

Делимость чисел

Делители и кратные

Признаки делимости на 10, 5, 2

Признаки делимости на 9 и 3

Простые и составные числа

Разложение на простые множители

Наибольший общий делитель

Наименьшее общее кратное

Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

Основное свойство дроби

Сокращение дробей

Приведение дробей к общему знаменателю

Сравнение, сложение, вычитание дробей

Сложение и вычитание смешанных чисел

ТРЕНАЖЕР
Сложение, вычитание дробей с разными знаменателями

ТРЕНАЖЕР
Сложение и вычитание смешанных чисел



Делителем натурального числа **a** называют натуральное число, **на которое** a делится без остатка.

Пример:

$D(18)$: 1, 2, 3, 6, 9, 18

$D(37)$: 1, 37

$D(25)$: 1, 5, 25

$D(6)$: 1, 2, 3, 6

$D(19)$: 1, 19

**КОНЕЧНОЕ
КОЛИЧЕСТВО**



Кратным натурального числа **a** называют натуральное число, которое **без остатка** делится **на a**.

Пример:

$K(8)$: 8, 16, 24, 32 ...

$K(11)$: 11, 22, 33, 44 ...

$K(48)$: 48, 96 ...

$K(99)$: 99, 198, 297 ...

**БЕСКОНЕЧНОЕ
КОЛИЧЕСТВО**



Пример:

1. Доказать, что число 70525 кратно числу 217.

$$70525 : 217 = 325$$

$$\begin{array}{r|l} 70525 & 217 \\ - 651 & 325 \\ \hline - 542 & \\ - 434 & \\ \hline - 1085 & \\ - 1085 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Делится нацело,
значит 70525 кратно
217.



Пример:

2. Доказать, что число 729 делитель числа 225261.

$$225261 : 729 = 309$$

$$\begin{array}{r|l} 225261 & 729 \\ -2187 & 309 \\ \hline 6561 & \\ -6561 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Делится нацело,
значит 729 делитель
числа 225261.





На 10: число оканчивается
цифрой **0**.

Примеры: $10 \equiv 10$; $100 \equiv 10$; $251 \equiv 10$



На 5: число оканчивается
цифрами
0 и 5.

Примеры: $10 \div 5$; $255 \div 5$; $161 \div 5$



На 2: число должно быть **четным**
(оканчивается на цифры 0, 2, 4, 6,
8).

Примеры: $32 \div 2$; $68 \div 2$; $51 \div 2$

Нечетные числа оканчиваются
цифрами 1, 3, 5, 7, 9.



№38.

Слагаемое	Слагаемое	Сумма
a	b	a + b
чет	неч (3)	неч (7)
⁽⁴⁾ чет	чет	чет
⁽⁶⁾ неч (5)	⁽²⁾ чет (4)	⁽⁸⁾ неч (9)
неч (1)	неч (7)	чет

Уменьшаемое	Вычитаемое	Разность
a	b	a - b
чет	неч (3)	неч (1)
⁽⁴⁾ чет	чет	чет
⁽⁶⁾ неч (5)	⁽²⁾ чет (4)	⁽⁴⁾ неч (1)
неч (7)	неч (1)	чет

Вывод: сумма и разность одинаковых по четности чисел четна,
разных по четности чисел – нечетна.





Простые числа имеют только 2 делителя (1 и само число).
(см. таблицу на форзаце учебника)

Составные числа имеют более 2 делителей.

Число 1 не является ни простым, ни составным.



Примеры:

Простые: 2, 3, 5, 7, ...

Составные: 4, 6, 8, 9, ...





На 9: если сумма цифр числа делится на 9, то и число делится на 9.

На 3: если сумма цифр числа делится на 3, то и число делится на 3.



Примеры: 1) 75432 $\div 3$ ($\div 9$), т.к.

$$7+5+4+3+2=21, 21 \div 3, 21 \div 9.$$

2) 2772825 $\div 3$ ($\div 9$), т.к.

$$2+7+7+2+8+2+5=33, 33 \div 3, 33 \div 9.$$

3) 5402070 $\div 3$ ($\div 9$), т.к.

$$5+4+2+7=18, 18 \div 3, 18 \div 9.$$





Любое число можно
разложить на простые
множители.



Примеры $216 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^3$

216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	



Примеры $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

60		2
30		2
15		3
5		5
1		





НОД (x , y) – это наибольшее натуральное число, на которое числа x и y делятся без остатка.

Пример:

Д(6): 1, 2, 3, 6

Д(12): 1, 2, 3, 4, 6, 12

$$\text{НОД}(6, 12) = 6$$



План нахождения НОД:

1. Разложить числа на простые множители.
2. Обвести в кружок одинаковые множители.
3. Найти их произведение – это и есть НОД.



Примеры: НОД(12; 18) $\Rightarrow 2 \cdot 3 = 6$

12		2	18		2
6		2	9		3
3		3	3		3
1			1		



Примеры: НОД(675; 825) $\neq 5 \cdot 5 \cdot 3 = 75$

675	5	825	5
135	5	165	5
27	3	33	3
9	3	11	11
3	3	1	
1			



Примеры: НОД(24; 35) 1

=

24		2	35		5
12		2	7		7
6		3	1		
2		2			
1					

Нет общих делителей, кроме 1.

Если у чисел нет общих множителей, кроме 1, то они называются **взаимно простые** (НОД(х, у)=1).





НОК (x, y)

– наименьшее натуральное число, которое кратно и x , и y .



План нахождения НОК:

1. Разложить числа на простые множители.
2. В НОК выписать наибольшее число.
3. Домножить выписанное число на недостающие множители из другого разложения.
4. Найти произведение.



Примеры: $\text{НОК}(6; 8) = 8 \cdot 3 = 24$

6		2
3		3
1		Недостаюци й множитель

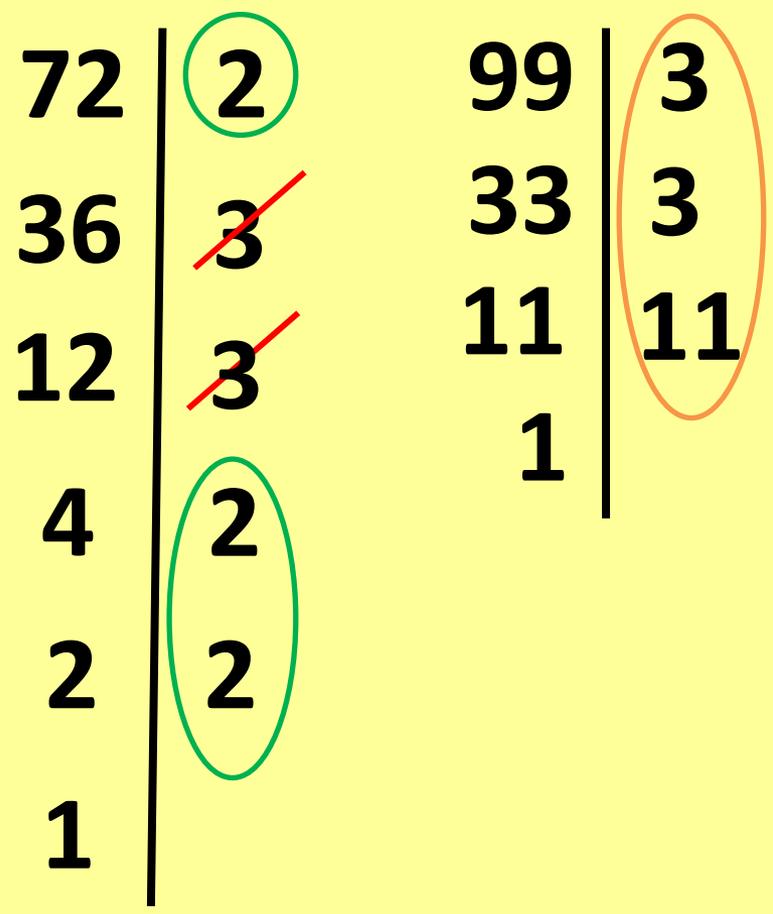
8		2
4		2
2		2
1		

выписал
и



$$\text{HOK}(72; 99) \quad 99 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 99 \cdot 8 = 792$$

=





HOK(34;51;68)

$$68 \cdot 3 = 204$$

=

34		2
17		17
1		

51		3
17		17
1		

68		2
34		2
17		17
1		



$$a = \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{5} \cdot \textcircled{5}$$

$$b = \textcircled{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5}$$

$$\text{HOK}(a, b) = \textcircled{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5} \cdot 5 = 2700$$

=





Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то получится равная ей дробь.



Примеры:

$$1) \quad \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6} \qquad \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{6}{9} \qquad \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} = \boxtimes$$

$$2) \quad \frac{20}{24} = \frac{20 : 2}{24 : 2} = \frac{10}{12} \qquad \frac{20}{24} = \frac{20 : 4}{24 : 4} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{20}{24} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$





НОД используется при
сокращении дробей



Примеры:

Сократить
дробь:

$$\frac{198}{1452} = \frac{\cancel{66} \cdot 3}{\cancel{66} \cdot 2 \cdot 11} = \frac{3}{22}$$

198	2	1452	2
99	3	726	2
33	3	363	3
11	11	121	11
1		11	11
		1	

НОД(198,1452)=2·3·11=66, значит числитель
знаменатель можно сократить на 66



Примеры:

Сократить
дробь:

$$\frac{56}{196} = \frac{\cancel{28} \cdot 2}{\cancel{28} \cdot 7} = \frac{2}{7}$$

56		2	196		2
28		2	98		2
14		2	49		7
7		7	7		7
1			1		

НОД(56, 196) = $2 \cdot 2 \cdot 7 = 28$, значит числитель
знаменатель можно сократить на 28



Примеры:

Сократить
дробь:

$$\frac{15}{25} = \frac{\cancel{3} \cdot 5}{\cancel{5} \cdot 5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{6} = \frac{\cancel{2} \cdot 1}{\cancel{2} \cdot 3} = \frac{1}{3}$$





Любые две дроби можно привести к одному и тому же знаменателю.

Наименьший общий знаменатель (НОЗ) равен НОК знаменателей дробей.



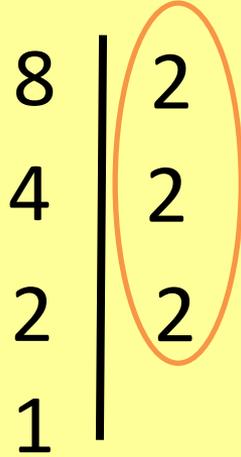
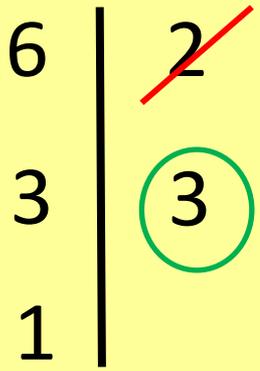
План приведения к НОЗ:

1. Найти НОК знаменателей дробей – это НОЗ.
2. Расставить дополнительные множители для всех дробей (НОЗ делим на знаменатели дробей).
3. Умножить числители дробей на дополнительный множитель.



Примеры: $\frac{1}{6}$ и $\frac{3}{8}$

$$\text{НОК}(6; 8) = 8 \cdot 3 = 24$$



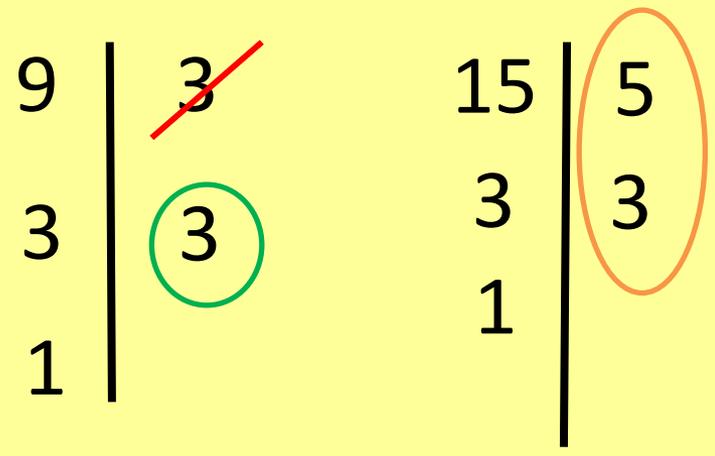
$$\begin{array}{l} 4 \\ \hline \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 4}{24} = \frac{4}{24} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3 \\ \hline \frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 3}{24} = \frac{9}{24} \end{array}$$



Примеры: $\frac{4}{9}$ и $\frac{7}{15}$

$$\text{НОК}(9; 15) = 15 \cdot 3 = 45$$



$$\frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 4}{45} = \frac{20}{45}$$

$$\frac{3}{15} = \frac{7 \cdot 3}{45} = \frac{21}{45}$$





План:

1. Привести дроби к НОЗ.
2. Сравнить (сложить, вычесть) полученные дроби.



Примеры: 1. Сравнить $\frac{1}{6}$ и $\frac{3}{8}$

$$\text{НОК}(6; 8) = 8 \cdot 3 = 24$$

$$\begin{array}{r|l} 6 & \cancel{2} \\ & \textcircled{3} \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ & 2 \\ & 2 \\ & 1 \end{array}$$

$$\overset{4}{\cancel{1}} \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 4}{24} = \frac{4}{24}$$

$$\frac{4}{24} < \frac{9}{24}$$

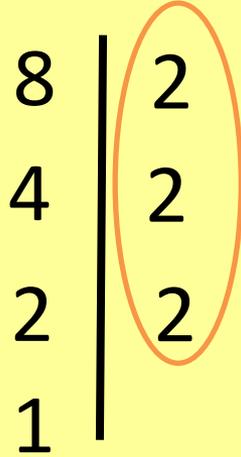
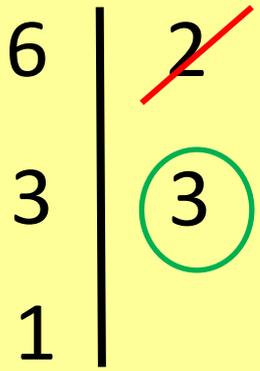
$$\overset{3}{\cancel{3}} \frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 3}{24} = \frac{9}{24}$$

$$\frac{1}{6} < \frac{3}{8}$$



Примеры: 2. $\frac{1}{6} + \frac{3}{8}$

$$\text{НОК}(6; 8) = 8 \cdot 3 = 24$$



$$\frac{\overset{4}{1}}{6} + \frac{\overset{3}{3}}{8} = \frac{1 \cdot 4}{24} + \frac{3 \cdot 3}{24} = \frac{4}{24} + \frac{9}{24} = \frac{13}{24}$$



Примеры: $2. \frac{3}{8} - \frac{1}{6}$

$$\text{НОК}(6; 8) = 8 \cdot 3 = 24$$

$$\begin{array}{r|l} 6 & \cancel{2} \\ 3 & \textcircled{3} \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 8 & \textcircled{2} \\ 4 & \textcircled{2} \\ 2 & \textcircled{2} \\ 1 & \end{array}$$

$$\frac{\overset{3}{\cancel{3}}}{8} - \frac{\overset{4}{\cancel{1}}}{6} = \frac{3 \cdot 3}{24} - \frac{1 \cdot 4}{24} = \frac{9}{24} - \frac{4}{24} = \frac{4}{24} = \frac{\cancel{4} \cdot 1}{\cancel{4} \cdot 6} = \frac{1}{6}$$





План сложения:

1. Привести дробные части чисел к НОЗ.
2. Отдельно выполнить сложение целых и дробных частей.
3. Если нужно – сократить дробь.
4. Если при сложении дробных частей получилась неправильная дробь, - выделить целую часть и прибавить к полученной целой части.



План вычитания:

1. Привести дробные части чисел к НОЗ.
2. Если дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, превратить ее в неправильную дробь, уменьшив на 1 целую часть.
3. Отдельно выполнить вычитание целых и дробных частей.



Примеры

$$3\frac{\cancel{2}}{7} + 5\frac{3}{14} = 3\frac{4}{14} + 5\frac{3}{14} = 8\frac{7}{14} = 8\frac{\cancel{7} \cdot 1}{\cancel{7} \cdot 2} = 8\frac{1}{2}$$

$$5\frac{\cancel{3}}{7} + 2\frac{\cancel{2}}{5} = 5\frac{21}{24} + 2\frac{10}{24} = 7\frac{31}{24} = 7 + \frac{31}{24} =$$

$$= 7 + 1\frac{7}{24} = 8\frac{7}{24}$$

$$7\frac{2}{9} + 4 = 11\frac{2}{9}$$

$$8\frac{\cancel{3}}{5} + \frac{1}{15} = 8\frac{9}{15} + \frac{1}{15} = 8\frac{10}{15} = 8\frac{\cancel{5} \cdot 2}{\cancel{5} \cdot 3} = 8\frac{2}{3}$$



Примеры

$$1 - \frac{3}{4} = \frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$7 - 1\frac{7}{8} = 6\frac{8}{8} - 1\frac{7}{8} = 5\frac{1}{8}$$

$$8\frac{3}{11} - 4 = 4\frac{3}{11}$$

$$5\frac{\cancel{4}}{15} - \frac{\cancel{3}}{20} = 5\frac{28}{60} - \frac{9}{60} = 5\frac{19}{60}$$

$$10\frac{\cancel{7}}{2} - 4\frac{9}{14} = 10\frac{7}{14} - 4\frac{9}{14} = 9\frac{21}{14} - 4\frac{9}{14} = 5\frac{12}{14} = 5\frac{6}{7}$$

$$7\frac{\cancel{3}}{5} - 3\frac{\cancel{4}}{2} = 7\frac{15}{36} - 3\frac{8}{36} = 4\frac{7}{36}$$





$$\frac{2}{5} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{12}$$

$$\frac{5}{9} - \frac{4}{27}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{8}$$

$$\frac{7}{10} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{9}$$

$$\frac{4}{5} + \frac{6}{25}$$

$$\frac{11}{12} - \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{7}$$

$$\frac{13}{15} - \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{4} + 0,5$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{13}{14} - \frac{5}{42}$$

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{16}$$

$$\frac{7}{12} + \frac{11}{18}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{8}$$

$$\frac{11}{30} + \frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{8} - \frac{5}{12}$$

$$\frac{11}{65} + \frac{2}{13}$$

$$0,6 + \frac{2}{5}$$



$$\frac{7}{12} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{7} + \frac{5}{14}$$

$$\frac{11}{15} - \frac{2}{5}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{9} + \frac{2}{9}$$

$$\frac{5}{24} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{12}{19} + \frac{7}{19}$$

$$\frac{5}{8} + \frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{20} - \frac{1}{50}$$

$$\frac{8}{51} + \frac{3}{17}$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$$

$$0,35 - \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{17}{20}$$

$$\frac{1}{7} - \frac{1}{14}$$

$$\frac{3}{10} + \frac{3}{4}$$

$$\frac{28}{57} - \frac{3}{19}$$

$$\frac{2}{25} + 0,02$$



$$\frac{3}{4} - \frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{5}{12}$$

$$\frac{5}{8} - \frac{3}{16}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{7}{10}$$

$$\frac{9}{17} + \frac{8}{17}$$

$$\frac{2}{7} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{7}{15} - \frac{1}{15}$$

$$\frac{2}{9} + \frac{7}{18}$$

$$\frac{14}{21} - \frac{4}{7}$$

$$\frac{4}{15} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{15} - \frac{1}{30}$$

$$\frac{3}{10} - \frac{2}{15}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{8}{9}$$

$$\frac{3}{5} + 0,4$$

$$\frac{23}{45} + \frac{13}{30}$$

$$\frac{8}{15} + \frac{3}{10}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{15}$$

$$\frac{7}{30} + \frac{3}{20}$$

$$\frac{1}{9} - \frac{1}{18}$$

$$\frac{3}{4} - 0,5$$





$$3\frac{1}{6} + 1\frac{1}{18}$$

$$2\frac{3}{7} - 1\frac{4}{7}$$

$$1,3 + 1\frac{1}{2}$$

$$2\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$$

$$4\frac{5}{14} + 1\frac{9}{14}$$

$$2\frac{7}{16} + 1\frac{9}{16}$$

$$1\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$$

$$2\frac{2}{5} + 1,5$$

$$4\frac{1}{6} - 2\frac{1}{18}$$

$$1\frac{5}{8} + 2\frac{7}{8}$$

$$3\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4}$$

$$1\frac{2}{4} + \frac{1}{2}$$

$$2,2 + \frac{4}{5}$$

$$6 - 1\frac{5}{7}$$

$$4\frac{1}{6} - 2\frac{5}{6}$$



$$5 - 3\frac{2}{9}$$

$$1\frac{5}{6} + \frac{1}{3}$$

$$4\frac{1}{4} - 2\frac{1}{8}$$

$$2\frac{2}{9} - 1\frac{4}{9}$$

$$3,6 + \frac{2}{5}$$

$$2\frac{1}{8} - 1\frac{1}{4}$$

$$1\frac{3}{5} + 0,5$$

$$5\frac{1}{7} - 3\frac{1}{14}$$

$$4 - 3\frac{4}{9}$$

$$3\frac{7}{15} + 1\frac{8}{15}$$

$$1\frac{11}{14} + 2\frac{5}{14}$$

$$8 - 5\frac{7}{8}$$

$$2\frac{1}{9} - 1\frac{1}{3}$$

$$1\frac{4}{5} + 0,3$$

$$3\frac{1}{6} - 2\frac{1}{12}$$

