

# **ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ И ВОЛНЫ**

**Практическое занятие №4**

**АНАЛИЗ ЭМВ Н- И Е-ТИПОВ В  
ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ**

- **Основные расчетные формулы:**

- 1. Критическая длина волны в прямоугольном волноводе

$$\lambda_{кр} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}, \quad (4.1)$$

- где  $m, n$  – индексы, соответствующие типу волны (или);  $a$  и  $b$  – размеры соответственно широкой и узкой стенок волновода.

- 2. Фазовая и групповая скорости волны в волноводе, заполненном диэлектриком с относительными диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и магнитной проницаемостью, равной единице

$$v_{фВ} = \frac{c/\sqrt{\epsilon}}{\sqrt{1 - \frac{1}{\epsilon} \cdot \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}, \quad (4.2)$$

- 
- $$V_{\text{гpB}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} \sqrt{1 - \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2} \quad . \quad (4.3)$$

- 3. Длина волны в волноводе, заполненном диэлектриком

$$\lambda_{\text{B}} = \Lambda = \frac{\lambda / \sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{1 - \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2}} \quad . \quad (4.4)$$

- 4. Волновое сопротивление волновода, заполненного воздухом:

- для волны Н-типа

$$Z_{\text{BH}} = \frac{Z_0}{\sqrt{1 - \left( \frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2}} \quad , \quad (4.5)$$

- для волны Е-типа

$$Z_{\text{BE}} = Z_0 \sqrt{1 - \left( \frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2} \quad , \quad (4.6)$$

- Если волновод заполнен диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , то вместо  $Z_0$
- необходимо использовать волновое сопротивление диэлектрика, равное  $Z_{д} = Z_0 \cdot \sqrt{1/\epsilon}$ . Длина волны также должна соответствовать диэлектрику.

- 5. Предельная и допустимая мощности, передаваемые по волноводу для волны типа  $H_{10}$

$$P_{пр} = \frac{E_{пр}^2 K_{БВ} \cdot ab \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}{480\pi}, \quad (4.7)$$

$$P_{доп} \approx 0,3 \cdot P_{пр}, \quad (4.8)$$

- где  $E_{пр}$  – предельная напряженность электрического поля (для волновода, заполненного воздухом  $E_{пр} = 30$  кВ/см); КБВ – коэффициент бегущей волны в волноводе (в режиме бегущих волн КБВ=1).

- 6. Коэффициент затухания волны типа

$$\alpha = \frac{0.793 \cdot \left(1 + 2 \frac{b}{a} \cdot \xi^2\right)}{b \sqrt{\gamma (1 - \xi^2)}} \quad , \text{ дБ/м} \quad (4.9)$$

- где  $\xi = \lambda / (2a)$  ;  $\gamma$  – проводимость стенок волновода.

- 7. Размер поперечного сечения прямоугольного волновода, обеспечивающего работу только на основном типе волны

$$\frac{\lambda_{\max}}{1,6} \leq a \leq \frac{\lambda_{\min}}{1,1} \quad , \quad (4.10)$$

$$b_{\min} \leq b \leq \frac{\lambda}{2} \quad (4.11)$$

- где  $\lambda$ ,  $\lambda_{\max}$  и  $\lambda_{\min}$  – соответственно рабочая, максимальная и минимальная длины волн;
- $b_{\min}$  – минимальный размер узкой стенки при котором исключается пробой волновода (определяется согласно соотношению (4.7)).

- **Примеры решения типовых задач**

- 1. Выбрать стандартный тип волноводной линии передачи прямоугольного сечения, в котором используется волна  $H_{10}$ . Стенки волновода посеребрены. Рабочая частота 9,8 ГГц, ширина спектра сигнала 900 МГц, мощность в импульсе не менее 15 кВт.

- Решение

- Определим рабочую длину волны в свободном пространстве  $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{9,8 \cdot 10^9} = 0,031$

- М.

- Определим максимальную и минимальную длину волны в свободном пространстве

- $\lambda_{\max} = \frac{c}{f_{\min}} = \frac{3 \cdot 10^8}{f - \frac{\Delta F}{2}} = \frac{3 \cdot 10^8}{9,8 \cdot 10^9 - \frac{900 \cdot 10^6}{2}} = 0,032$  М,

- $$\lambda_{\min} = \frac{c}{f_{\max}} = \frac{c}{f + \frac{\Delta F}{2}} = \frac{3 \cdot 10^8}{9,8 \cdot 10^9 + \frac{900 \cdot 10^6}{2}} = 0,029 \quad \text{М.}$$

- Размер широкой стенки волновода выбираем, исходя из формулы (4.10)

- $$\frac{\lambda_{\max}}{1,6} \leq a \leq \frac{\lambda_{\min}}{1,1} \Rightarrow \frac{0,032}{1,6} \leq a \leq \frac{0,029}{1,1},$$

- тогда,  $0,02 \leq a \leq 0,026 \quad \text{М.}$

- Выбираем стандартное значение широкой стенки волновода, равное

- $$a = 2,3 \text{ см.}$$

- Размер узкой стенки волновода определяется в основном возможностью пробоя и необходимостью распространения волны, т.е. отсутствовала волна (выбирается из неравенства (4.11))

$$b_{\min} \leq b \leq \frac{\lambda}{2}$$

- В свою очередь  $b_{\min}$ , определяется согласно (4.7)  
 При 1

$$b_{\min} = \frac{480\pi P_{\text{пр}}}{E_{\text{пр}}^2 \cdot a \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}$$

- В соответствии с выражением (4.8)

$$P_{\text{пр}} = \frac{P_{\text{доп}}}{0,3} = \frac{15 \cdot 10^3}{0,3} = 5 \cdot 10^4 \text{ Вт.}$$

- С учетом того, что для волновода заполненного воздухом  $E_{\text{пр}} = 30 \cdot 10^3 \text{ В/см}$

$$b_{\min} = \frac{480 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 10^4}{(30 \cdot 10^3)^2 \cdot 2,3 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{3}{2 \cdot 2,3}\right)^2}} \approx 0,048 \text{ см.}$$

$$0,048 < b < 1,6$$

- Таким образом

см.

- Выбираем стандартное значение узкой стенки волновода, равное 1 см.

- Значение проводимости стенок посеребренного волновода составляет

См/м



- Следовательно, коэффициент затухания согласно (4.9) составит

$$\alpha = \frac{0.793 \cdot \left( 1 + 2 \frac{b}{a} \cdot \left( \frac{\lambda}{2a} \right)^2 \right)}{b \sqrt{\gamma \left( 1 - \left( \frac{\lambda}{2a} \right)^2 \right)}} = \frac{0.793 \cdot \left( 1 + 2 \cdot \frac{0,01}{0,023} \cdot \left( \frac{0,031}{2 \cdot 0,023} \right)^2 \right)}{0,01 \cdot \sqrt{6,14 \cdot 10^7 \cdot \left( 1 - \left( \frac{0,031}{2 \cdot 0,023} \right)^2 \right)}} = 0,023 \text{ дБ/м.}$$

- Итак, в качестве волноводной линии передачи прямоугольного сечения выбираем стандартный волновод с размерами  $23 \times 10$  мм.

- 2. Для азимутального радиомаяка выделен частотный поддиапазон  $\omega = 303,0 \dots 5090,7$  МГц. В качестве линии передачи применяется прямоугольный волновод с поперечными размерами  $a = 5$  см. В волноводе используется волна  $H_{10}$ . Необходимо определить:

- длину волны в волноводе  $\Lambda$  ;
- фазовую скорость  $v_{фВ}$  ;
- волновое сопротивление  $Z_{НВ}$  .

- Решение

- На основании соотношения (1) найдем критическую

длину волны  $\lambda_{крH_{10}} = 2a = 2 \cdot 5 = 10$

- $\lambda_{крH_{10}} = 10$  см.

- Длина волны генератора

- $$\lambda = \frac{300}{f[\text{МГц}]} \approx 6 \text{ см.}$$

- Согласно (4.10), заданная линия передачи обеспечивает нормальную работу  $\lambda_{\text{max}}$  в диапазоне (5,5...8 см).

- Длина волны в волноводе определяется по соотношению (4), причем

$$\Lambda = \frac{\lambda/\sqrt{1}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}} = \frac{6}{\sqrt{1 - \left(\frac{6}{10}\right)^2}} = 7,5$$

см.

- Фазовая скорость волны в волноводе определяется по соотношению (4.2)

$$v_{\phi} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{1 - \left(\frac{6}{10}\right)^2}} = 3,75 \cdot 10^8$$

м/с.

- Волновое сопротивление волновода для волны определяется по соотношению (4.5)

$$Z_{\text{HB}} = \frac{Z_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}},$$

$$Z_{\text{H}_{10}\text{B}} = \frac{377}{\sqrt{1 - \left(\frac{3}{10}\right)^2}} = 471,25 \text{ Ом.}$$

- Таким образом,  $\Lambda_{\text{B}} > \lambda$  ;  $v_{\text{фВ}} > c$  ;  $Z_{\text{HB}} > Z_0$  .

- 3. Прямоугольный волновод сечением  $23 \times 10$  мм служит для передачи сверхвысокочастотных импульсов с прямоугольной огибающей. Длительность импульсов  $f_0 = 9,7$

- нс, несущая частота ГГц. Длина линии  $l = 60$  м. Оценить качественно величину искажений импульсов, вызванных дисперсией волновода.

- Решение

- В прямоугольном волноводе сечением  $23 \times 10$  мм при частоте ГГц может распространяться лишь волна  $f_{крH_{10}} = \frac{c}{2a} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 0,023} = 6,52$

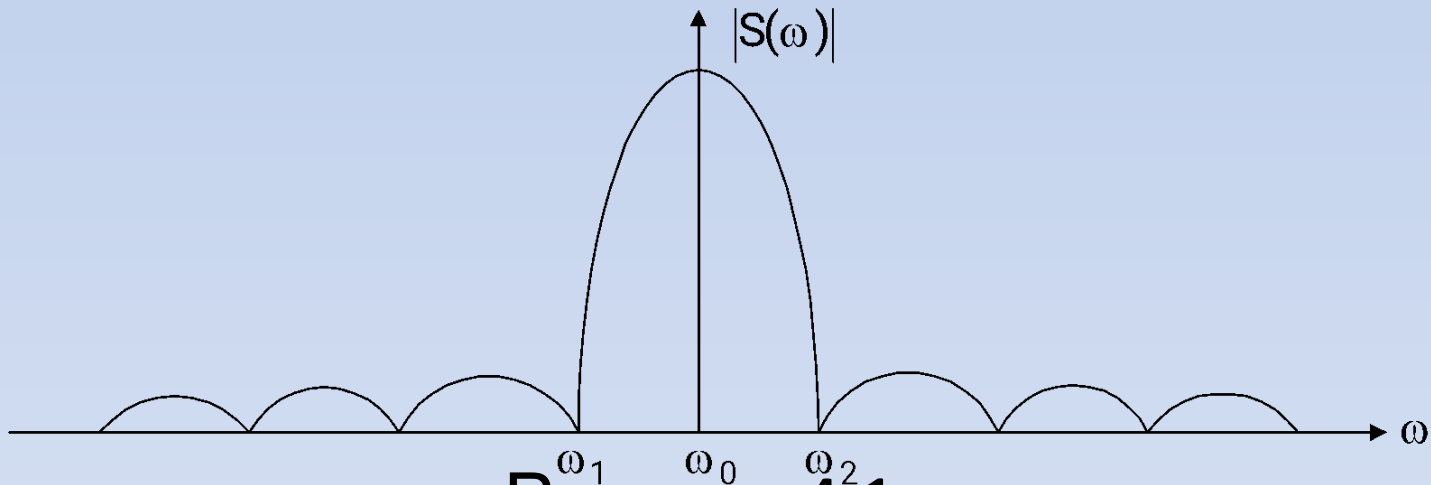
- Определим критическую частоту

- ГГц.

- Как известно, спектр прямоугольного высокочастотного импульса в области положительных частот описывается выражением

$$S(\omega) = \frac{E\tau}{2} \frac{\sin\left[\frac{(\omega - \omega_0)\tau}{2}\right]}{(\omega - \omega_0)\tau}$$

- и имеет вид, изображенный на рисунке 4.1.



• Рисунок 4.1

- Искажения формы импульсов в волноводной линии передачи вызываются различным временем группового запаздывания для различных составляющих спектра сигнала

- Если принять ширину спектра равной ширине его главного лепестка, тогда крайние частоты спектра

- $|S(\omega)|$  будут равны:

- $f_1 = f_0 - 1/\tau = 9,7 \cdot 10^9 - 1/(8 \cdot 10^{-9}) = 9,58 \text{ ГГц},$

- $f_2 = f_0 + 1/\tau = 9,7 \cdot 10^9 + 1/(8 \cdot 10^{-9}) = 9,83 \text{ ГГц}.$

- Разность группового времени запаздывания

- $$\Delta t = \frac{\text{⊠}}{V_{\text{гр}}(f_1)} - \frac{\text{⊠}}{V_{\text{гр}}(f_2)} .$$

- Учитывая, что групповая скорость волны в волноводе определяется по соотношению (4.3), при

- окончательно получим

$$\Delta t = \frac{\text{⊠}}{c} \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{\text{кр}}}{f_1}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{\text{кр}}}{f_2}\right)^2}} \right]$$

$$\Delta t = \frac{60}{3 \cdot 10^8} \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \left( \frac{6,52 \cdot 10^9}{9,58 \cdot 10^9} \right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \left( \frac{6,52 \cdot 10^9}{9,83 \cdot 10^9} \right)^2}} \right] = 5,75 \text{ нс.}$$

- Таким образом, разность группового времени запаздывания для различных составляющих спектра сигнала оказывается соизмерим с длительностью импульса. Вследствие этого передаваемый импульс "расплывается" по ширине примерно вдвое.



4. На какую мощность рассчитана линия передачи при средней частоте излучаемого сигнала  $f_0 = 5090$  МГц, если наибольшая напряженность электрического поля не должна превышать половины пробивной напряженности

кВ/см?

- Решение

- Условимся, что в качестве линии передачи используется прямоугольный волновод, в котором распространяется основной тип волны.

- Определим длину волны генератора

$$\lambda = \frac{300}{f[\text{МГц}]} = \frac{300}{5090} = 0,0589 \text{ м.}$$

- Размер широкой стенки волновода можно выбрать из условия

$$\frac{\lambda}{2} < a < \lambda$$

- Практически

- $a = 0,7\lambda = 4,2 \text{ см},$

- $b = 0,35\lambda = 2,1 \text{ см.}$

- Из условия (4.10)  $\frac{\lambda_{\max}}{1,6} \leq a \leq \frac{\lambda_{\min}}{1,1}$

- можно определить, что такой волновод применяется в диапазоне длин волн  $4,62 \dots 6,72 \text{ см.}$

- Критическая длина волны для  $H_{10}$

- $\lambda_{\text{кр}H_{10}} = 2a = 2 \cdot 4,2 = 8,4 \text{ см.}$

- Предельная мощность, передаваемая по волноводу:

- $$P_{\text{пр}} = \frac{E_{\text{пр}}^2 \cdot ab \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}{480\pi} = \frac{\left(\frac{30 \cdot 10^3}{2}\right)^2 \cdot 4,2 \cdot 2,1 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{5,89}{2 \cdot 4,2}\right)^2}}{480 \cdot 3,14} = 938,2 \text{ кВт.}$$

- Допустимая мощность:

- $P_{\text{доп}} \approx 0,3 \cdot P_{\text{пр}} = 0,3 \cdot 938,2 = 281,5$

кВт.

- **Контрольные вопросы:**

1. Какие волны называются магнитными или H-волнами?
2. Какие типы волн могут существовать в прямоугольных волноводах?
3. В чем смысл понятия критической частоты (критической длины волны) в волноводе и от каких факторов зависит ее величина?
4. Какова связь фазовой, групповой скорости, длины волны в волноводе с критической длиной волны?
5. Что называется волновым сопротивлением волновода и какова его зависимость от частоты для H и E-волн?
6. Какая волна называется основной в волноводах? В чем ее преимущества?
7. Какая волна является основной в прямоугольном волноводе? Изобразите структуру поля основной волны в поперечном сечении прямоугольного волновода.
8. В чем смысл индексов "m" и "n" для прямоугольных волноводов?
9. Как подсчитать мощность, переносимую волной в волноводе?