5. Энергия

Энергия является количественной мерой различных форм движения и взаимодействий всех видов материи. Слово энергия происходит от греческого *energeia*. Различают механическую, тепловую, электромагнитную, ядерную и другие формы энергии. Механическая энергия бывает двух видов – кинетической и потенциальной.

Кинетическая энергия тела – это энергия его механического движения.

Потенциальная энергия – это энергия положения, она зависит от взаимного расположения тел.

5.1 Закон сохранения энергии

Работа силы, действующей на тело на участке пути 1-2, идет на приращение его кинетической энергии

$$A_{12} = T_2 - T_1$$

Если силы консервативные, то их работа на том же участке пути согласно равна убыли потенциальной энергии тела

$$A_{12} = U_1 - U_2$$

Приравнивая получаем

$$T_2 - T_1 = U_1 - U_2$$

или

$$\boxed{T_2 + U_2 = T_1 + U_1}$$

Значит величина, равная сумме потенциальной и кинетической энергии

$$\boxed{E = T + U}$$

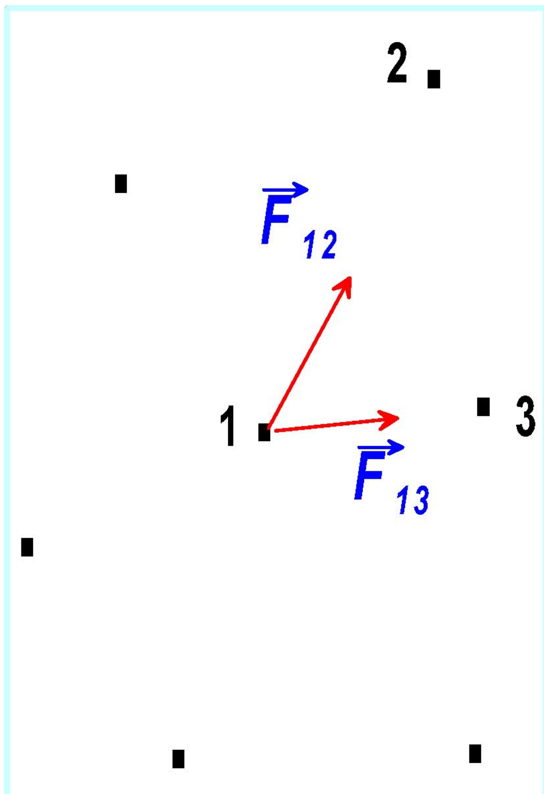
сохраняет свое значение при движении тела, движущегося в поле консервативных сил.

Величину E называют *полной механической энергией тела*.

5.2 Закон сохранения импульса

Полный импульс *замкнутой* системы равен сумме импульсов, составляющих ее частиц $\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i$

$$\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i \quad (i = 1,..,N)$$



ую частицу действуют

ы со стороны другиx частиц

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \ldots + \vec{F}_{1N} = \frac{d\vec{p}_1}{dt}$$

$$\vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \ldots + \vec{F}_{2N} = \frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

....

$$\vec{F}_{N1} + \vec{F}_{N2} + \ldots + \vec{F}_{N(N-1)} = \frac{d\vec{p}_N}{dt}$$

Сложим эти уравнения и объединим силы от пар частиц $(\vec{F}_{12}+\vec{F}_{21})+(\vec{F}_{13}+\vec{F}_{31})+\ldots+(\vec{F}_{23}+\vec{F}_{32})+(\vec{F}_{24}+\vec{F}_{42})+\ldots=$

$$=\frac{d}{dt}(\vec{p}_1+\vec{p}_2+\ldots+\vec{p}_N)=\frac{d\vec{P}}{dt}$$

Но по третьему закону Ньютона $\vec{F}_{ij}=-\vec{F}_{ji}$, поэтому *сумма всех внутренних сил равна нулю* и получаем

$$\boxed{\frac{d\vec{P}}{dt}=0, \qquad \vec{P}=const}$$

Следовательно, *полный импульс замкнутой системы от времени не зависит, он сохраняет свое значение и направление*. Этот закон связан с *однородностью пространства* – параллельный перенос замкнутой системы как целого из одной части пространства в другую не меняет ее механических свойств. Импульс сохраняется и для незамкнутой системы, если внешние силы компенсируют друг друга.

5.3 Закон сохранения момента импульса

Ранее было получено выражение, связывающее момент импульса с моментом внешних сил:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

Распишем оба момента в виде суммы вкладов от частей системы

$$\vec{L} = \sum_i \vec{L}_i = \sum_i [\vec{r}_i \times \vec{p}_i] \; ; \qquad \vec{M} = \sum_i \vec{M}_i = \sum_i [\vec{r}_i \times \vec{F}_i]$$

Подставляем в уравнение

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}\sum_i \vec{L}_i = \sum_i \vec{M}_i = \sum_i [\vec{r}_i \times \vec{F}_i]$$

Если система *замкнутая*, то на каждую из ее частей внешние силы не действуют $\vec{F}_i = 0$, тогда

$$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = 0}$$

поэтому $\boxed{\vec{L} = const}$

Следовательно, ***момент импульса замкнутой системы сохраняется, с течением времени остаются неизменными как его величина, так и направление.***

Этот результат справедлив и *для не замкнутой* системы, если суммарный момент внешних сил равен нулю, то есть когда $\vec{M} = \sum_i \vec{M}_i = 0$, хотя может $\vec{F}_i \neq 0$

5.4 Упругий и неупругий удар шаров

Анализ законов сохранения позволяет, не решая уравнений Ньютона, получить важные выводы о свойствах механической системы.

Рассмотрим в качестве примера *центральный удар* двух шаров, которые до удара двигались вдоль прямой, проходящей через их центры.

При соударении тела претерпевают *деформации*. При этом их кинетическая энергия частично или полностью переходит в потенциальную энергию упругой деформации и во внутреннюю энергию тел, сопровождающуюся повышением их температуры.

Существуют два предельных вида удара: абсолютно упругий и абсолютно неупругий.

При *абсолютно упругом ударе* механическая энергия тел *не переходит* в другие, немеханические, виды энергии. При таком ударе кинетическая энергия переходит полностью или частично в потенциальную энергию *упругой деформации*.

После удара тела возвращаются к *первоначальной форме*, отталкивая друг друга. В результате потенциальная энергия упругой деформации снова переходит в кинетическую энергию и тела разлетаются со скоростями, которые определяются из законов сохранения полной механической энергии и полного импульса системы двух тел.

При *абсолютно неупругом ударе* потенциальная энергия деформации *не возникает*, а кинетическая энергия тел полностью или частично превращается во *внутреннюю* энергию.

После абсолютно неупругого удара тела либо движутся с одинаковой скоростью, либо покоятся. При этом выполняется лишь закон сохранения импульса, а закон сохранения механической энергии *не соблюдается*.

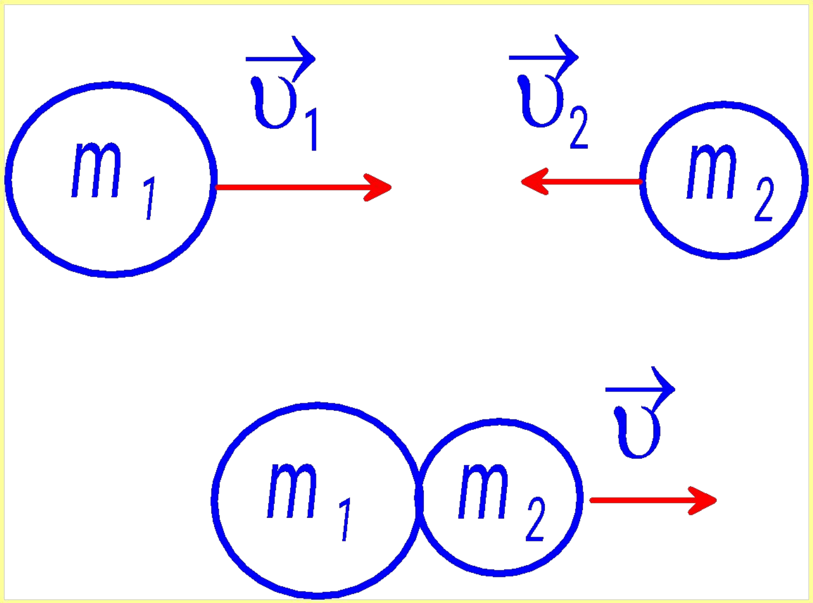
Но при абсолютно неупругом ударе *сохраняется полная энергия* – механическая плюс внутренняя.

– *Абсолютно неупругий удар*

Пусть массы шаров равны m_1 и m_2, а скорости до удара $\vec{\upsilon}_1$ и $\vec{\upsilon}_2$. После удара шары движутся как одно целое с одной и той же скоростью $\vec{\upsilon}$, равной скорости движения центра масс двух шаров.

Оба шара вместе образуют замкнутую систему, поэтому должен выполняться закон сохранения полного импульса системы

$$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = (m_1 + m_2)\vec{\upsilon}$$

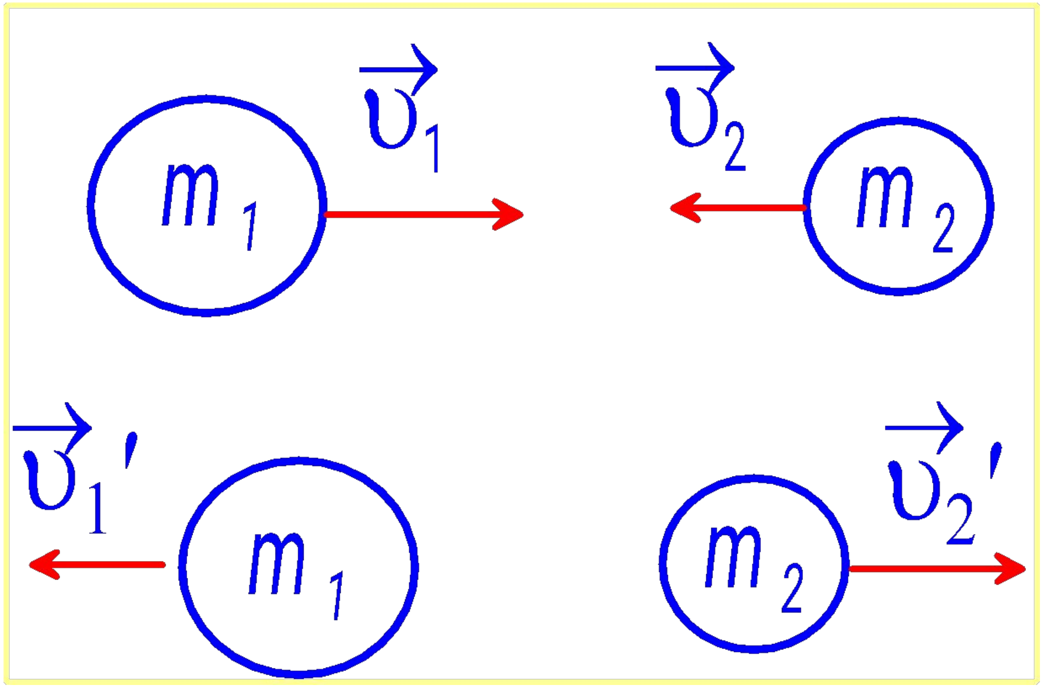


откуда

$$\vec{\upsilon} = \frac{m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2}{(m_1 + m_2)}$$

-Абсолютно упругий удар

При абсолютно упругом ударе выполняются два закона сохранения - закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии. На рисунке скорости тел после удара помечены штрихом.



Запишем законы сохранения

$$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = m_1\vec{\upsilon}_1' + m_2\vec{\upsilon}_2'$$

$$\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2^2}{2} = \frac{m_1(\upsilon_1')^2}{2} + \frac{m_2(\upsilon_2')^2}{2}$$

Из них после преобразований получаем

$$\vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_1' = \vec{\upsilon}_2 + \vec{\upsilon}_2'$$

$$\vec{\upsilon}_1 - \vec{\upsilon}_2 = \vec{\upsilon}_2' - \vec{\upsilon}_1'$$

Равенство означает, что при абсолютно упругом ударе *относительная скорость двух шаров сохраняет свой модуль, но меняет свое направление*.

Подставляя, получаем

$$\vec{\upsilon}_1' = \frac{2m_2\vec{\upsilon}_2 + (m_1 - m_2)\vec{\upsilon}_1}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{\upsilon}_2' = \frac{2m_1\vec{\upsilon}_1 + (m_2 - m_1)\vec{\upsilon}_2}{m_1 + m_2}$$

6. Неинерциальные системы отсчета.

6.1 Силы инерции

Законы Ньютона выполняются только в инерциальных системах отсчета. Относительно всех инерциальных систем тело движется с одним и тем же ускорением $\vec{a}$ **.**

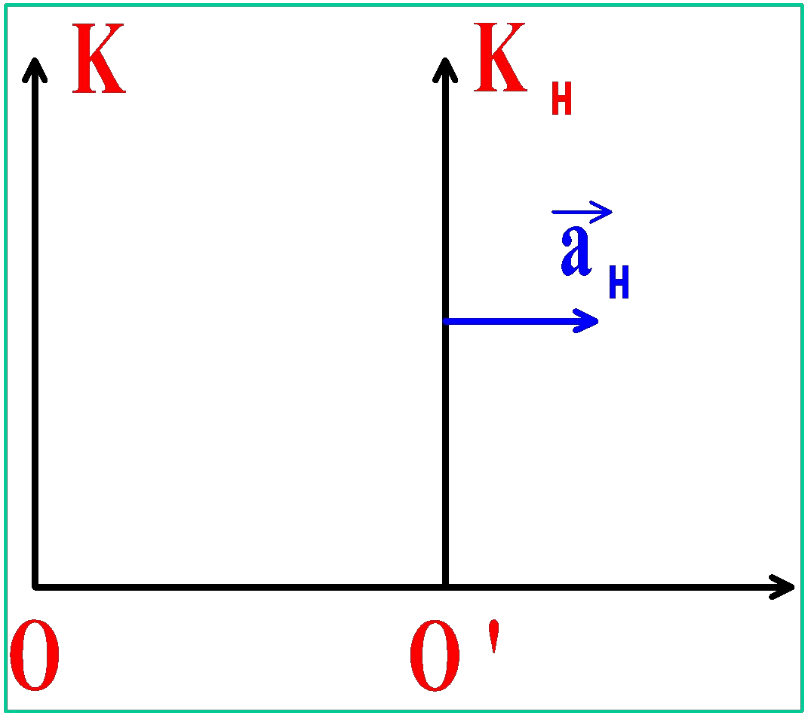
Неинерциальные системы движутся относительно инерциальных систем с некоторым ускорением $\vec{a}_н$ **.**

Поэтому в них законы Ньютона *не выполняются*.

Однако, законы Ньютона можно применять, если ввести в рассмотрение *особые* силы – *силы инерции*.

Рассмотрим две системы отсчета *К* и $К_н$. Из них система *К* – инерциальная, а система $К_н$ – ***неинерциальная***.

Пусть система $К_н$ движется относительно системы *К* с ускорением $\vec{a}_н$.



В инерциальной системе *К* уравнение Ньютона для тела массы *m* движущегося с ускорением $\vec{a}$ имеет вид

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Тогда относительно неинерциальной системы $K_н$ тело будет двигаться с ускорением

$$\vec{a}' = \vec{a} - \vec{a}_н$$

Умножим это равенство на массу тела, получим

$$m\vec{a}' = m\vec{a} - m\vec{a}_н$$

Это уравнение и представляет собой 2-й закон Ньютона в неинерциальной системе отсчета $Kн$.

Из него следует, что в неинерциальной системе на тело как бы действует *дополнительная сила*

$$\vec{F}_и = -m\vec{a}_н$$

которая называется *силой инерции*.

С ее введением уравнение Ньютона в неинерциальной системе отсчета принимает вид

$$m\vec{a}' = m\vec{a} + \vec{F}_{и} = \vec{F} + \vec{F}_{и}$$

***Сила инерции учитывает влияние ускорения самой неинерциальной системы на характер движения тела относительно этой системы*.**

Силы инерции обнаруживают себя в реальных явлениях. Например, при ускоренном или замедленном движении поезда силы инерции вызывают падение предметов. В центрифугах они используются для разделения веществ.

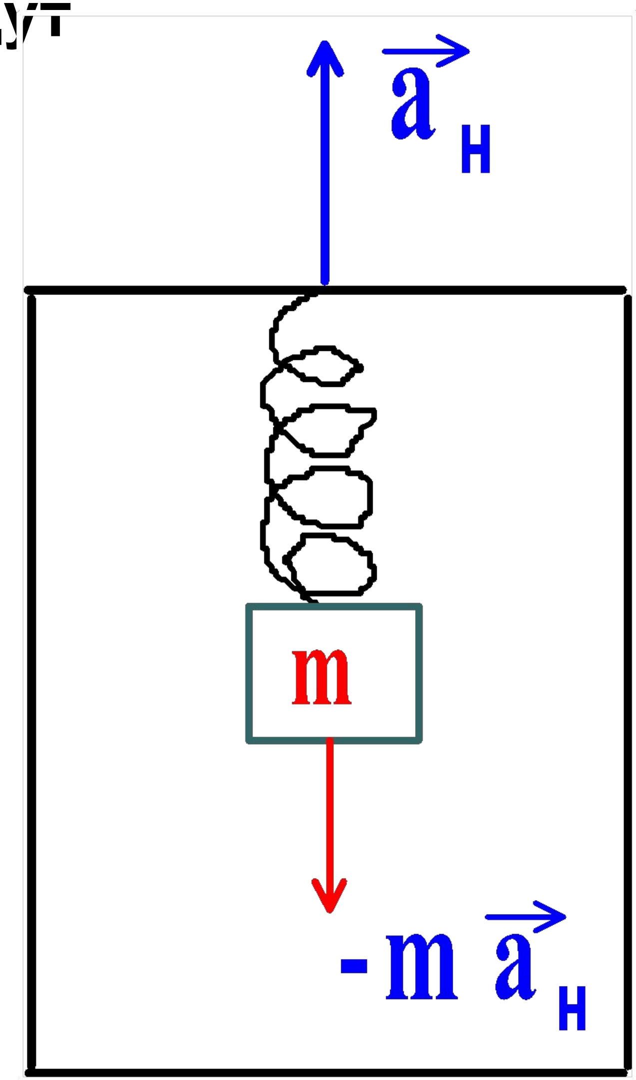
Сила инерции пропорциональна массе тела, поэтому она аналогична силам тяготения.

Для иллюстрации рассмотрим кабину, которая движется с ускорением $\vec{a}_н$ вверх.

Все тела,находящиеся в кабине будут вести себя так, как если бы на них действовала сила инерции

$$\vec{F}_и = -m\vec{a}_н$$

В частности, пружина с прикрепленным на ее конце телом массы *m* растянется так, чтобы упругая сила Уравновесила силу инерции. Но тоже самое будет наблюдаться, когда кабина неподвижна, а на нее действует сила тяжести.



Поэтому если человек находится в кабине и у него нет возможности наблюдать за тем, что происходит за пределами кабины, то он не сможет установить, чем обусловлена сила, действующая на пружину - ускоренным движением кабины или действием гравитационного поля.

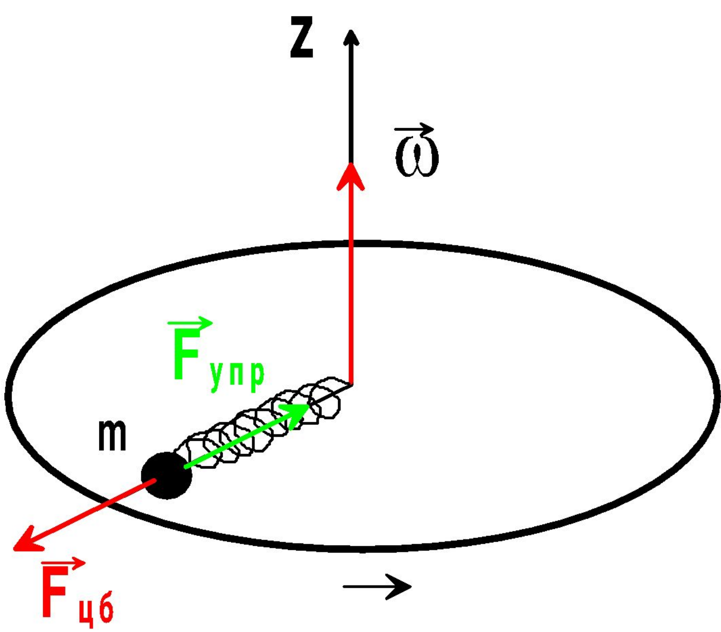
На этом основании говорят об *эквивалентности сил инерции и сил тяготения*.

6.2 Центробежная сила инерции

Пусть диск вращается с угловой скоростью *w* вокруг оси z. К центру диска прикреплена пружина, на конце которой находится груз массы m. Груз и пружина надеты на стержень. Перемещаясь вдоль стержня и растягивая пружину, груз в конце концов остановится в таком положении, в котором сила упругости в ***неподвижной системе отсчета, связанной с Землей***, согласно 2-му закону **Ньютона** будет равна $\vec{F}_{упр} = m\vec{a}_n = -m\omega^2\vec{R}$,где

$\vec{R}$ - радиус-вектор, проведенный к грузу из центра диска, $\vec{a}_n$ - центростремительное ускорение.

Относительно диска груз покоится.



м, что ***во***

отсчета, ***связанной с***

сила инерции

енная вдоль радиуса от

$$\vec{F}_{цб} = -\vec{F}_{упр} = m\omega^2\vec{R}$$

рующая силу упругости.

ся ***центробежной силой***

6.3 Сила Кориолиса

В предыдущей задаче тело покоилось относительно вращающейся системы отсчета. Рассмотрим теперь случай, когда *тело движется относительно этой системы*. Тогда наряду с центробежной силой на тело будет действовать *еще одна сила инерции* – *сила Кориолиса*.

Пустим из центра диска O шарик вдоль радиуса OA со

относительно $\vec{v}'$

вращался, то

вдоль прямой OA. При

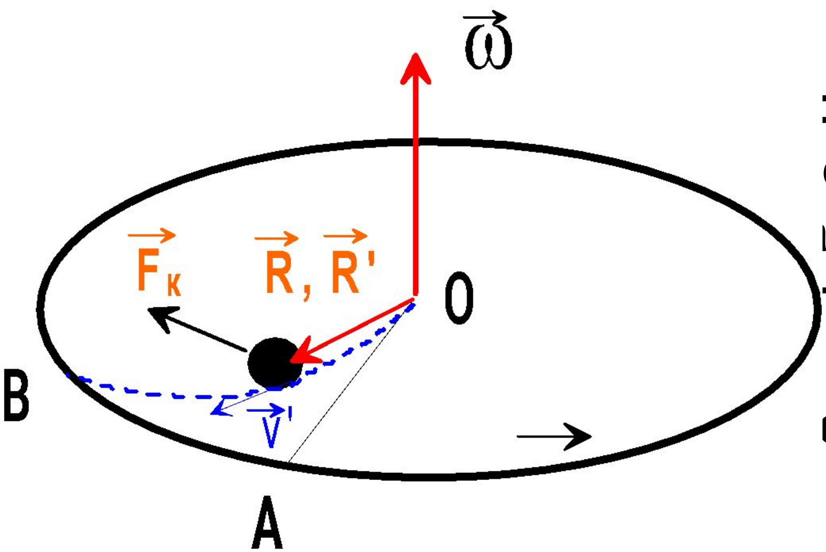
диска шарик будет двигаться по

если бы на него

,

и в каждой точке $\vec{F}_к$

сть *сила Кориолиса*.

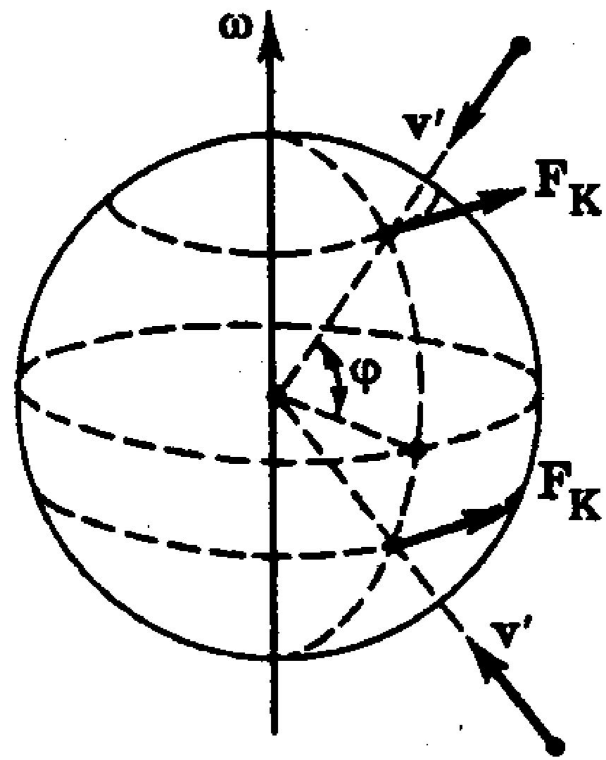


Примеры движений, в которых проявляется сила Кориолиса

При движении тела относительно Земли сила Кориолиса приводит к нескольким эффектам.

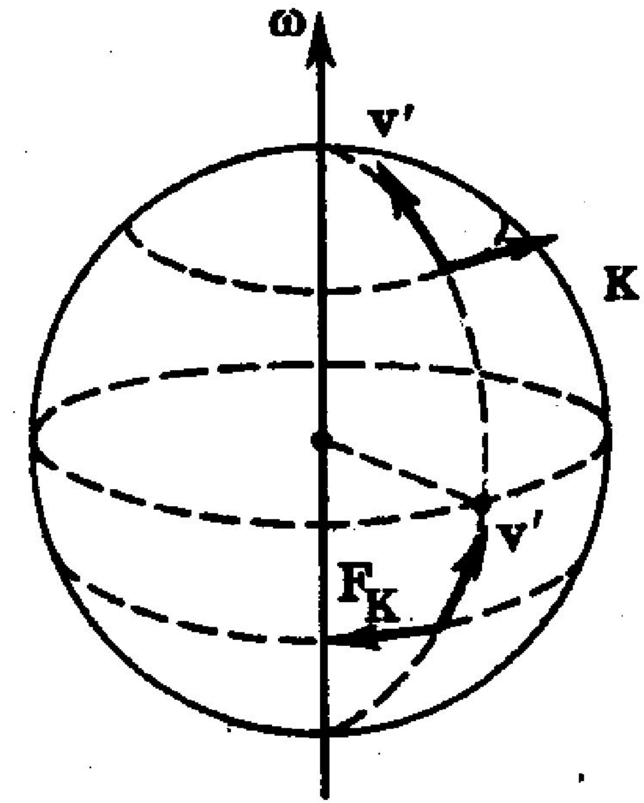
1) *Отклонение свободно падающего тела от вертикали.*

При свободном падении тела на него действует сила Кориолиса, направленная в сторону вращения Земли. Поэтому она приводит к *отклонению траектории тела к* Востоку от линии отвеса в любом месте Земли. Ее величина *максимальна* на экваторе и *равна нулю* на полюсах.



2) Если тело движется по поверхности Земли *вдоль меридиана* к северному полюсу, то в северном полушарии на него действует сила Кориолиса, направленная по ходу вращения Земли, а в южном полушарии - против вращения Земли.

Если же тело движется к южному полюсу, то в Северном полушарии сила Кориолиса направлена против хода вращения Земли, а в южном полушарии – по ходу вращения Земли.



По этой причине:

a) течение *Гольфстрим*, текущее на север, отклоняется вправо и обогревает Северную часть Европы;

b) реки, текущие в северном полушарии как на север, так и на юг подмывают правый берег;

в южном полушарии реки подмывают левый берег;

c) в северном полушарии правые рельсы изнашиваются сильнее левых;

в южном полушарии, наоборот, левые рельсы изнашиваются сильнее правых.

7. Специальная теория относительности

7.1 Недостатки механики Ньютона-Галилея

1) В механике Ньютона взаимодействие частиц описывается с помощью потенциальной энергии, являющейся функцией координат частиц

$U(r_1, r_2, ..., r_N)$. Поэтому изменение положения какой-либо из частиц отражается на остальных частицах в тот же момент времени. Значит, предполагается, что взаимодействие распространяется мгновенно.

Опыт, однако, показывает, что мгновенных взаимодействий в природе не существует. Если с одним телом произошли какие-то изменения, то на другом теле это отражается лишь через конечный промежуток времени. Взаимодействие между телами не может распространяться со скоростью большей скорости света в вакууме.

2) Механика Ньютона справедлива для описания движения тел, имеющих скорости *много меньшие* скорости света. Для быстрых частиц ее результаты не согласуются с экспериментом.

В частности, она не объясняет закон распространения света. Согласно классическому закону сложения скоростей ($\vec{C}' = \vec{C} + \vec{U}$) скорость света должна зависеть от относительной скорости источника и приемника света .

Однако, в опыте Майкельсона и Морли (1887 г.) такая зависимость не обнаруживалась.

Это говорило также об отсутствии эфира – среды, в которой распространяется свет.

3) В механике Ньютона координаты точки меняются при переходе к новой инерциальной системе отсчета, тогда как *время считается абсолютным, одним и тем же во всех инерциальных системах*. Поэтому, если какие-то два события являются одновременными для одного наблюдателя, то они должны быть одновременными и для любого другого наблюдателя.

То есть понятие *одновременности абсолютно* в механике Ньютона.

Однако, *конечность распространения сигналов приводит к относительности понятия одновременности*.

7.2 Постулаты специальной теории относительности

В 1905 г. Эйнштейн создал релятивистскую механику (специальную теорию относительности), которая описывает движение тел с любыми скоростями. В основе теории Эйнштейна лежат два, подтверждающихся опытом постулата:

1) Принцип относительности – *все законы природы одинаковы во всех инерциальных системах*.

Этот принцип расширяет механический принцип относительности Галилея на все физические явления.

Он означает, что уравнения, выражающие законы природы, должны иметь одинаковый вид во всех инерциальных системах отсчета.

2) Принцип постоянства скорости света – ***скорость света в вакууме не зависит от движения источников света или наблюдателя и одинакова во всех инерциальных системах.***

Ее численное значение равно *с* ≈ 299800 км/с ≈ 3· 108 м/с

Большой величиной скорости света объясняется то, что на практике обычно достаточно точной оказывается механика Ньютона.

Из принципа относительности следует, что ***скорость света является скоростью распространения всех основных взаимодействий*** - электромагнитного, гравитационного, сильного и слабого.

В природе невозможно движение тел и передача сигналов со скоростью большей скорости распространения света в вакууме.

7.3 Преобразования Лоренца

Пусть инерциальная система К´ движется относительно другой инерциальной системы К

$\vec{V}$

со скоростью вдоль

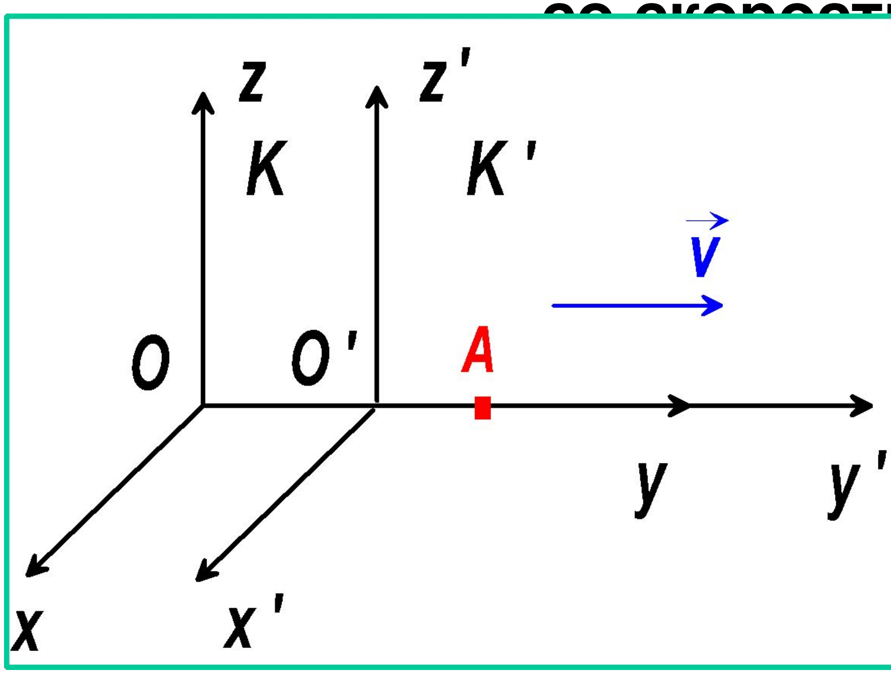
некоторую

этой оси. Ее

вдоль осей X и Z в

стемах совпадают

$z = z´$



Получим формулы, связывающие (*y, t*) с (*y´, t´*). Вследствие *однородности и изотропности пространства и однородности времени* эта связь должна быть линейной, то есть

$$y = \alpha_1 y' + \alpha_2 t' + \alpha_3$$

где α_1, α_2, α_3 - некоторые константы, которые надо найти. Формула справедлива для любой точки на оси *y*. Применим ее к началам координат двух систем O и O´.

Пусть в начальный момент времени $t = t' = 0$ положения точек O и O´ совпадали

$$y(t = 0) = y'(t' = 0) = 0$$

Чтобы это выполнялось необходимо положить $\alpha_3 = 0$.

В последующие времена начало координат О в системе К будет иметь прежнее значение $y = 0$.

В системе же К´ положение точки О меняется и ее координата будет равна $y' = -Vt'$, что можно переписать как $y' + Vt' = 0$.

Это значит, что $y'+Vt'$ обращается в ноль вместе с y, поэтому они должны быть пропорциональными друг другу, что требует равенства коэффициентов

$$\alpha_1 = \alpha_2 /V = \alpha$$

Следовательно $$y = \alpha(y' + Vt')$$

Аналогично, с течением времени начало координат O' в системе K' будет иметь неизменную координату $y' = 0$, а в системе K - меняющуюся координату $y = Vt$.

Это снова означает, что y' и $(y – Vt)$ обращаются в нуль вместе, а значит пропорциональны друг другу

$$y' = \gamma(y - Vt)$$

В силу *равноправности* систем K и K' коэффициенты α и γ должны совпадать $\alpha = \gamma$.

Полученные связи координат должны выполняться *для любой точки на осях* y и y'.

Для нахождения коэффициента α используем *принцип постоянства скорости света*.

Пусть в начальный момент времени $t = t' = 0$ из начала координат вдоль осей y и y' был послан световой сигнал. Этот сигнал достигнет точку A в системе К в некоторый момент времени t, поэтому ее координату можно записать как

$y = ct$.

В системе К′ этот же сигнал движется с той же скоростью c и достигнет точку A в момент времени t', поэтому ее координата в системе К′ равна $y' = ct'$.

Следовательно, для точки A должны выполняться соотношения

$$y = \alpha(y' + V t') \quad ; \quad y = ct$$

$$y' = \alpha(y - Vt) \quad ; \quad y' = ct'$$

Решим их относительно α **. Подставим последние два выражения в первые два, получим**

$$ct = \alpha(y' + V t') = \alpha(ct' + V t') = \alpha(c + V)\, t'$$

$$ct' = \alpha(y - Vt) = \alpha(ct - Vt) = \alpha(c - V)t$$

Таким образом

$$ct = \alpha(c + V)\, t' = \alpha(c + V)\alpha(c - V)t/c = \alpha^2(c^2 - V^2)t/c$$

значит

$$\alpha^2 = \frac{c^2}{c^2 - V^2} \rightarrow \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$

Поэтому

$$y = \frac{y' + Vt'}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$

Выразим теперь время *t* через *y´* и *t´*. Для этого подставим *y* во второе уравнение системы

$$y' = \alpha[\alpha(y' + Vt') - Vt] \quad t = \alpha t' + \left[\frac{(\alpha^2 - 1)y'}{\alpha V}\right]$$

$$t = \frac{t' + \frac{Vy'}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$

Полученные формулы- *преобразования Лоренца* (1904).

В преобразованиях Лоренца координаты и время одной системы зависят от координат и времени другой системы. В этом проявляется ***взаимосвязь пространства и времени***.

Обратные формулы, выражающие x', y', z', t' через x, y, z, t получаются заменой штрихованных переменных на нештрихованные и заменой $V \to -V$, поскольку система К движется относительно К´ со скоростью $-V$:

$$y' = \frac{y - Vt}{\sqrt{1 - \left(\dfrac{V}{c}\right)^2}} \qquad t' = \frac{t - \dfrac{Vy}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\dfrac{V}{c}\right)^2}}$$

В пределе $c \to \infty$ преобразования Лоренца переходят в нерелятивистские преобразования Галилея.

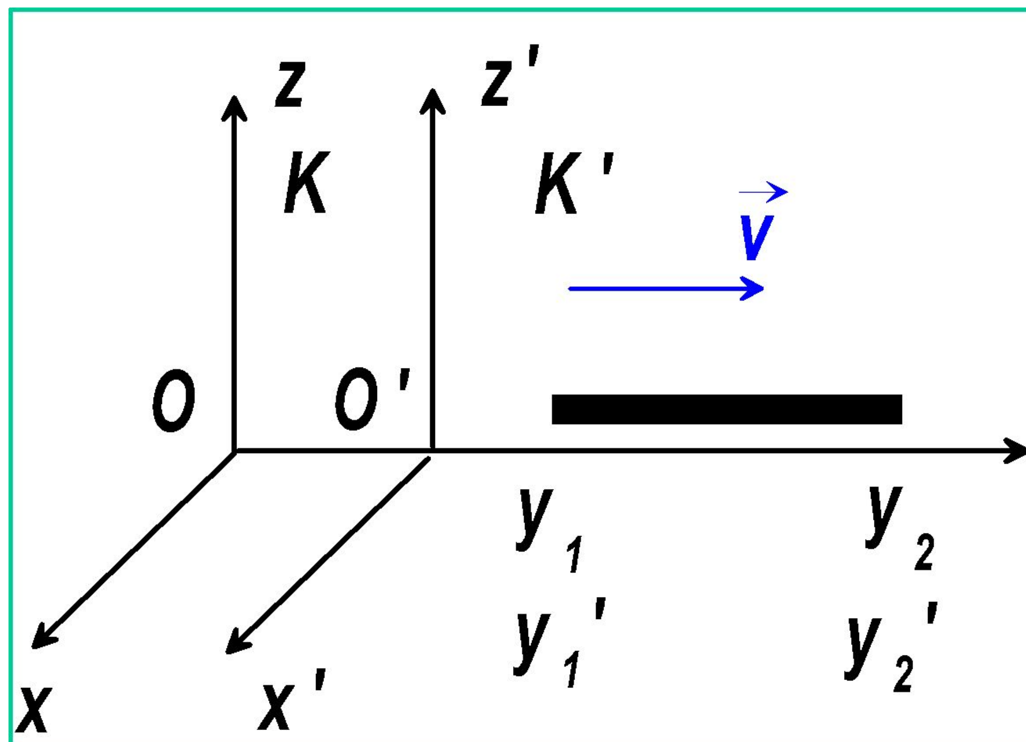
7.4 Следствия преобразований Лоренца

1) Длина тел в разных системах. Лоренцево сокращение

Пусть в системе отсчета *K'* покоится стержень, параллельный оси *y* и имеющий длину $\Delta y' = y_2' - y_1'$, где y_2' и y_1' - координаты концов стержня. Система *K'* движется относительно системы *K* со скоростью вдоль оси *y*. Длина стержня в системе *K* равна

$$\Delta y = y_2 - y_1$$

где y_2 и y_1 - координаты концов стержня в момент времени *t*.



Найдем связь длин стержня в двух системах. Для этого используем преобразования *Лоренца*

$$y_1' = \frac{y_1 - Vt}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}} \qquad y_2' = \frac{y_2 - Vt}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$

Вычитая y_1' из y_2', находим

$$\Delta y' = y_2' - y_1' = \frac{y_2 - y_1}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}} = \frac{\Delta y}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$

Определение ***Собственной длиной*** стержня называется его длина в той системе отсчета, в которой он ***покоится***. Обозначим ее через $l_0 = \Delta y'$, а длину того же стержня в системе отсчета K - как $l =$ получим

$$l = l_0\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2} \qquad l \leq l_0$$

Следовательно, ***самую большую длину стержень имеет в той системе отсчета, в которой он покоится.*** Его длина в системе, в которой он движется со скоростью V, уменьшается в число раз, равное

$$\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}$$

Этот результат называется ***лоренцевым сокращением***. В направлениях осей x, z размеры стержня ***не меняются***.

2) Промежуток времени между событиями

Пусть в системе отсчета *K'* в некоторой точке с координатами x', y', z' происходят два события в моменты времени t_1' и t_2'.

В системе отсчета *K* этим событиям соответствуют моменты времени t_1 и t_2, которые находятся из преобразований *Лоренца* для времени

$$t_1 = \frac{t_1' + \dfrac{Vy'}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\dfrac{V}{c}\right)^2}} \qquad t_2 = \frac{t_2' + \dfrac{Vy'}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\dfrac{V}{c}\right)^2}}$$

Поэтому промежутки времени между двумя событиями в системах отсчета *K'* и *K* связаны соотношением

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$

где V - скорость, с которой система *K'* движется относительно неподвижной системы *K*.

Пусть оба события происходят с телом, которое покоится в системе *K'*.

Тогда *Δt'* – есть промежуток времени, измеренный по часам, неподвижным относительно тела, то есть движущимся вместе с телом.

Время, отсчитанное по часам, движущимся вместе с телом, называется ***собственным временем*** Δt_0.

В нашем случае $\Delta t_0 = \Delta t'$, поэтому

$$\Delta t_0 = \Delta t\sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2} \quad ; \quad \Delta t_0 \le \Delta t$$

Формула показывает, что

собственное время движущегося объекта всегда меньше времени в неподвижной системе, значит, движущиеся часы идут медленнее покоящихся.

Замедление физических процессов в движущихся системах находит экспериментальное подтверждение, например, в процессе распада мюонов.