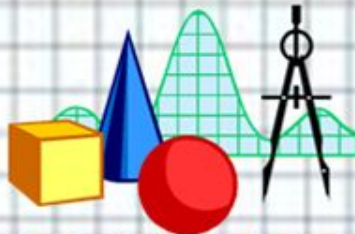




# Замечательные точки треугольника

## Урок 1.

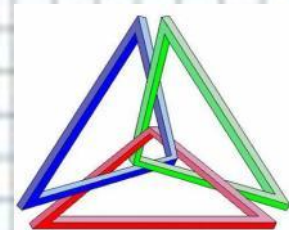
### Свойство биссектрисы угла



# Цели урока:

---

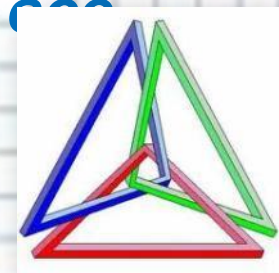
- ✓ Рассмотреть теорему о свойстве биссектрисы угла и её следствие.
- ✓ Учить применять данные теоремы и следствие при решении задач.
- ✓ Формировать умения применять известные знания в незнакомой ситуации, сравнивать, анализировать, обобщать.
- ✓ Продолжать развивать познавательную активность, умение формулировать свои выводы и доказывать их.
- ✓ Воспитывать уверенность в себе, познавательный интерес.





**Исторически геометрия начиналась с треугольника, поэтому вот уже два с половиной тысячелетия треугольник является символом геометрии.**

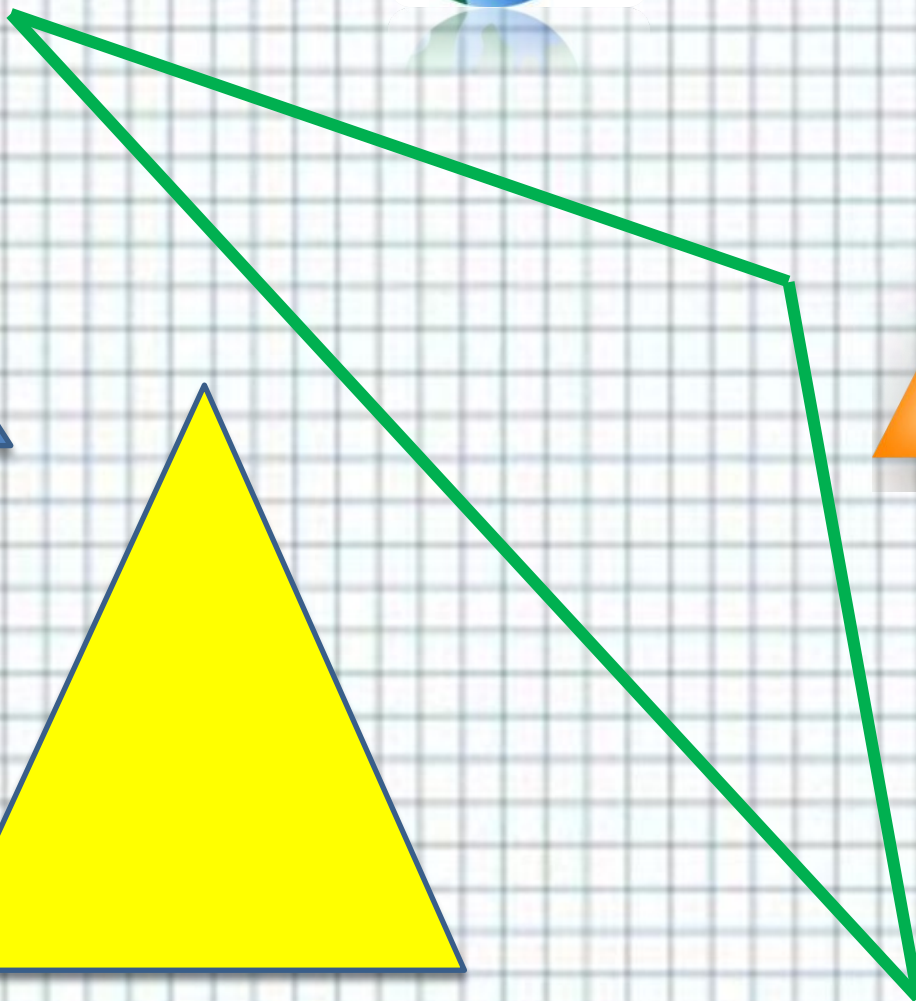
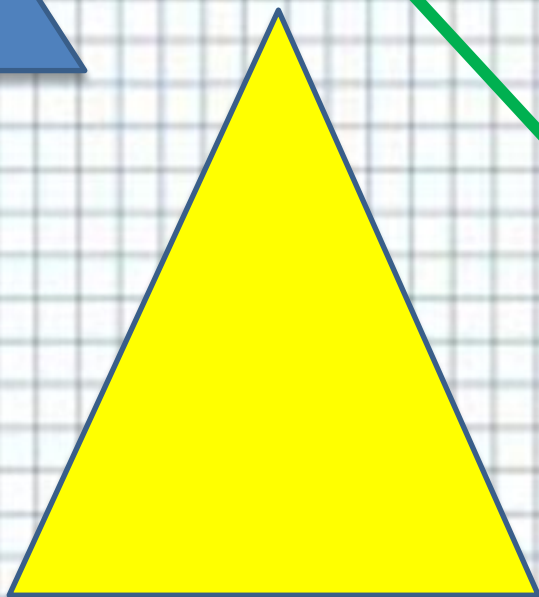
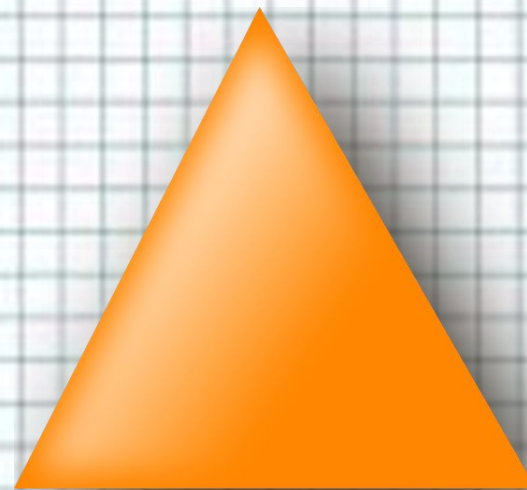
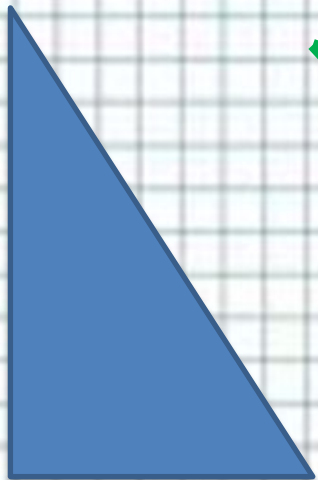
**Удивительно, но треугольник, несмотря на свою кажущуюся простоту, является неисчерпаемым объектом изучения - никто даже в наше время не осмелится сказать, что изучил и знает все свойства треугольника.**



# А какие треугольники знаете вы?

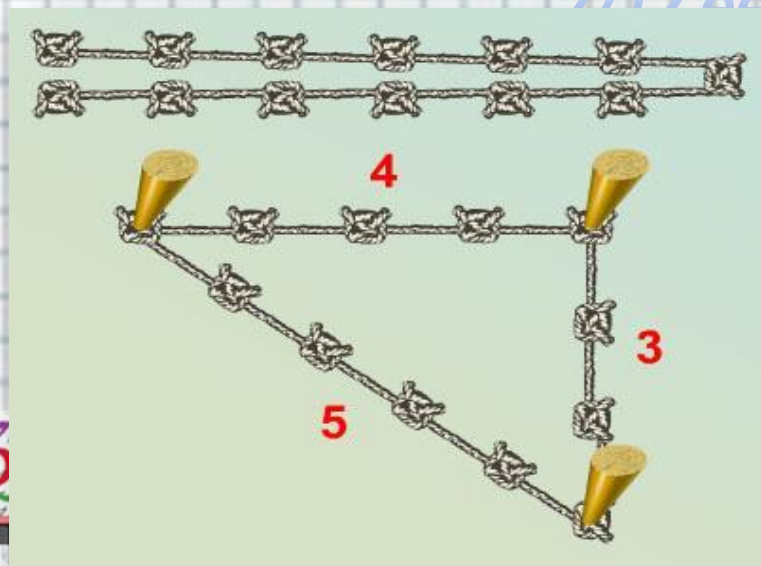
- ▣ Остроугольный, прямоугольный, равнобедренный, равносторонний...
- ▣ треугольник египетский,
- ▣ треугольник Паскаля,
- ▣ треугольник Рёло,
- ▣ Бермудский треугольник
- ▣ треугольник Пенроуза,



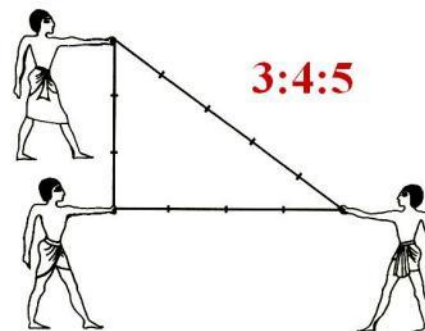


# Египетский треугольник –

прямоугольный треугольник с соотношением сторон 3:4:5. Сумма указанных чисел ( $3+4+5=12$ ) с древних времен использовалась как единица кратности при построении прямых углов с помощью веревки, размеченной узлами на  $3/12$  и  $7/12$  ее длины.



## ЕГИПЕТСКИЙ ТРЕУГОЛЬНИК



# Треугольник Паскаля

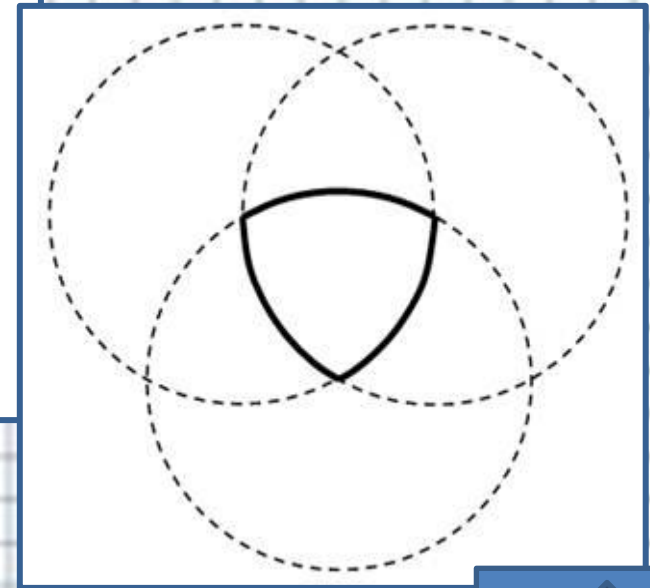
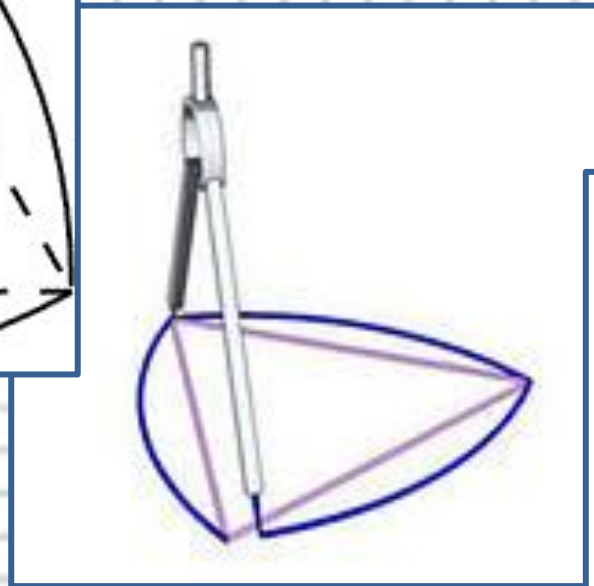
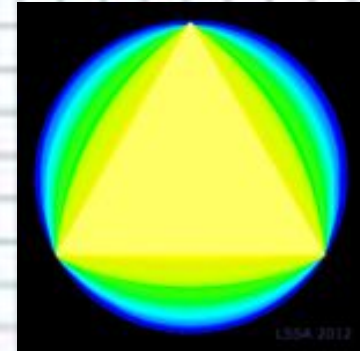
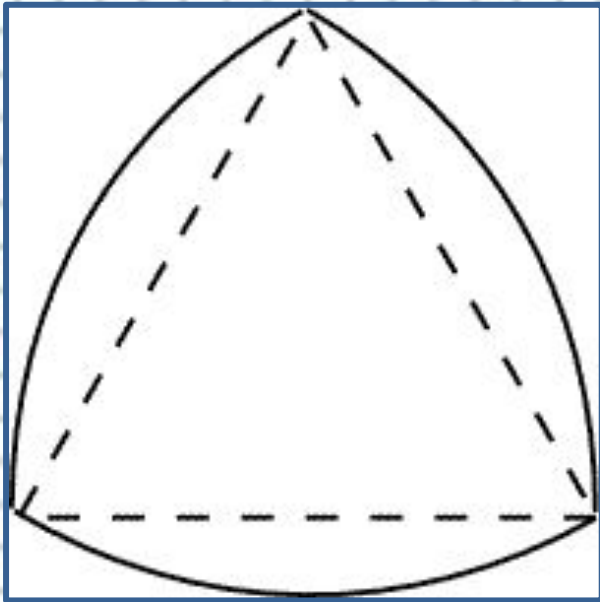
				1					
				1	1				
			1	2	1				
		1	3	3	1				
	1	4	6	4	1				
1	5	10	10	5	1				
1	6	15	20	15	6	1			

*В этом треугольнике на вершине и по бокам стоят единицы.*

*Каждое число, которое находится внутри этого треугольника, равно сумме двух расположенных над ним чисел.*

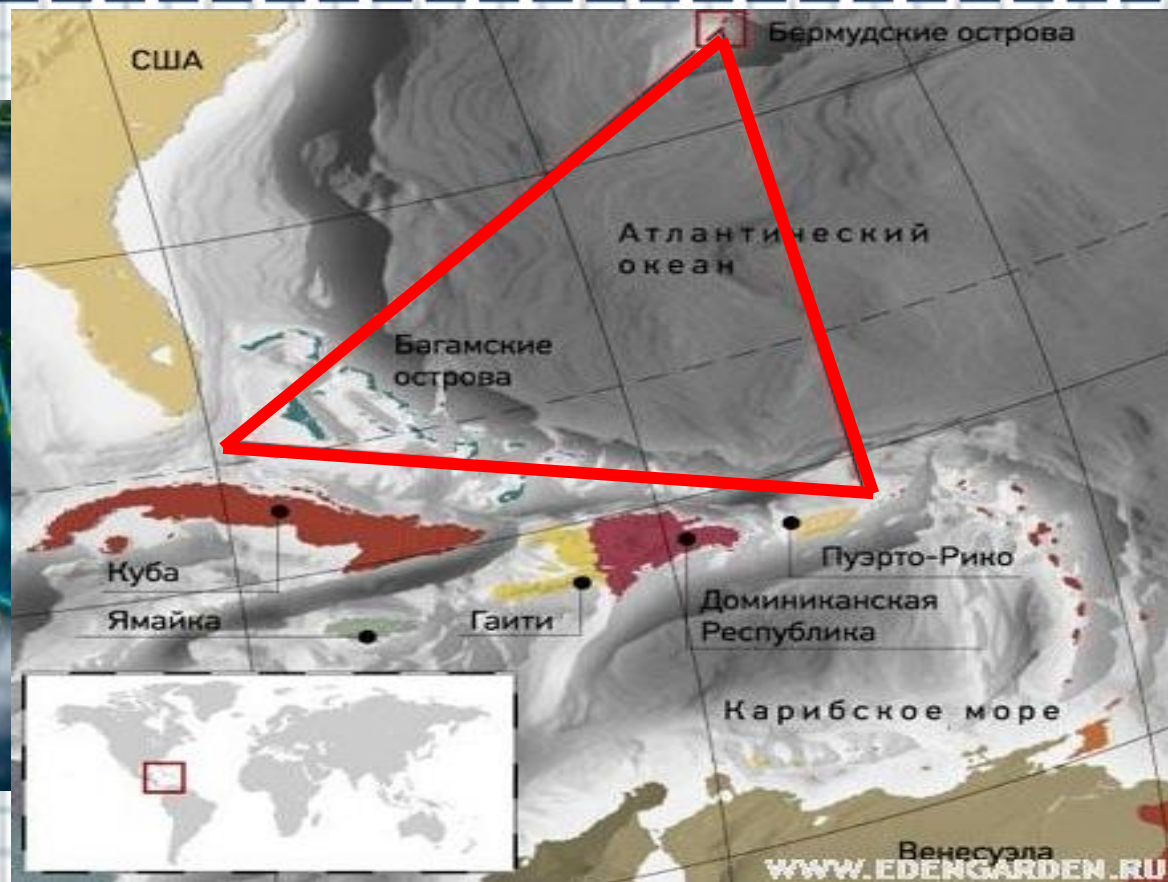


# Треугольник Рёло (круглый тр-к)





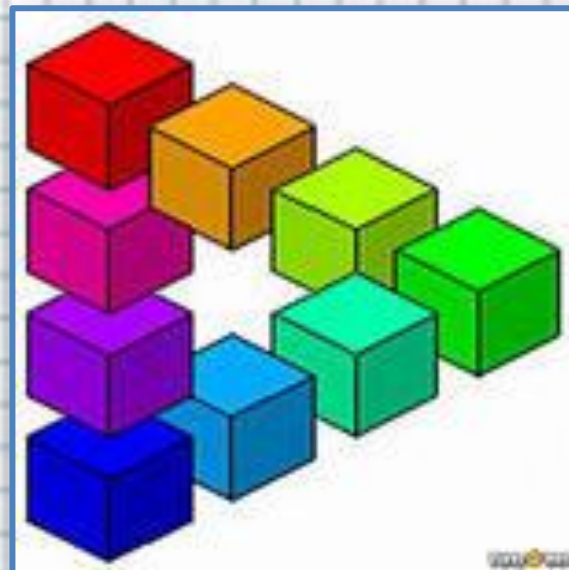
# Бермудский треугольник



Тайна Бермудского треугольника - одна из самых замечательных тайн. Чего только не придумали для её объяснения! Но тайна по-прежнему остаётся тайной.



# Треугольник Пенроуза



Посмотрите внимательно на  
треугольники –  
что вы заметили?

# Интересно!

13-метровую скульптуру  
треугольника Пенроуза  
(невозможного  
треугольника)  
воздвигли в 1999 году в  
городе  
Перт (Австралия).  
Но это только вид с этой  
стороны!

**В действительности  
"скульптура"  
выглядит  
вот так:**



# С каждым треугольником связаны четыре точки:

- точка пересечения медиан;
- точка пересечения биссектрис;
- точка пересечения серединных перпендикуляров;
- точка пересечения высот.

Эти четыре точки называют замечательными точками треугольника.

Почему они «Замечательные»?

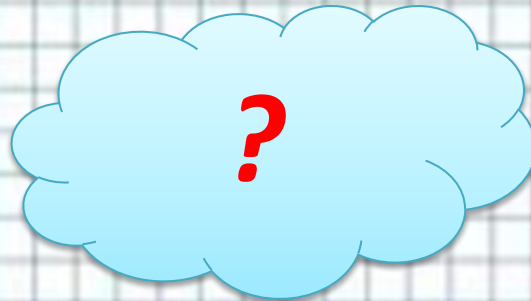
Это нам и предстоит узнать на ближайших уроках.



# Свойство биссектрисы

- Каждая точка биссектрисы неразвёрнутого угла равноудалена от его сторон.

Обратно:



- Каждая точка, лежащая внутри угла и равноудалённая от сторон угла, лежит на его биссектрисе.



Дано:  $\angle A$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $M \in AD$ .

Доказать:  $MK = ML$ .

Доказательство:

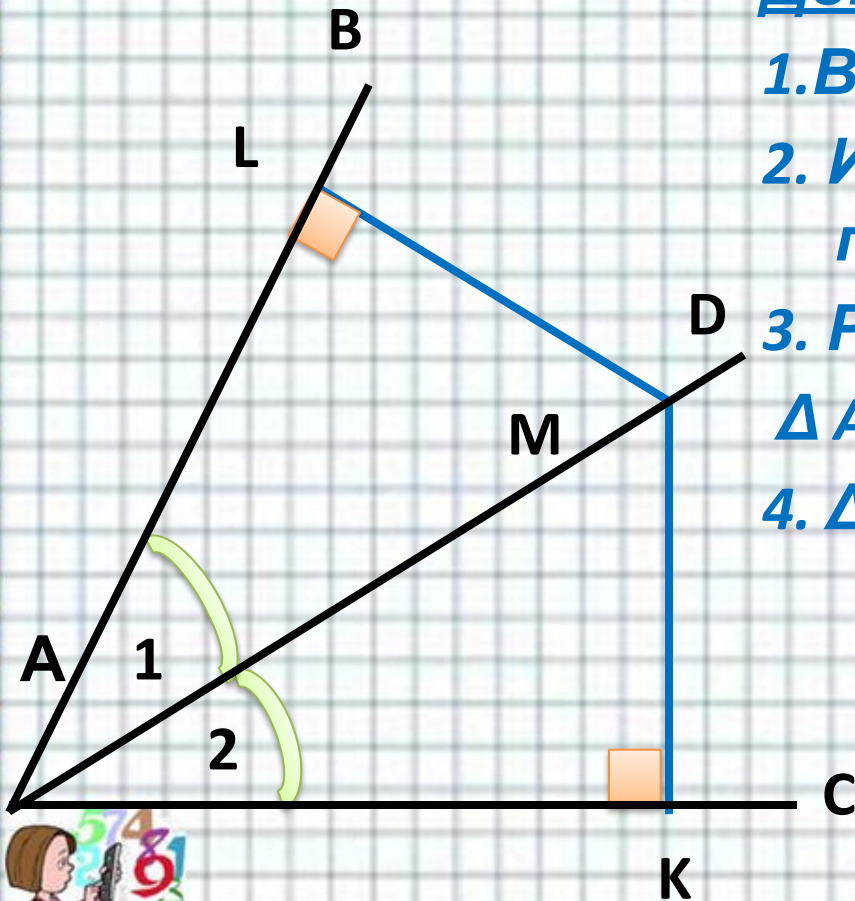
1. Возьмём т.  $M \in AD$ .

2. Из т.  $M$  проведём  $MK$  и  $ML$  перпендикулярно  $AB$  и  $AC$ .

3. Рассмотрим  $\triangle AKM$  и  $\triangle AML$ .

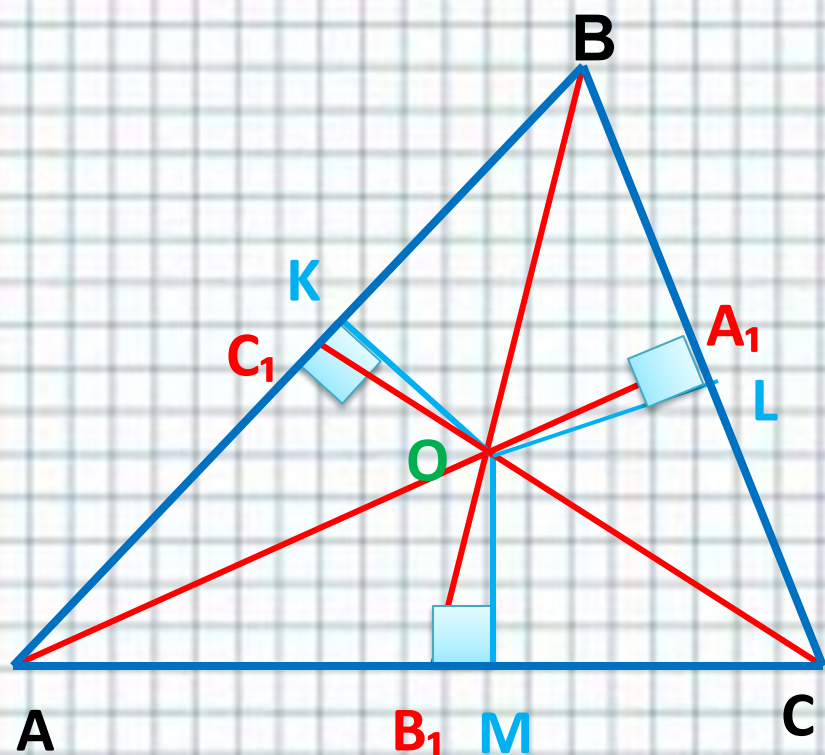
4.  $\triangle AKM = \triangle AML$ ,

$MK = ML$



# Сл-е: Биссектрисы

треугольника пересекаются в одной точке.



1. Построим биссектрисы  $AA_1, BB_1, CC_1$ .
2. Обозначим точку  $O$  – точку пересечения биссектрис.
3. Проведём  $OK, OL$  и  $OM$  – перпендикуляры к сторонам  $\triangle ABC$
4. По теореме:  $OK=OM=OL$   
т.  $O \in CC_1$

Следовательно,  
все биссектрисы  
треугольника  
пересекаются в одной  
точке.



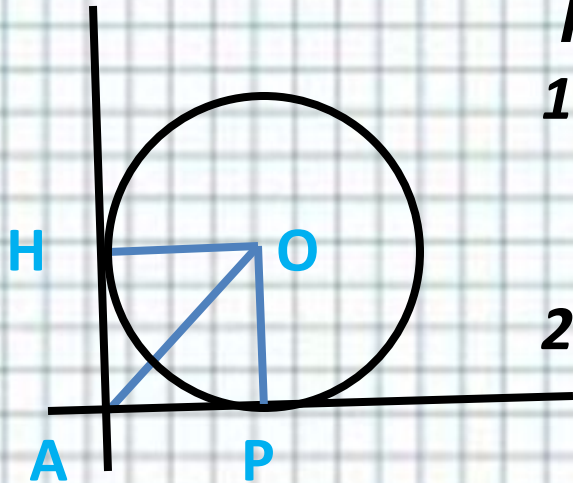
## № 676 б

- **Стороны угла  $A$ , равного  $90^\circ$ , касаются окружности с центром  $O$  и радиусом  $r$ ,  $OA = 14$  дм.  
Найдите  $r$ .**





# № 676 б



**Решение:**

1. **Проведём радиусы  $OP$  и  $OH$  из центра окружности в точки касания.**

2.  **$OP$  и  $AP$ ,  $OH$  и  $AH$  перпендикулярны**

3.  **$AO$  – биссектриса угла**

4.  **$\triangle AOP$  – прямоугольный.**

5. **По теореме Пифагора:**

$$AO^2 = OP^2 + AP^2$$

$$AO^2 = r^2 + r^2,$$

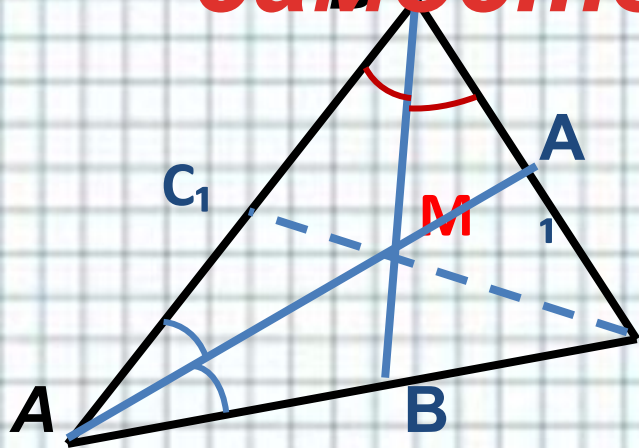
$$2r^2 = 14^2, \quad r = 7\sqrt{2}.$$

**Ответ:  $r = 7\sqrt{2}$  дм.**



# № 678-а- самопроверка

## самостоятельно



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AA_1$  и  $BB_1$   
биссектрисы углов  $A$  и  $B$ .  $\angle AMB$   
 $= 136^\circ$ .

Найти:  $\angle ACM$ ,  $\angle BCM$ .

### Решение

1)  $CM$  – биссектриса угла  $C$ , так как  
биссектрисы углов в треугольнике пересекаются в  
одной точке  $\Rightarrow \angle ACM = \angle BCM$ .  $\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B)$ ,

$$0,5\angle C = 0,5 \cdot 180^\circ - 0,5 \cdot (\angle A + \angle B) = \underline{90^\circ - 0,5 \cdot (\angle A + \angle B)}.$$

2)  $\triangle AMB$ :  $\angle MAB + \angle MBA = 180^\circ - 136^\circ = 44^\circ \Rightarrow 0,5\angle A + 0,5\angle B$   
 $= 44^\circ$

3)  $\angle BCM = \angle MCA = 90^\circ - 44^\circ = 46^\circ$

Ответ:

46°.



# Домашнее задание:

Вопросы 15, 16, с. 187; №№ 676 (а), 678 (б).

