_1 \parallel AB$, $<1=<2, <3=<4$.

$\Delta AOB \sim \Delta A_1OB_1$ (по двум углам)

3. $\frac{AO}{A_1O} = \frac{BO}{B_1O} = \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{1}{2}$. $AO = 2A_1O$, $BO + 2B_1O$.

$AO = 2A_1O$, $BO + 2B_1O$.

4. Аналогично доказывается, что точка пересечения медиан BB_1 и CC_1 делит каждую из них в отношении 2 : 1, считая от вершины, и, следовательно совпадает с точкой O.

Все три медианы ΔABC пересекаются в точке O и делятся ею в отношении 2 : 1, считая от вершины

Доказательство:

1. Отрезки DM_1 и AM_2 принадлежат плоскости ADE_1.

Отрезки DM_1 и AM_2 пересекаются в точке O.

2. $M_1M_2 \parallel AD$

$\Delta AE_1D \sim \Delta M_1E_1M_2$, значит,

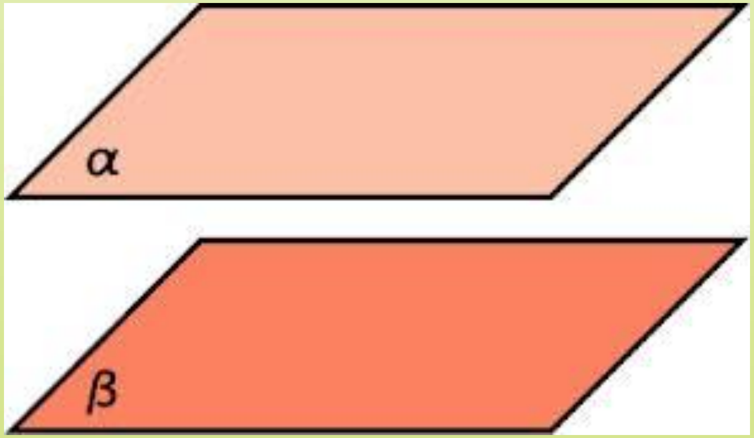
$$\frac{M_1M_2}{AD} = \frac{M_1E_1}{AE_1} = \frac{1}{3}$$

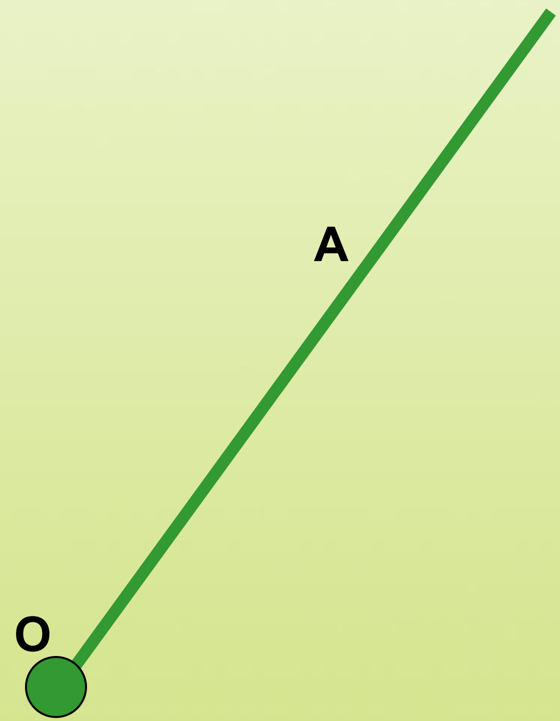
3. $\Delta M_1OM_2 \sim \Delta DOA$, значит,

$$\frac{M_1O}{DO} = \frac{OM_2}{AO} = \frac{1}{3}$$

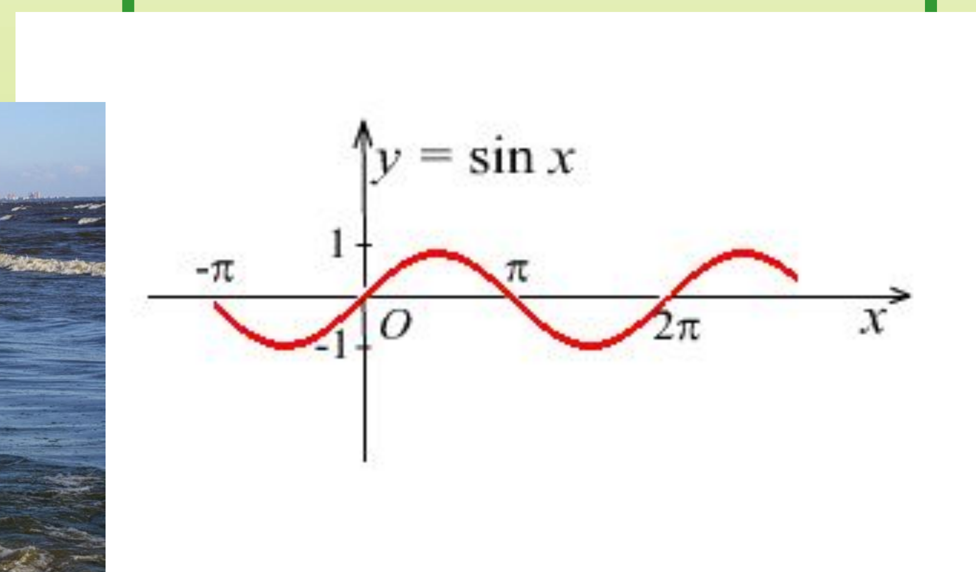
4. Повторив рассуждения для ΔBE_5D и ΔCE_3D, получим, что отрезок BM_3 и CM_4 пересекают отрезок DM_1 в точке, делящей его в отношении 3 : 1, считая от вершины, то есть в точке O.

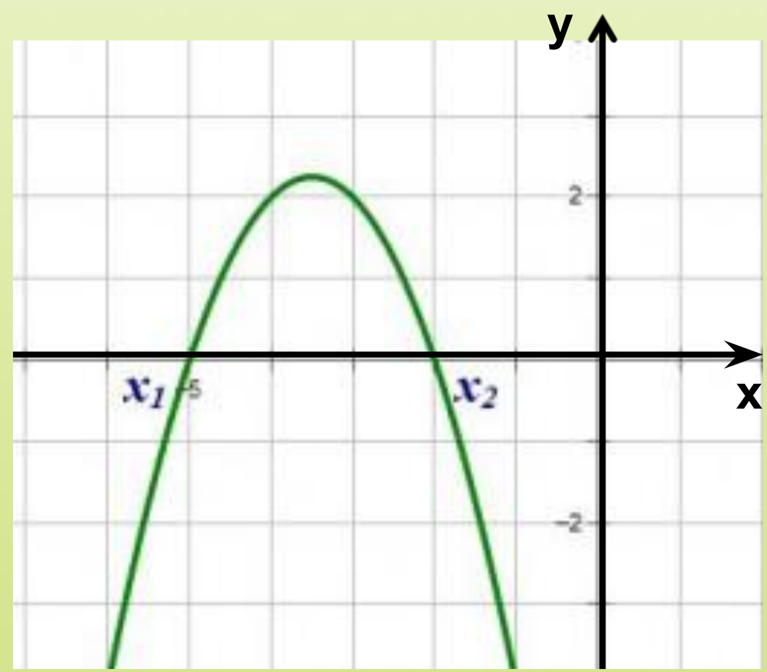
$BM_3 : CM_4 = 3 : 1$.

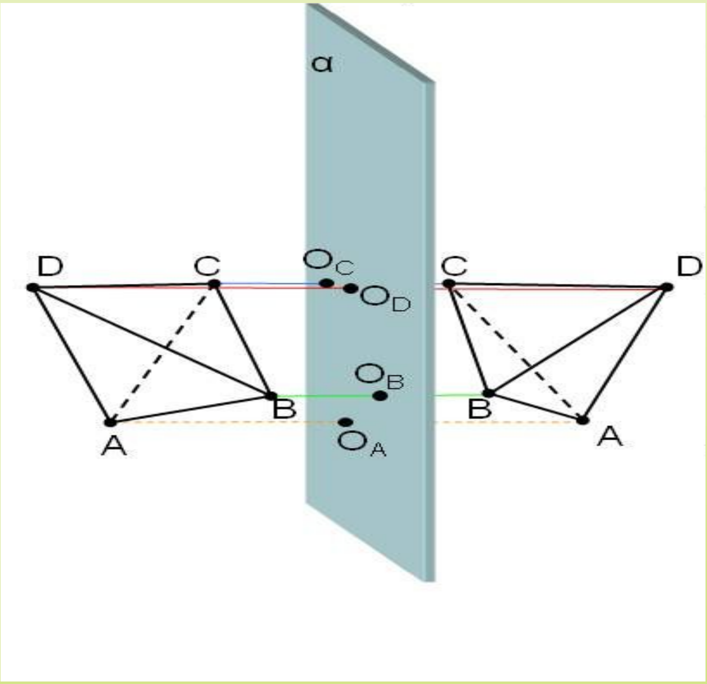
Фольклорный объект	Математический объект
Загадка Два быка бодаются, Вместе не сойдутся. **Отгадка** Небо и земля 	Параллельные плоскости 

Фольклорный объект	Математический объект
Загадка Придёт в дом, не выгонишь колом Пора придёт – сам уйдёт. **Отгадка** Солнечный луч 	**Луч** 

Фольклорный объект	Математический объект
<u>Загадка</u> **По морю идёт, а** **Как на берег выползет,** **Тут и пропадёт.** **<u>Отгадка</u>** **Волна** **(форма графика)**	**Синусоида** **(косинусоида)**



Фольклорный объект	Математический объект
<u>Загадка</u> **Разноцветное коромысло над рекою повисло.** **<u>Отгадка</u>** **Радуга** **(имеет форму параболы с ветвями, направленными вниз)** 	**Парабола** 

Фольклорный объект	Математический объект
<u>**Загадка**</u> **Перед нами вверх ногами,** **перед тобой – вверх головой.** <u>**Отгадка**</u> **Отражение в воде** 	**Симметрия относительно плоскости** **(зеркальная симметрия)** 

Поэтический объект

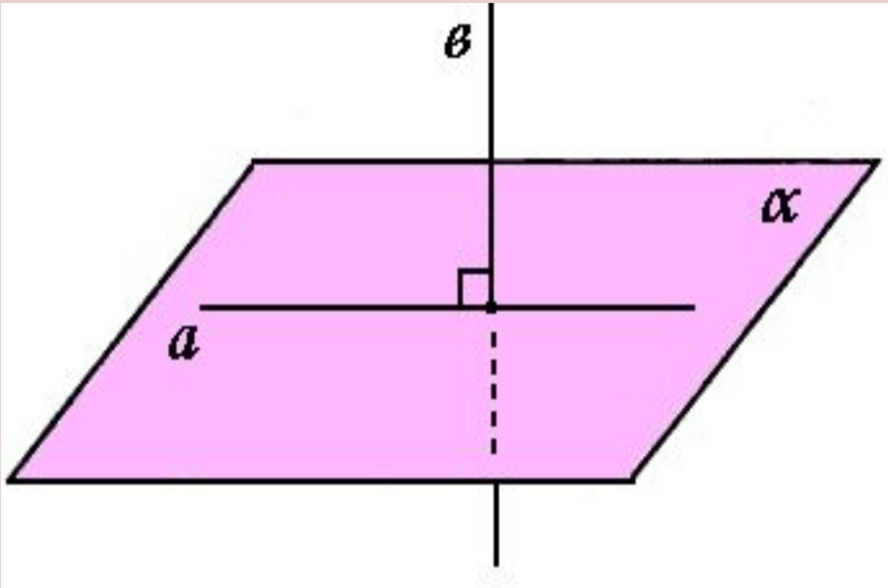
… А вы, друзья,
Как ни садитесь,
Все в музыканты не годитесь.

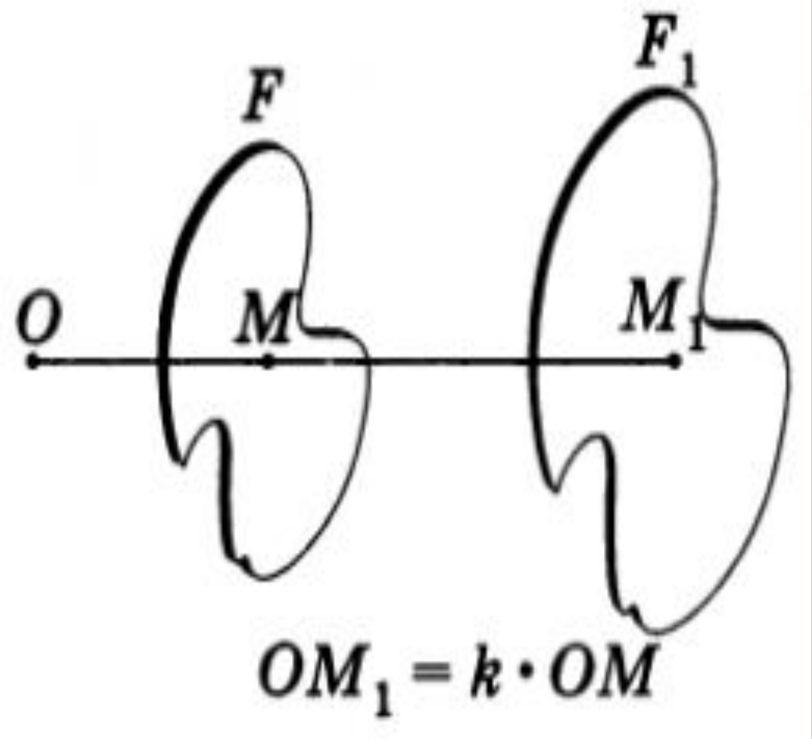
И.А. Крылов

Математический объект

От перестановки мест слагаемых сумма не изменяется.

$$a + b = b + a$$

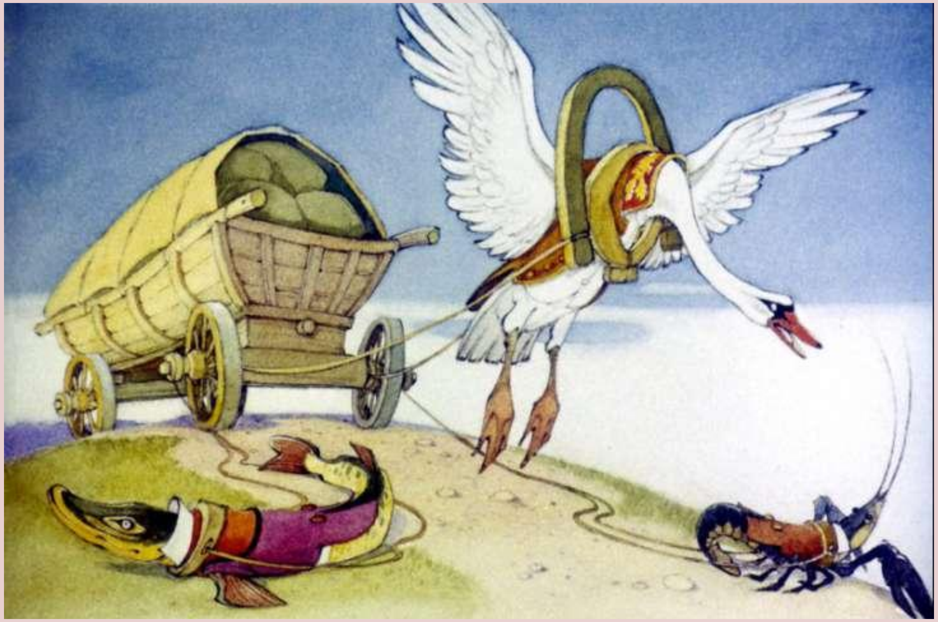
Поэтический объект	Математический объект
Снег на крыше, на крылечке. Солнце в небе голубом. В нашем доме топят печки, В небо дым идёт столбом. С.Я. Маршак 	Перпендикуляр к плоскости (дым перпендикулярен плоскости неба и земли) 

Поэтический объект	Математический объект
Вот в одинаковых платьях, как сёстры, Бабочки сели в траву отдыхать. То закрываются книжечкой пестрой, То, раскрываясь, несутся опять. С.Я. Маршак  	**Подобные фигуры** 

Поэтический объект

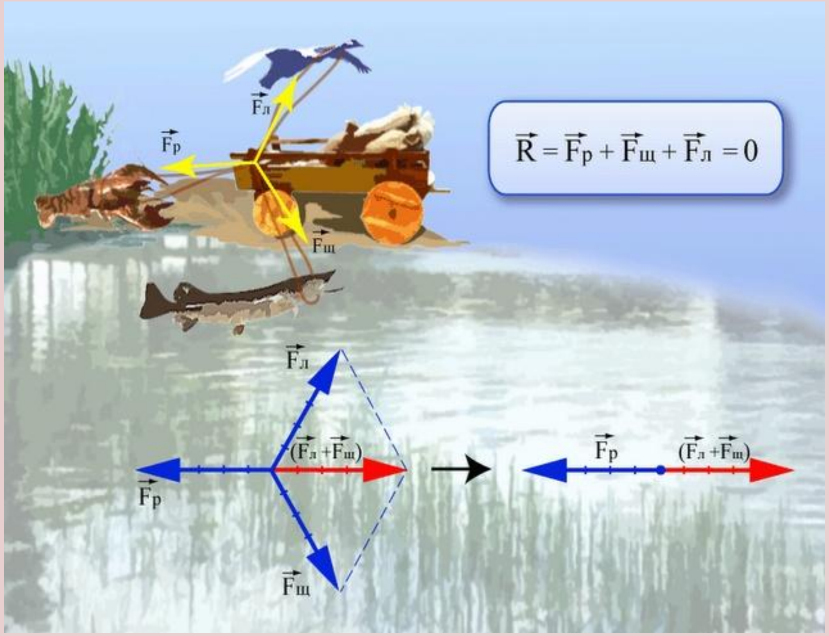
**Однажды Лебедь, Рак да Щука
Везти с поклажей воз взялись,
И вместе трое все в него впряглись,
Из кожи лезут вон, а возу всё нет ходу!**

И.А. Крылов

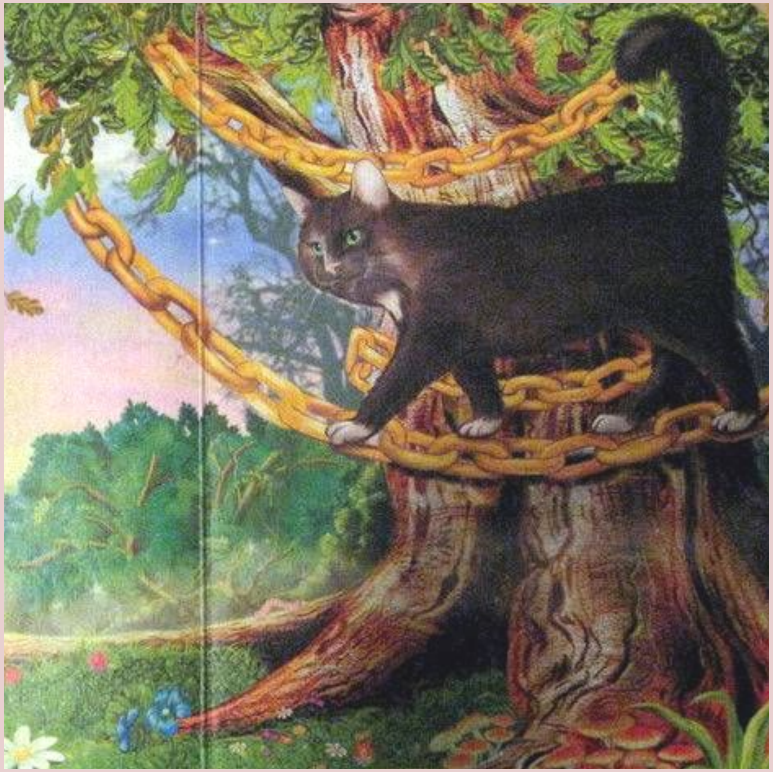


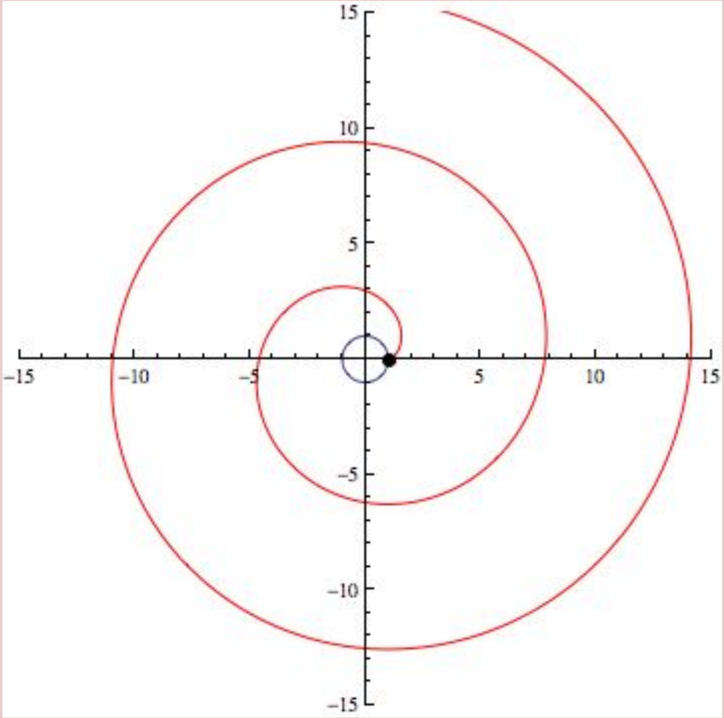
Математический объект

Некомпланарные векторы, сумма векторов (равнодействующая сил, действующих на воз, равна нулю)



Поэтический объект	Математический объект
У лукоморья дуб зелёный, Златая цепь на дубе том, И днём и ночью кот учёный Всё ходит по цепи кругом. А.С. Пушкин	Эвольвента круга (линия, которую описывает при движении кот)

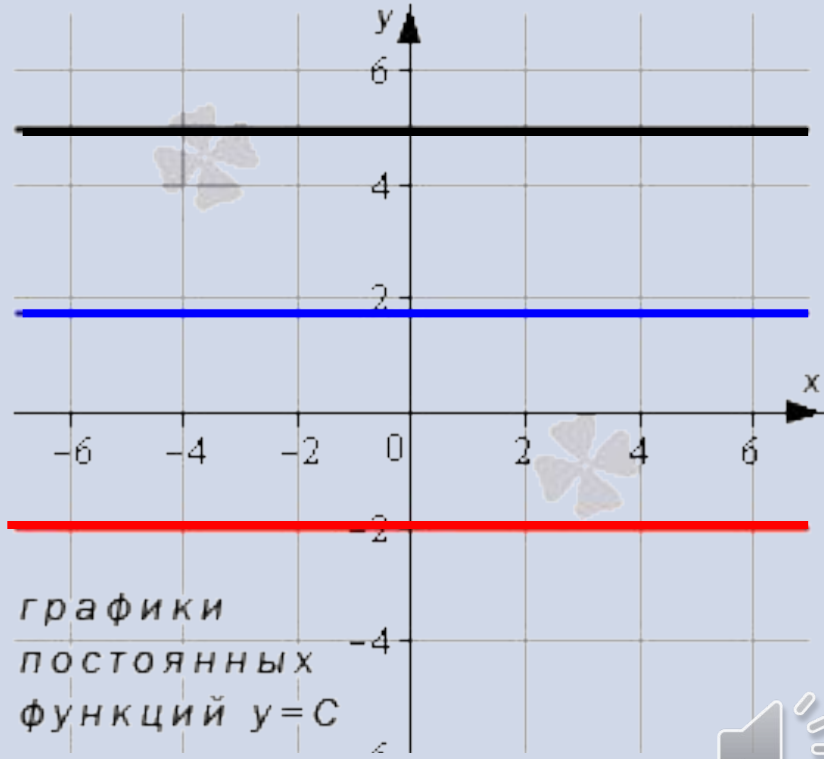




Песенный объект	Математический объект

… Чунга-чанга, постоянно
Жуй кокосы, ешь бананы,
Жуй кокосы, ешь бананы –
Чунга-чанга!

Постоянная функция

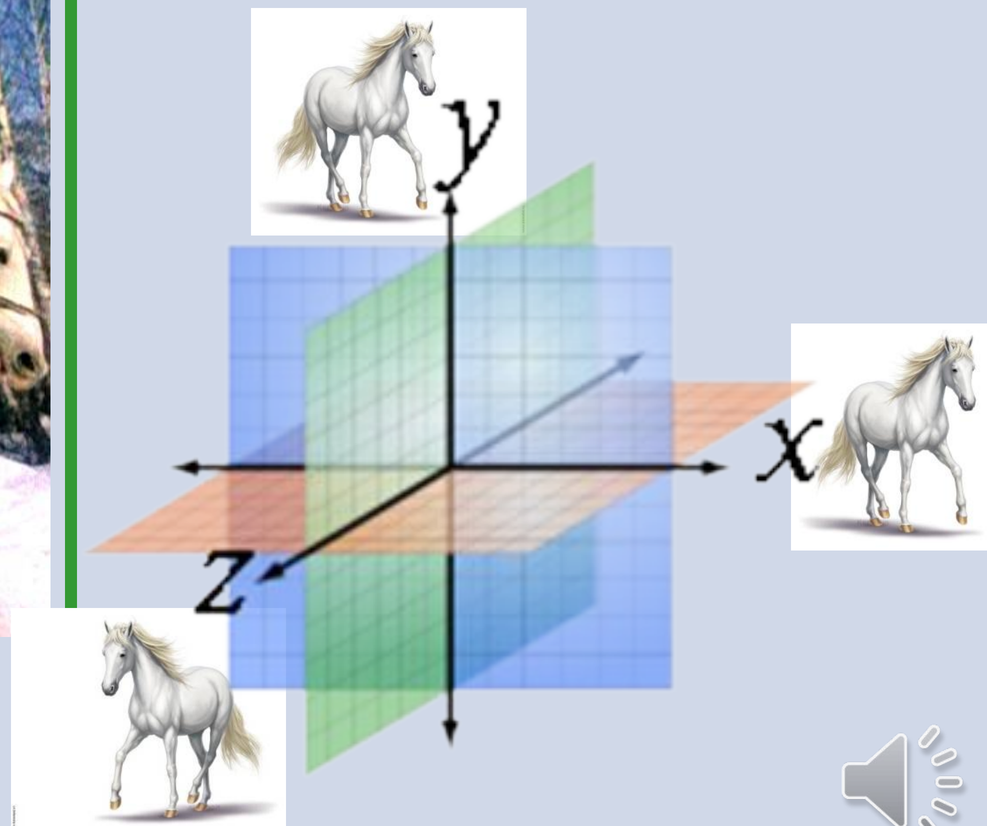


Песенный объект	Математический объект
Издалека долго Течёт река Волга, Течёт река Волга – Конца и края нет… 	Бесконечность 

Песенный объект	Математический объект

И уносят меня, и уносят меня
В звенящую снежную даль
Три белых коня, три белых коня
Декабрь, январь и февраль.

Система координат в пространстве



Песенный объект	Математический объект
Если с другом вышел в путь, Если с другом вышел в путь – Веселей дорога! 	Сонаправленные векторы (движутся в одну сторону) 

В результате нашего исследования, мы доказали верность своих гипотез.

В работе отражены не только аналогии в математике, но и аналогии между математикой и фольклором, математикой и поэзией, математикой и песней.

«Математик – это тот, кто умеет находить аналогии между утверждениями; лучший математик тот, кто замечает аналогии теорий; но можно себе представить и такого, кто между аналогиями видит аналогии»

Стефан Банах

Использованная литература

Атанасян, Л. С. Геометрия. 7-9 классы/ Л. С. Атанасян. – М.: Просвещение, 2003.

Атанасян, Л. С. Геометрия. 10-11 классы/ Л. С. Атанасян. – М.: Просвещение, 2010 – 206 с.

Видеман, Т.Н. Математика. 10-11 классы: рефераты/ Т.Н.Видеман. – Волгоград: Учитель, 2009. – 287 с.

Кучеров, В. Геометрические аналогии/ В. Кучеров. – М.: Бюро Квантум, 1995. – 128 с.

Панишева, О.В.Математика для гуманитариев.5-11 классы: опыт работы, уроки, внеклассные мероприятия/ О.В.Панишева. – Волгоград: Учитель, 2011. – 271 с.

Энциклопедический словарь юного математика. – М.: Педагоги–ка, 1989. – 352 с.

Ресурсы Интернета:

http://n-shkola.ru/arch/54.html

http://rudocs.exdat.com/docs/index-17734.html