

Что такое комбинаторика?

1. Комбинаторика – это наука о расположении элементов в определенном порядке и о подсчете числа способов такого расположения.
2. Комбинаторика — раздел математики, изучающий дискретные объекты, множества (сочетания, перестановки, размещения и перечисления элементов) и отношения на них.
3. Комбинаторикой называют область математики, которая изучает вопросы о числе различных комбинаций, которые можно составить из данных элементов.

Как всё начиналось...

- © Термин «комбинаторика» был введён в математический обиход Лейбницем, который в 1666 году опубликовал свой труд «Рассуждения о комбинаторном искусстве».



**известный немецкий учёный
Готфрид Вильгельм Лейбниц.
(1.07.1646 - 14.11.1716)**

- © Первоначально комбинаторика возникла в XVI в. в связи с распространением различных азартных игр.



Ученик Лейбница Якоб Бернулли, один из основателей теории вероятностей, изложил в своей книге «Искусство предположений» (1713) множество сведений по комбинаторике.



Якоб Бернулли, математик (1654-1705)

В этот же период формируется терминология новой науки. Термин «сочетание» впервые встречается у Паскаля. Термин «перестановка» употребил в указанной книге Якоб Бернулли. Бернулли использовал и термин «размещение».

К в а р т е т

Проказница Мартышка,

Осёл,

Козёл

Да косолапый Мишка

Затеяли сыграть Квартет.

Ударили в смычки, дерут, а толку нет.

«Стой, братцы, стой! - кричит

Мартышка. –

Погодите!

*Как музыке идти? Ведь вы не
так сидите»*



Перестановки.

Размещения.

Сочетания.

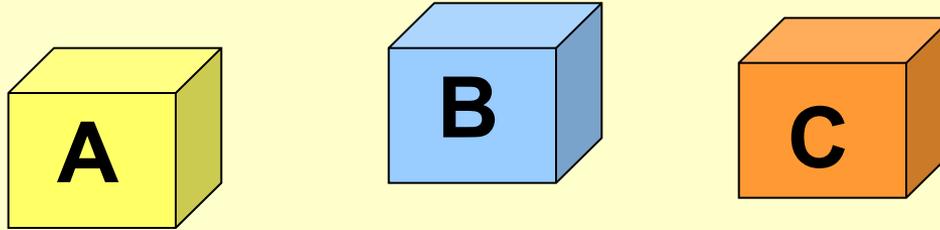
Урок решения
комбинаторных задач

9 класс

13 апреля 2020 год



Пусть имеются три кубика с буквами А, В и С.
Составьте всевозможные комбинации из этих
букв.



ABC

ACB

BCA

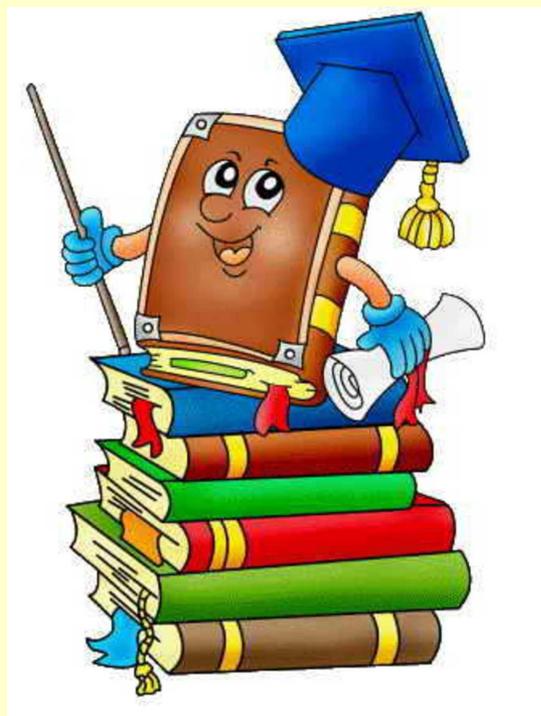
BAC

CAB

CBA

Эти комбинации отличаются друг от друга только
расположением букв (перестановка букв).

Перестановки



Перестановки — это комбинации, составленные из одних и тех же элементов и отличающиеся порядком их следования.

Число всех возможных перестановок элементов обозначается P_n , и может быть вычислено по формуле:

Формула перестановки:

$$P_n = n!$$

При перестановке число объектов остается неизменными, меняется только их порядок

С ростом числа объектов количество перестановок очень быстро растет и изображать их наглядно становится затруднительно.



3 обьекта

$$P_n = n!$$

$$P_3 = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$



количество перестановок 6

Задача 1. В турнире участвуют семь команд. Сколько вариантов распределения мест между ними возможно?

$$P_7 = 7! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 = 5040$$

Ответ: 5040

Задача 2. Сколькими способами могут разместиться за круглым столом 10 человек?



$$P_{10} = 10! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 * 10 = 3628800$$

Ответ: 3628800



Задача:

Петя, Вася, Галя, Света и Марина садятся на скамейку. Сколькими способами можно это сделать?

$$5! = 120$$

1. Вычислить: а) $5! = 1*2*3*4*5 = 120$

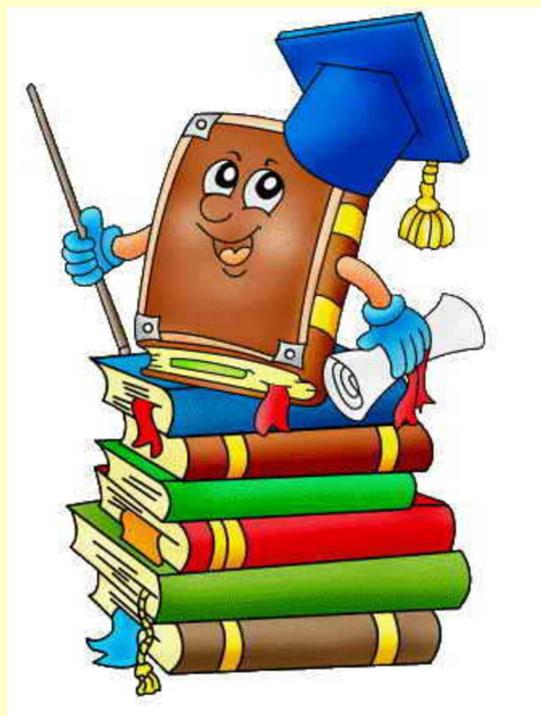
$$б) \frac{7!}{3!} = \frac{3!*4*5*6*7}{3!} = 4*5*6*7 = 840$$

2. В среду в 9 классе 6 уроков: алгебра, русский язык, литература, биология, химия, обществознание. Сколько вариантов расписания можно составить на среду?

$$6! = 6*5*4*3*2*1 = 720$$



Размещения



Пусть имеется n различных объектов.
Будем выбирать из них m объектов и переставлять всеми
возможными способами между собой .

Получившиеся комбинации называются **размещениями** из
 n объектов по m , а их число равно:

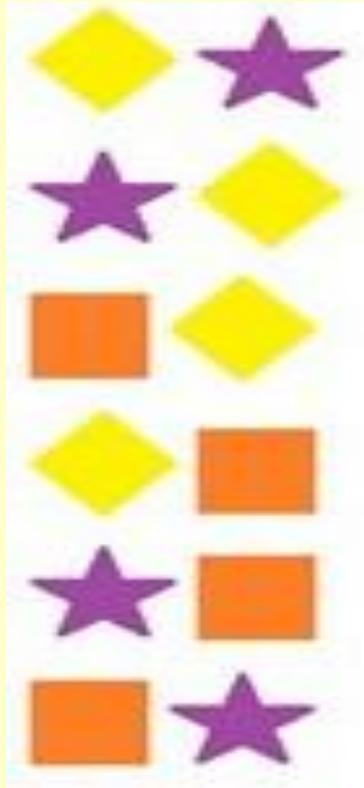
Формула размещения:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

При размещениях меняется и состав выбранных объектов, и их порядок.



3 объекта



Размещение по 2 фигуры

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

$n=3$ - всего объектов (различных фигур)
 $m=2$ - выбор и перестановка объектов

$$A_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{6}{1} = 6$$



**Решите самостоятельно
задачу:**

**Сколько трёхзначных чисел
можно составить из цифр
4,5,6,7,8?**

$$A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!}$$



Задача:



Завучу школы из 8 предметов: алгебра, геометрия, информатика, физика, химия, ОБЖ, литература, физическая культура необходимо составить расписание на один день из 5 уроков. Сколькими способами можно это сделать?

$$A_8^5 = \frac{8!}{(8-5)!}$$

6720

Сколькими способами можно расставить 5 томов на книжной полке, если выбирать их из имеющихся в наличии семи книг?

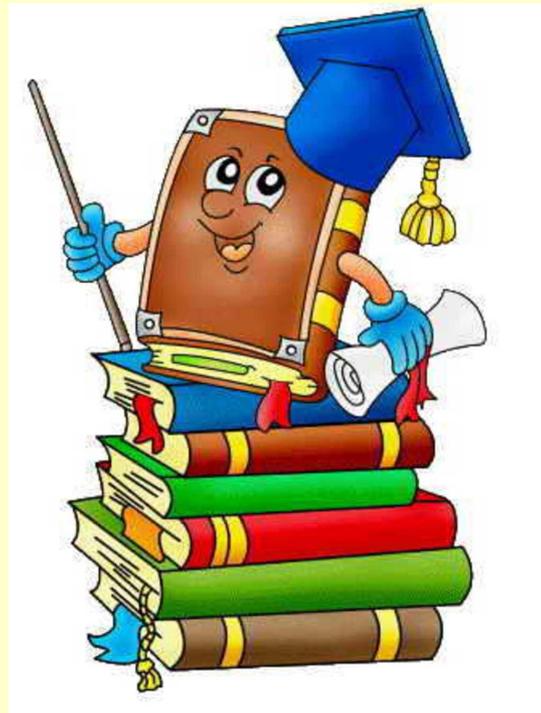
$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$



$$A_7^5 = \frac{7!}{(7-5)!} = \frac{7!}{2!} = \frac{2! \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{2!} = 2520$$

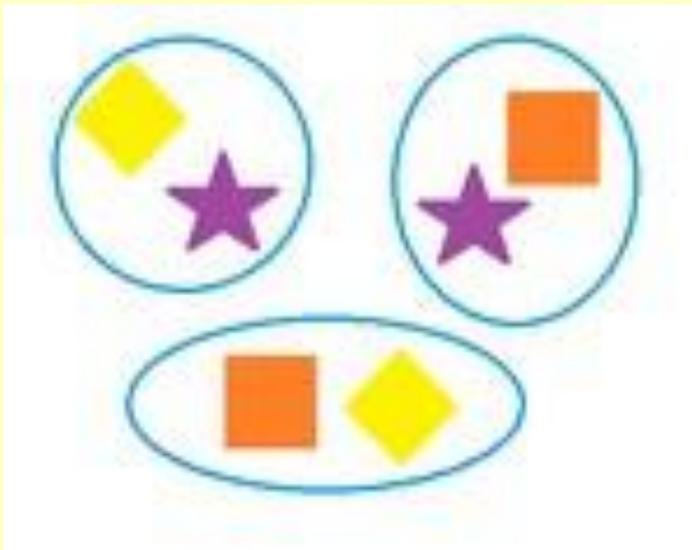
Ответ: 2520 способов

Сочетания





3 объекта



Пусть имеется n различных объектов.

Будем выбирать из них m объектов все возможными способами

Получившиеся комбинации называются **сочетаниями** из n объектов по m ,

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{3!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{3! \cdot 3!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{3!} = 3$$

В сочетаниях меняется состав выбранных объектов, но порядок не важен

Задача: Сколькими способами можно распределить три путевки в один санаторий между пятью желающими?



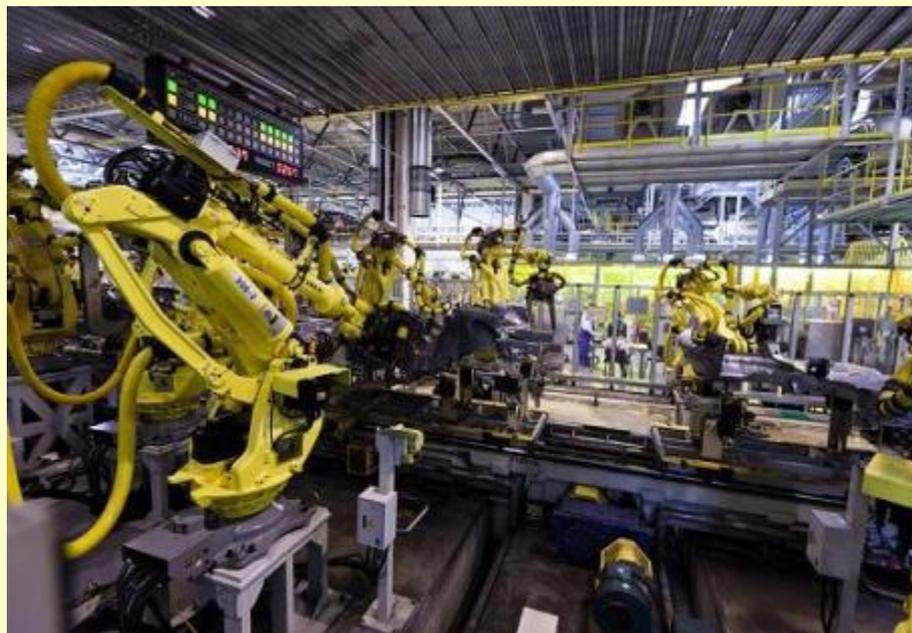
Так как путевки предоставлены в один санаторий, то варианты распределения отличаются друг от друга хотя бы одним желающим. Поэтому число способов распределения

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}$$

$$C_5^3 = \frac{5!}{(5-3)! \cdot 3!} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5}{3! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$$

Ответ: 10 способов.

Задача: В цехе работают 12 человек: 5 женщин и 7 мужчин. Сколькими способами можно сформировать бригаду из 7 человек, чтобы в ней было 3 женщины?



Из пяти женщин необходимо выбирать по три, поэтому число способов отбора
 Так как требуется отобрать четырех мужчин из семи,
 то число способов отбора мужчин

 C_5^3
 C_7^4

$$\begin{aligned}
 C_5^3 * C_7^4 &= \frac{5!}{3! * 2!} * \frac{7!}{4! * 3!} = \frac{3! * 4 * 5 * 4! * 5 * 6 * 7}{3! * 1 * 2 * 4! * 1 * 2 * 3} = \\
 &= \frac{4 * 5 * 5 * 6 * 7}{2 * 2 * 3} = 2 * 25 * 7 = 350
 \end{aligned}$$

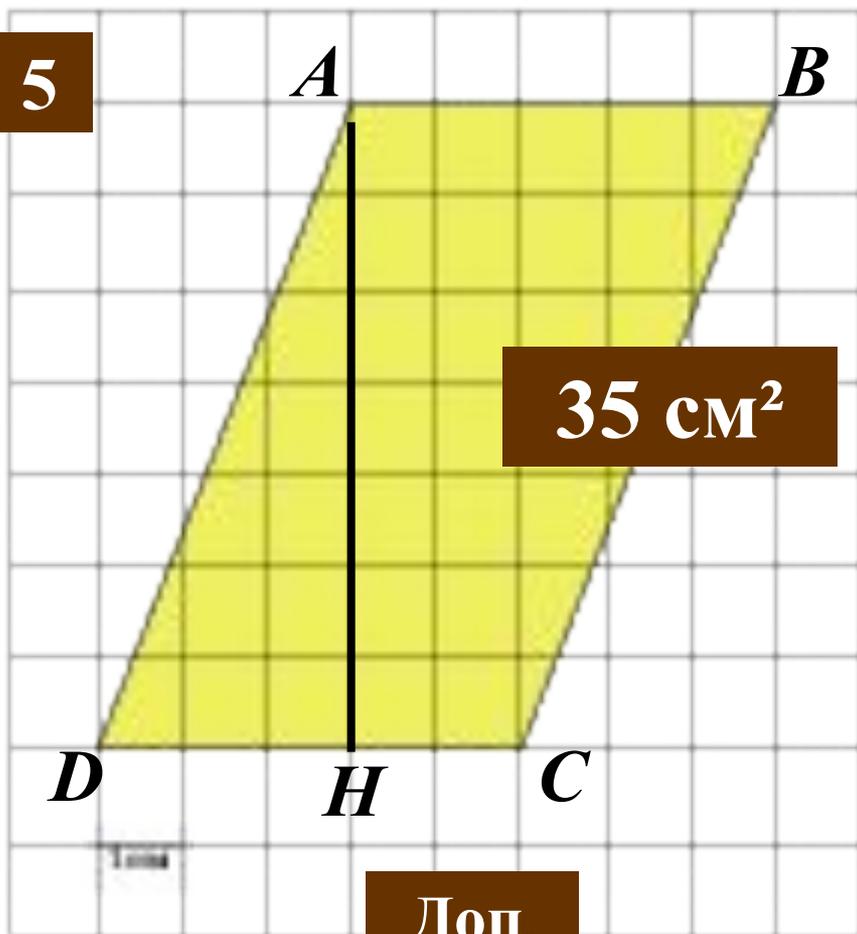
Ответ: 350

Самостоятельная работа

$$= \frac{3! * 4 * 5 * 6 * 7}{3!}$$

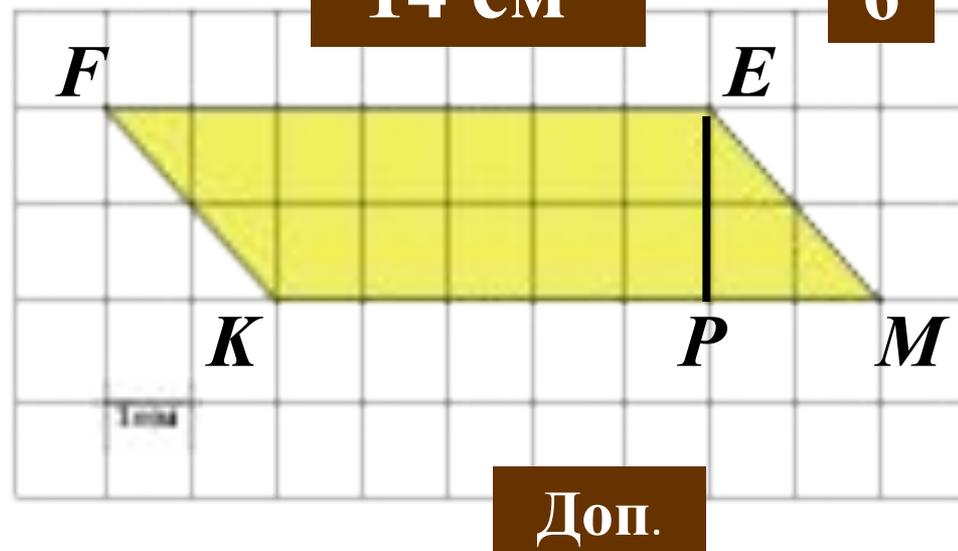
Найдите площадь параллелограмма, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см на 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

5

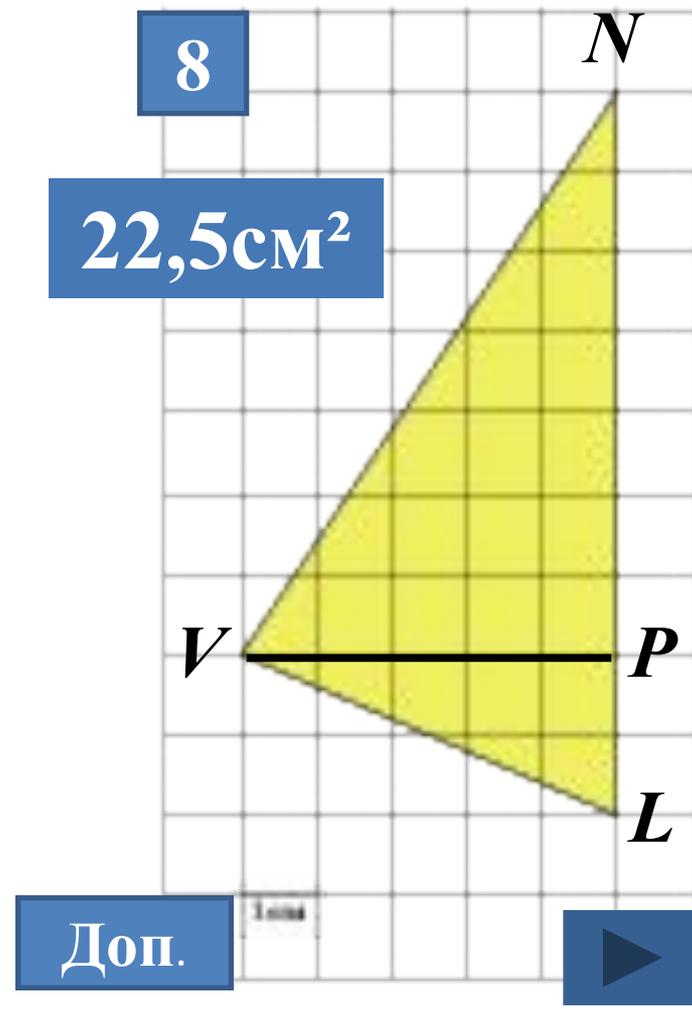
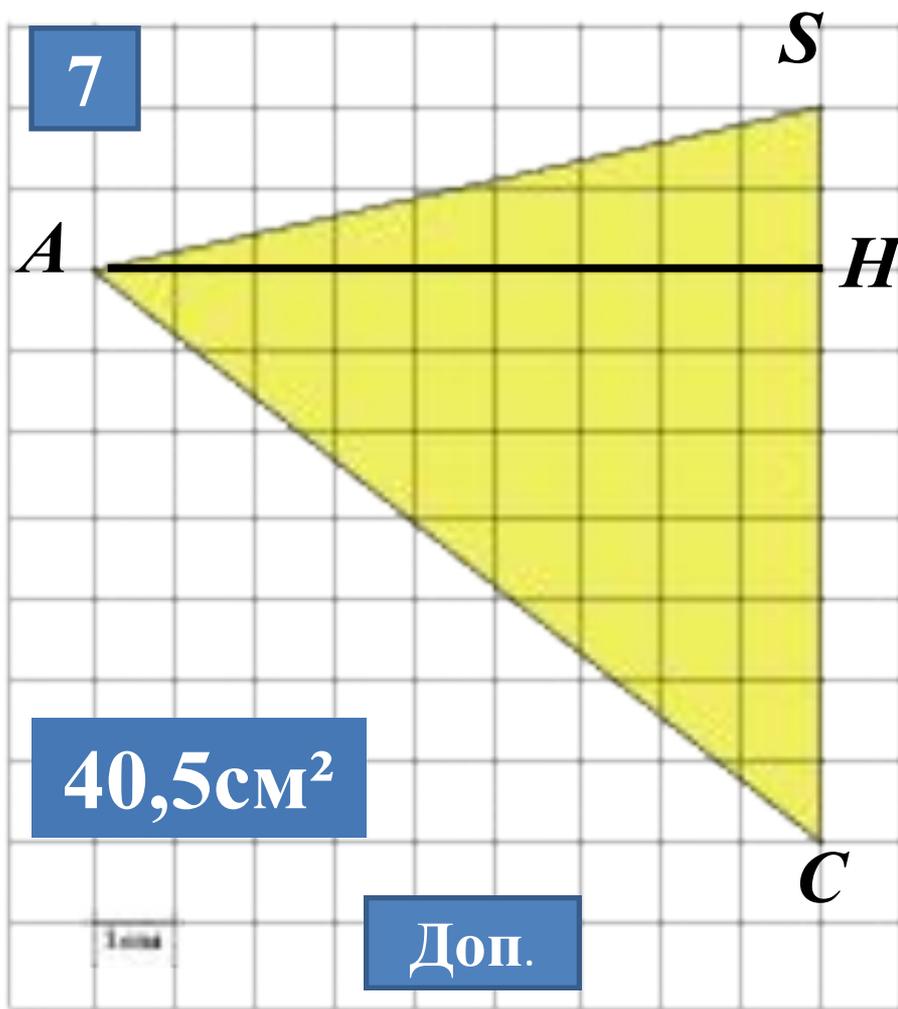


14 cm^2

6

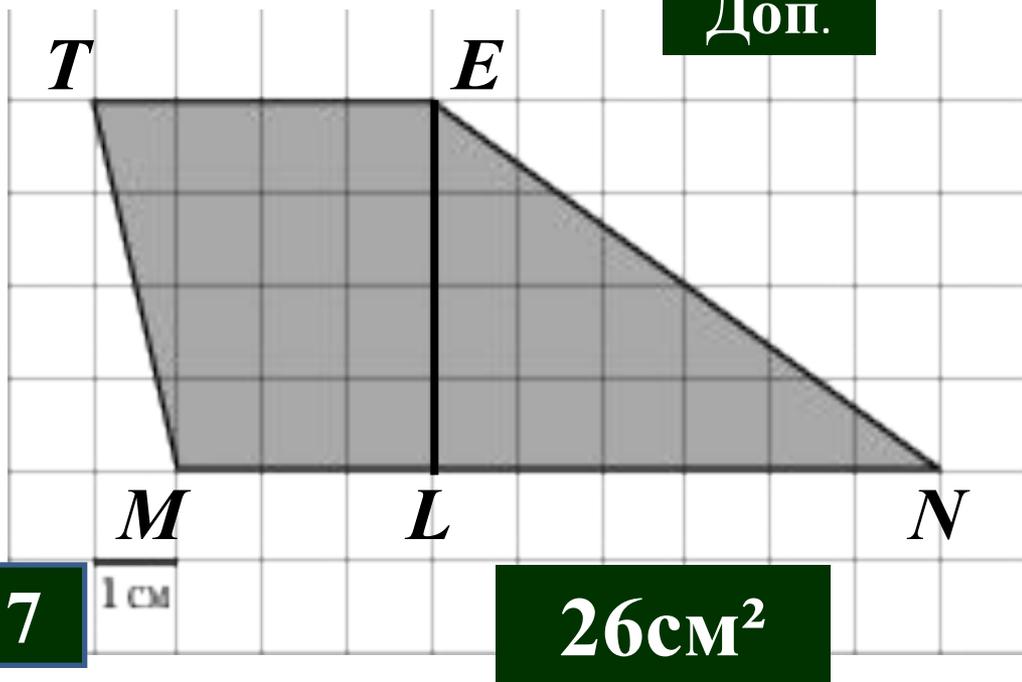


Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см на 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

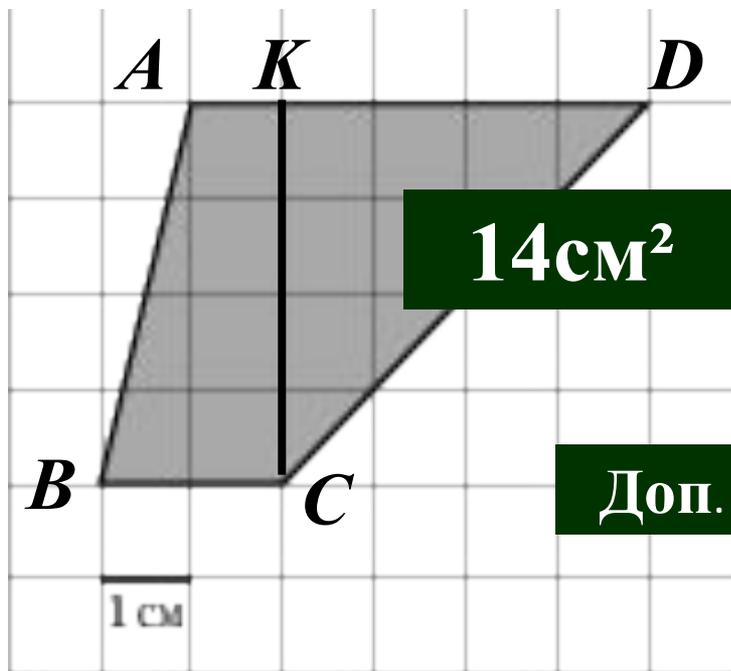


Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см на 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Доп.



8



Спасибо
за внимание

