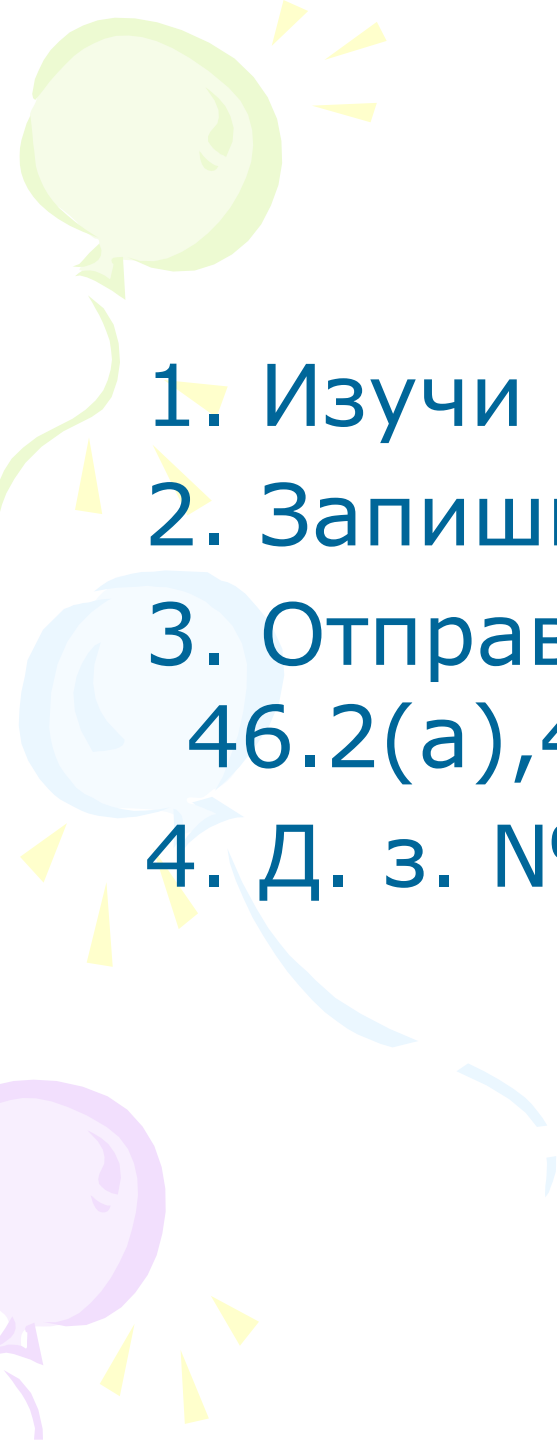




План урока

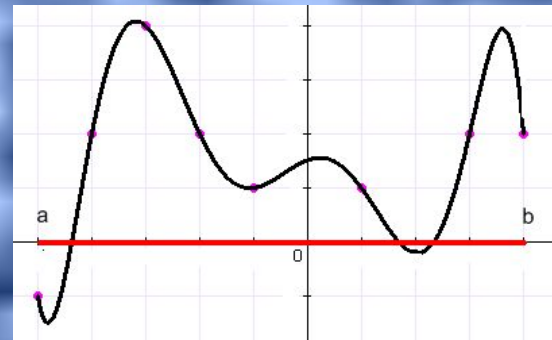
1. Изучи материал: слайды 3-9.
2. Запиши примеры: слайды 8-9.
3. Отправь мне решение № 46.1(а), 46.2(а), 46.3(а).
4. Д. з. №46.1-46.3(в).

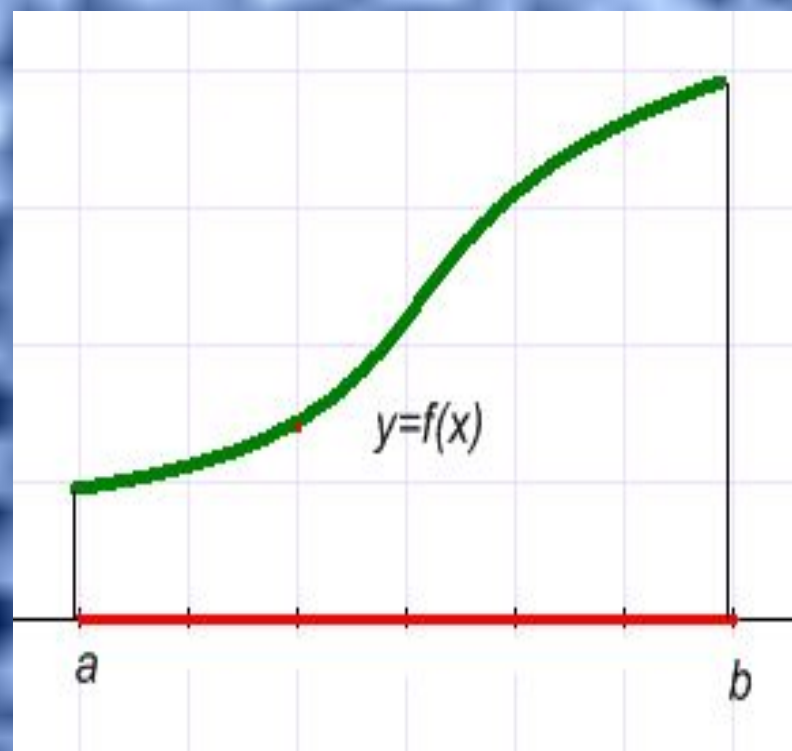
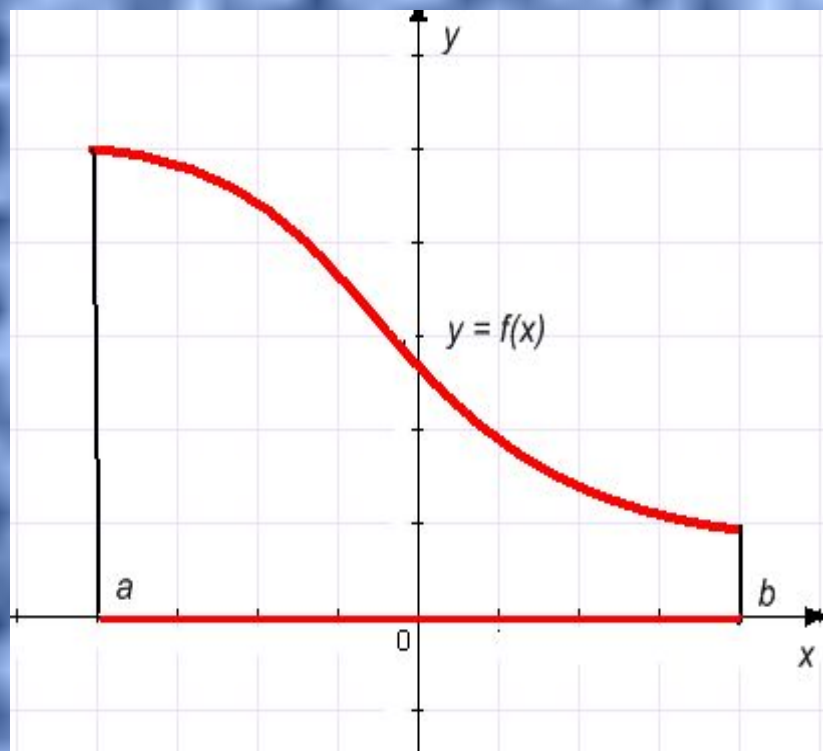
Теорема Вейерштрасса



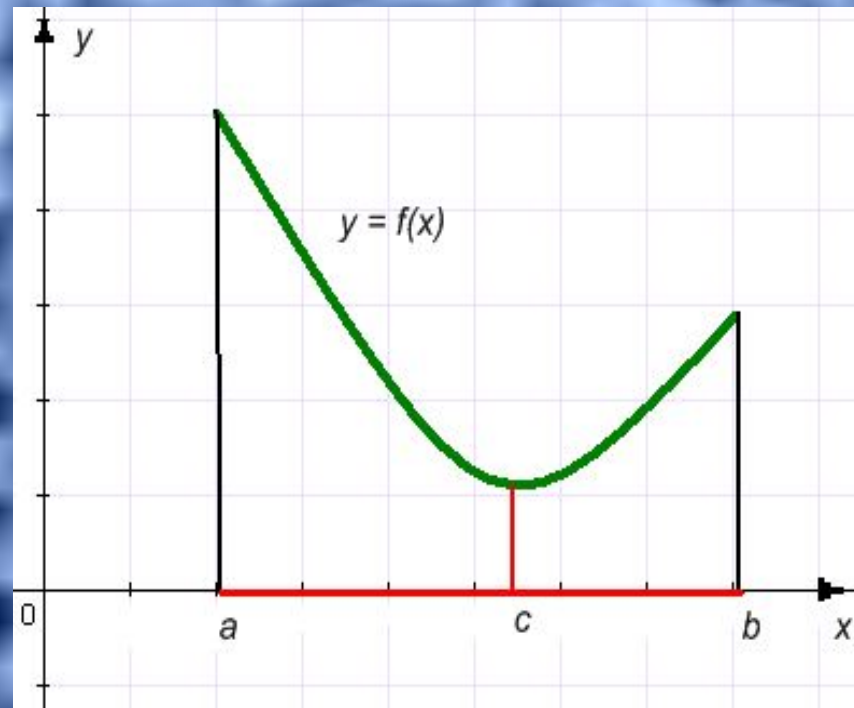
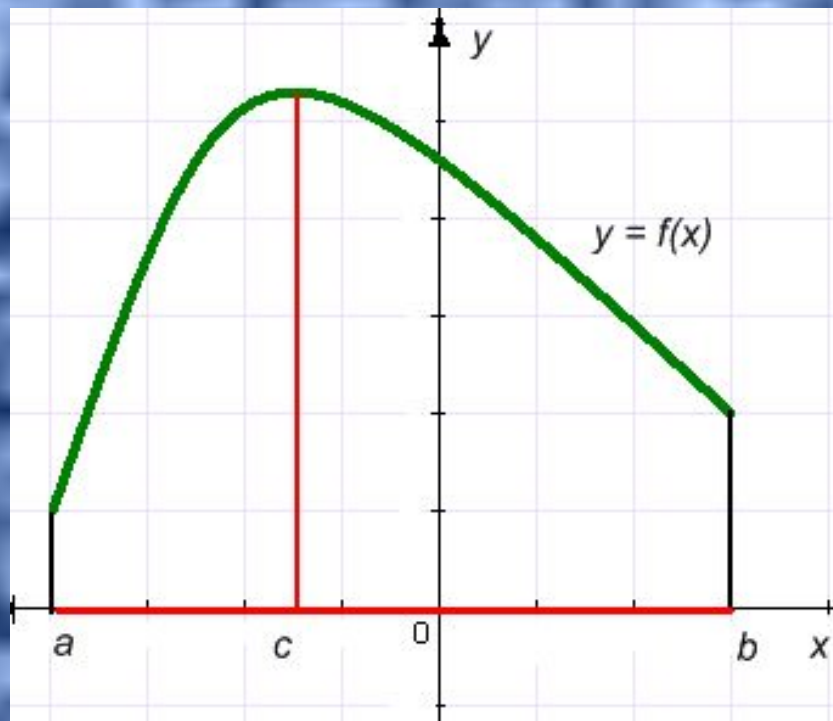
Вейерштрасс Карл
Теодор Вильгельм
(1815-1897 гг.) -
немецкий математик

Непрерывная на
отрезке $[a;b]$
функция f
принимает на
этом отрезке
наибольшее и
наименьшее
значения.



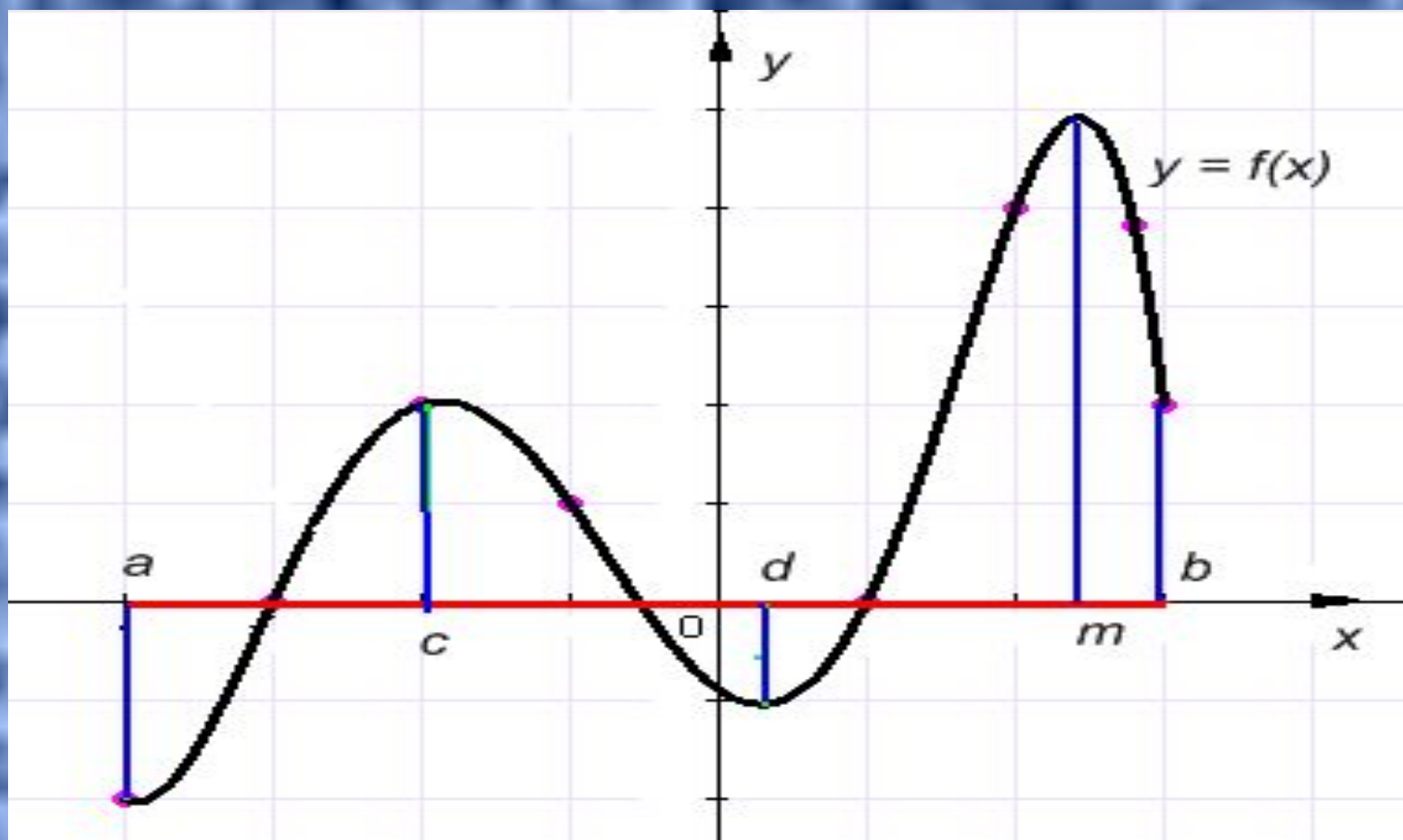


Если функция $f(x)$ **возрастает (убывает)** на $[a; b]$, то **наибольшего** или **наименьшего** значения она достигает на **концах этого отрезка**.



Если функция $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$ имеет лишь одну стационарную точку и она является **точкой максимума (минимума)**, то в этой точке функция принимает наибольшее (наименьшее) значение

$f_{\max} = f_{\text{наиб.}}$ $f_{\min} = f_{\text{наим.}}$ на отрезке $[a; b]$



Наибольшего (наименьшего) значения непрерывная на $[a; b]$ функция достигает либо на концах отрезка, либо в стационарных (критических) точках, лежащих на этом отрезке.

Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на $[a;b]$

1. Найти **стационарные (критические) точки** функции на интервале $(a; b)$;
2. **Вычислить значения функции** в найденных точках и на концах отрезка, т. е. в точках **$x = a$ и $x = b$** , ...
3. Среди всех вычисленных значений функции **выбрать наибольшее и наименьшее**

Наибольшее значение

$$\max_{[a;b]} f(x)$$

Наименьшее значение

$$\min_{[a;b]} f(x)$$

Найти наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = x^3 + \frac{3}{x}$ на отрезке $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

$$1) f\left(\frac{1}{2}\right) = 6\frac{1}{8}, \quad f(2) = 9\frac{1}{2}.$$

$$2) f'(x) = 3x^2 - \frac{3}{x^2} = \frac{3x^4 - 3}{x^2}, \quad 3x^4 - 3 = 0, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = -1.$$

Интервалу $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ принадлежит одна стационарная точка $x_1 = 1$, $f(1) = 4$.

3) Из чисел $6\frac{1}{8}$, $9\frac{1}{2}$ и 4 наибольшее $9\frac{1}{2}$, наименьшее 4.

Ответ · Наибольшее значение функции равно $9\frac{1}{2}$,
наименьшее 4.

Задача:

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x - 2 \text{ на отрезке } [-2; 2].$$

Решение.

1. $D(f) = \mathbb{R}$, значит функция непрерывна на рассматриваемом отрезке.
2. Найдем критические точки функции: $f'(x) = x^2 + 2x - 3$
 $f'(x) = 0$, если $x^2 + 2x - 3 = 0$, откуда $x = -3$ или $x = 1$.
 $x = -3$ не лежит на рассматриваемом отрезке.
3. Найдем значения функции на концах отрезка и в критической точке, лежащей на этом отрезке.

$$f(-2) = \frac{(-2)^3}{3} + (-2)^2 - 3 \cdot (-2) - 2 = -\frac{8}{3} + 4 + 6 - 2 = 8 - 2\frac{2}{3} = 5\frac{1}{3};$$

$$f(1) = \frac{1^3}{3} + 1^2 - 3 \cdot 1 - 2 = \frac{1}{3} - 4 = -3\frac{2}{3};$$

$$f(2) = \frac{2^3}{3} + 2^2 - 3 \cdot 2 - 2 = 2\frac{2}{3} - 4 = -1\frac{2}{3}$$

4. Выберем из полученных значений наибольшее и наименьшее:

$$\max_{[-2; 2]} f(x) = f(-2) = 5\frac{1}{3} \quad \text{и} \quad \min_{[-2; 2]} f(x) = f(1) = -3\frac{2}{3}$$

Ответ: $5\frac{1}{3}$ - наибольшее, а $-3\frac{2}{3}$ - наименьшее значения функции на отрезке $[-2; 2]$.