

## Нечеткие множества

Знаменитый софизм «Куча» обсуждали еще древнегреческие философы. Вот как можно его изложить: «**Одно зерно не составляет кучу. Если к тому, что не составляет кучи, добавить одно зерно, то куча не получится. Следовательно, никакое количество зерен не составляет кучу**». Утверждение явно нелепо: каждый согласится, что 100 000 000 зерен пшеницы - довольно большая куча (объемом около 6 кубометров).

Как же возникает столь абсурдный вывод?  
В нем обсуждаются два понятия -  
«несколько зерен» и «куча» - И  
показывается, что граница между ними в  
мышлении людей и в отражающем это  
мышление естественном языке (русском,  
английском, любом другом) нечетка.

В самом деле, разве можно указать такое число  $N$ , чтобы совокупность из  $N$  зерен было уже кучей, а из  $(N - 1)$  зерна - еще нет? Можете ли вы допустить, что 325 647 зерен не образуют кучу, а 325 648 образуют? Конечно, указание точной границы здесь бессмысленно. Вы попросту не сможете различить эти две совокупности зерен.

Вообразите теперь, что проводится специальная серия опытов: большому числу людей предлагают наборы из  $n$  зерен и спрашивают: «Это куча?» И пусть никто не уклоняется *от* ответа! Что будет происходить?

При малом  $n$  все единодушны: «Нет, это не куча, это всего лишь несколько зерен».

При многих миллионах зерен все тоже будут едины в своем мнении: «Это куча».

А при промежуточных значениях  $n$  мнения разделятся - одни выскажутся за «кучу», другие против.

Описанный эксперимент допускает  
плодотворную интерпретацию:

каждому числу зерен  $n$  можно  
сопоставить число  $P_n$

долю тех опрошенных, которые считают  $n$   
зерен кучей. С такой точки зрения понятие  
«куча» описывается не одним числом границей  
между «несколькими зернами» и «кучей», а  
последовательностью  $P_n$ , которая равна нулю  
при малых  $n$  и единице при больших



Софизм «Куча» обсуждал замечательный французский математик Эмиль Борель. Именно он предложил описывать понятие «куча» последовательностью  $P_n$ , и указал способ получения этой последовательности с помощью массового опроса.

Это понятие размыто не только для совокупности людей, но и для отдельно взятого человека. Представьте себе, что вам предъявляют один за другим наборы зерен, спрашивая: «Это куча?» Что вы будете отвечать? При малом числе зерен - «нет», при большом - «да», а при промежуточном станете колебаться. Если экспериментатор настойчив, он вытянет у вас ответ типа: «Это скорее куча, чем несколько зерен», - а если он убедительно потребует от вас оценить степень вашей уверенности числом, то добьется чего-нибудь вроде: «Семьдесят пять шансов из ста зато, что это куча». В итоге ваше мнение будет выражено графиком того же типа, что приведен на рисунке



В основании современной математики лежит понятие множества. Чтобы задать то или иное конкретное множество предметов, надо относительно каждого предмета уметь ответить на вопрос: «Принадлежит данный предмет данному множеству или не принадлежит?»

Но мы уже видели, что границы понятий, как правило, размыты, так что четкий ответ на подобный вопрос возможен далеко не всегда. Значит, для описания нечеткости надо взять за основу понятие множества, несколько отличающееся от привычного, более широкое, нежели оно.



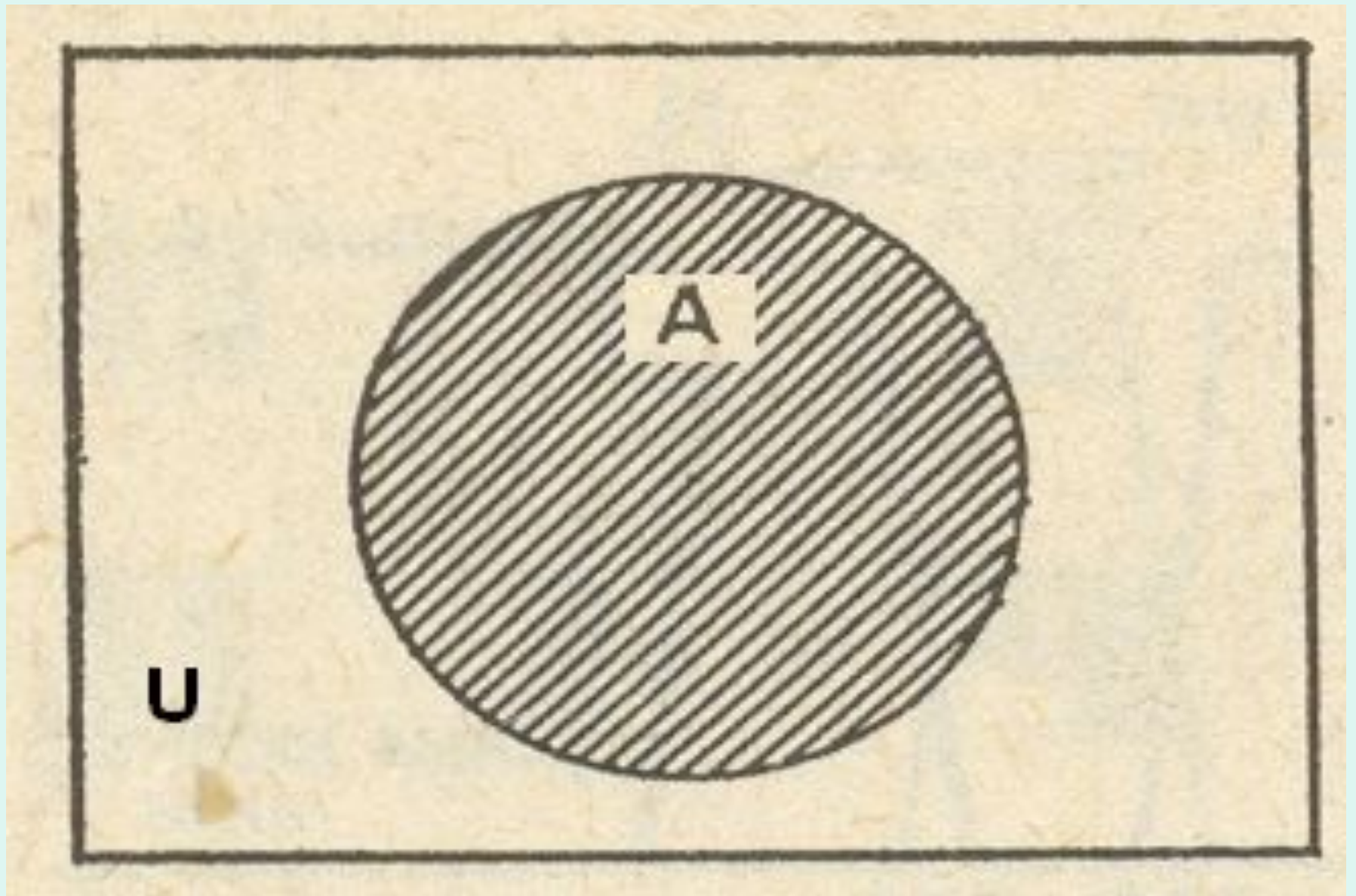
Чтобы определить нечеткое множество, надо прежде всего задать совокупность всех тех элементов, для которых имеет смысл говорить о мере их принадлежности рассматриваемому нечеткому множеству. Эта совокупность называется универсальным множеством. (Для «кучи» - это множество натуральных чисел.)

Задать нечеткое множество - это значит установить для каждого элемента универсального множества степень принадлежности этого элемента нечеткому множеству. Другими словами, нечеткое множество характеризуется функцией, ставящей в соответствие каждому элементу универсального множества степень его принадлежности нечеткому множеству

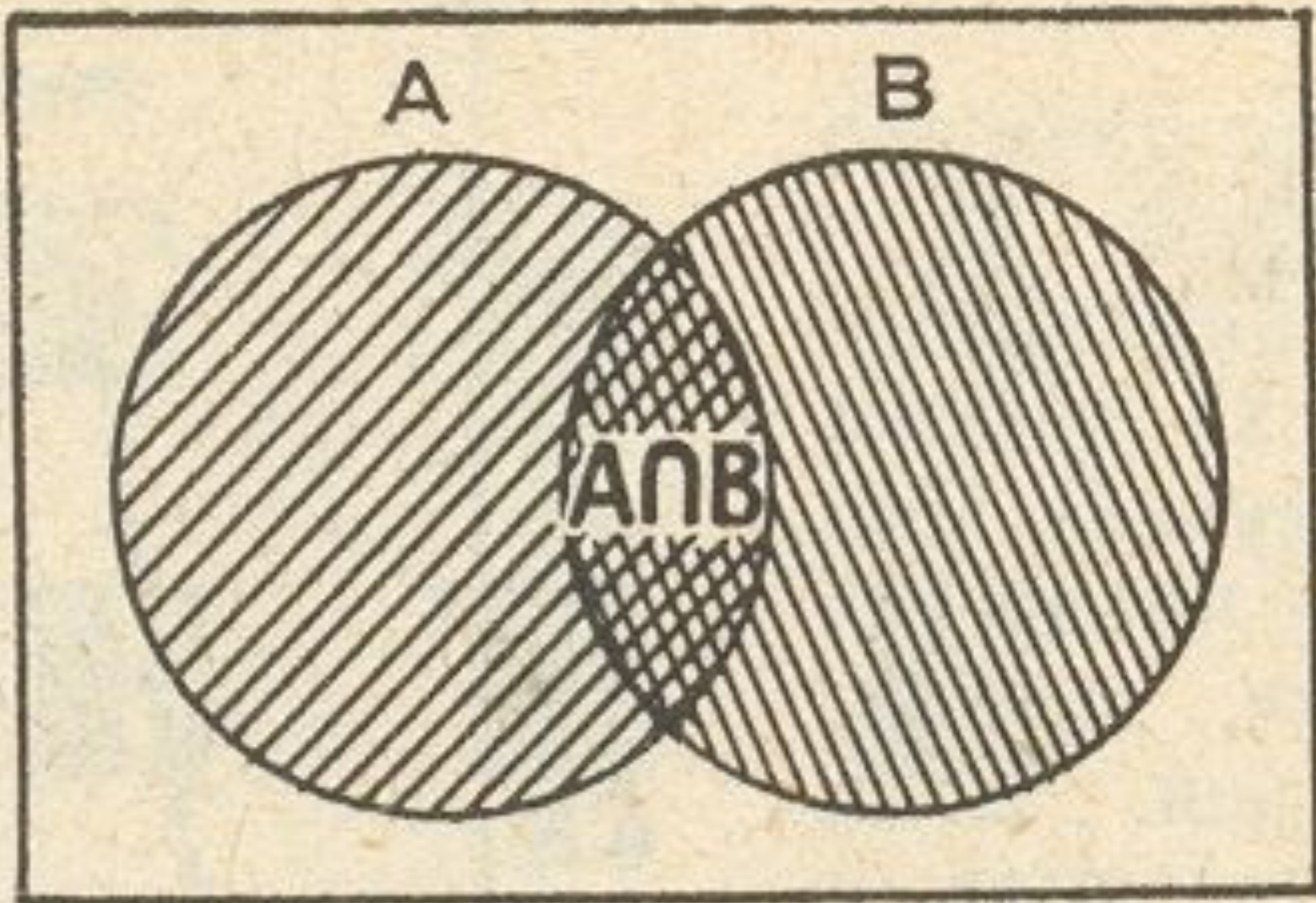
Вспомним понятие чёткого множества и две операции— пересечение и объединение множеств.

Множества принято изображать с помощью так называемых кругов Эйлера.

Круг, олицетворяющий некоторое множество, нарисован внутри прямоугольной рамки: прямоугольником представлено универсальное множество, подмножествами которого мы будем заниматься.

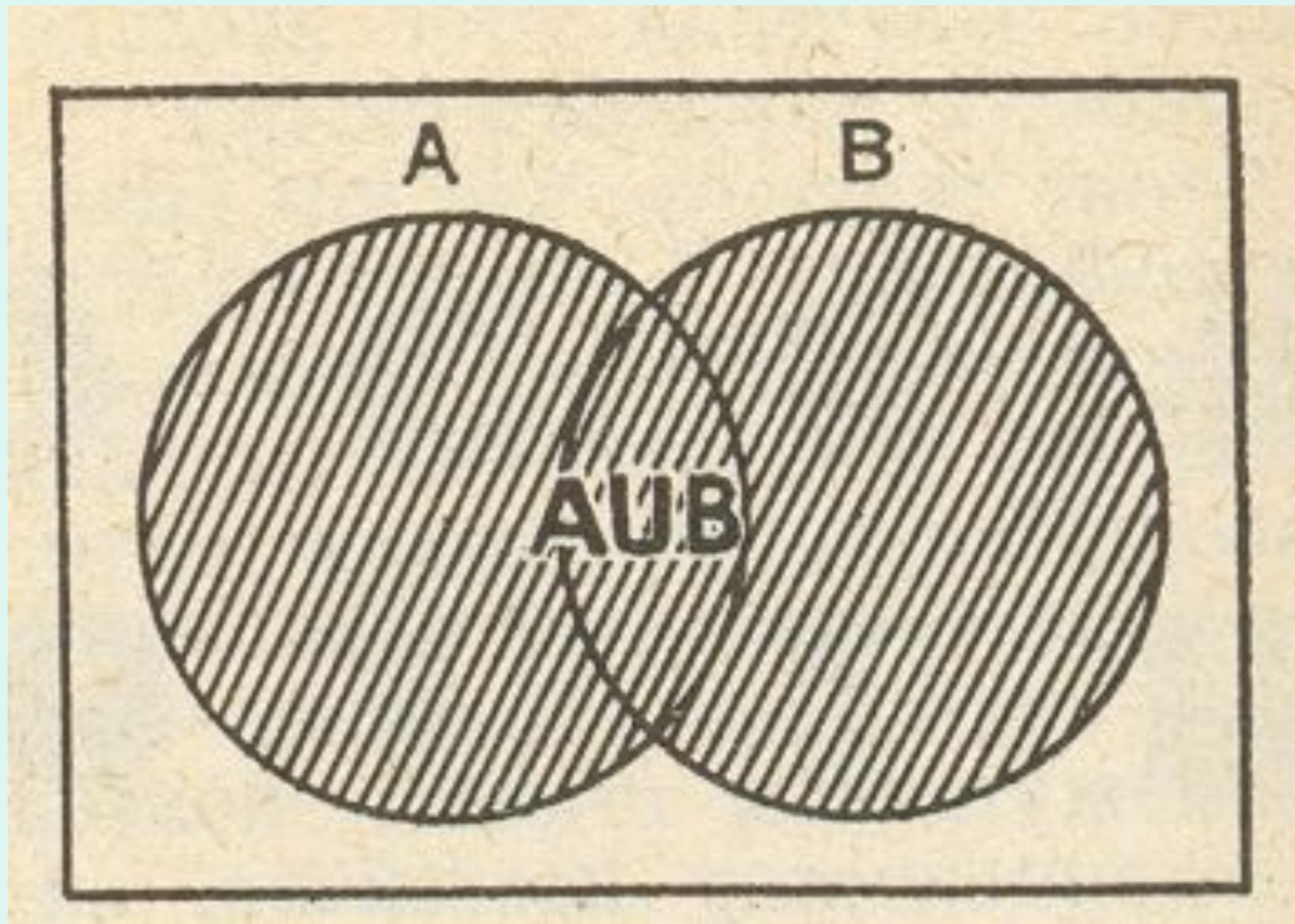


Универсальное множество  $U$  и чёткое множество  $A$ .



Пересечение чётких множеств A и B





Объединение двух чётких множеств A и B

Обычные множества - частный случай нечетких, в котором функция принадлежности принимает только два значения - нуль или единица. Единица - если элемент входит в множество, нуль - если не входит.

## **Операции над нечеткими множествами**

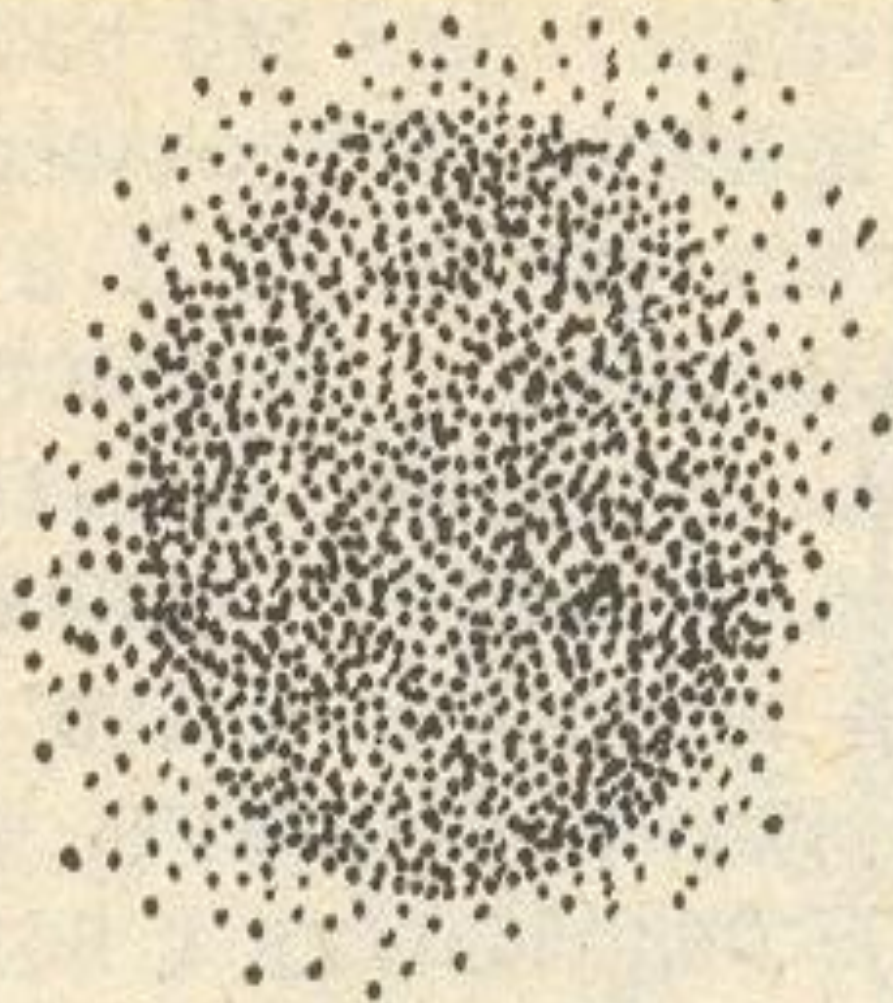
Одна из широко применяемых операций над множествами - операция пересечения. Возьмем два множества, обозначим их  $A$  и  $B$ . Пересечение  $A$  и  $B$  - это множество, состоящее из всех элементов, которые входят и в  $A$  и в  $B$ . Иллюстрация этого понятия с помощью кругов Эйлера приведена выше.

Нечеткие множества тоже можно изобразить при помощи кругов.

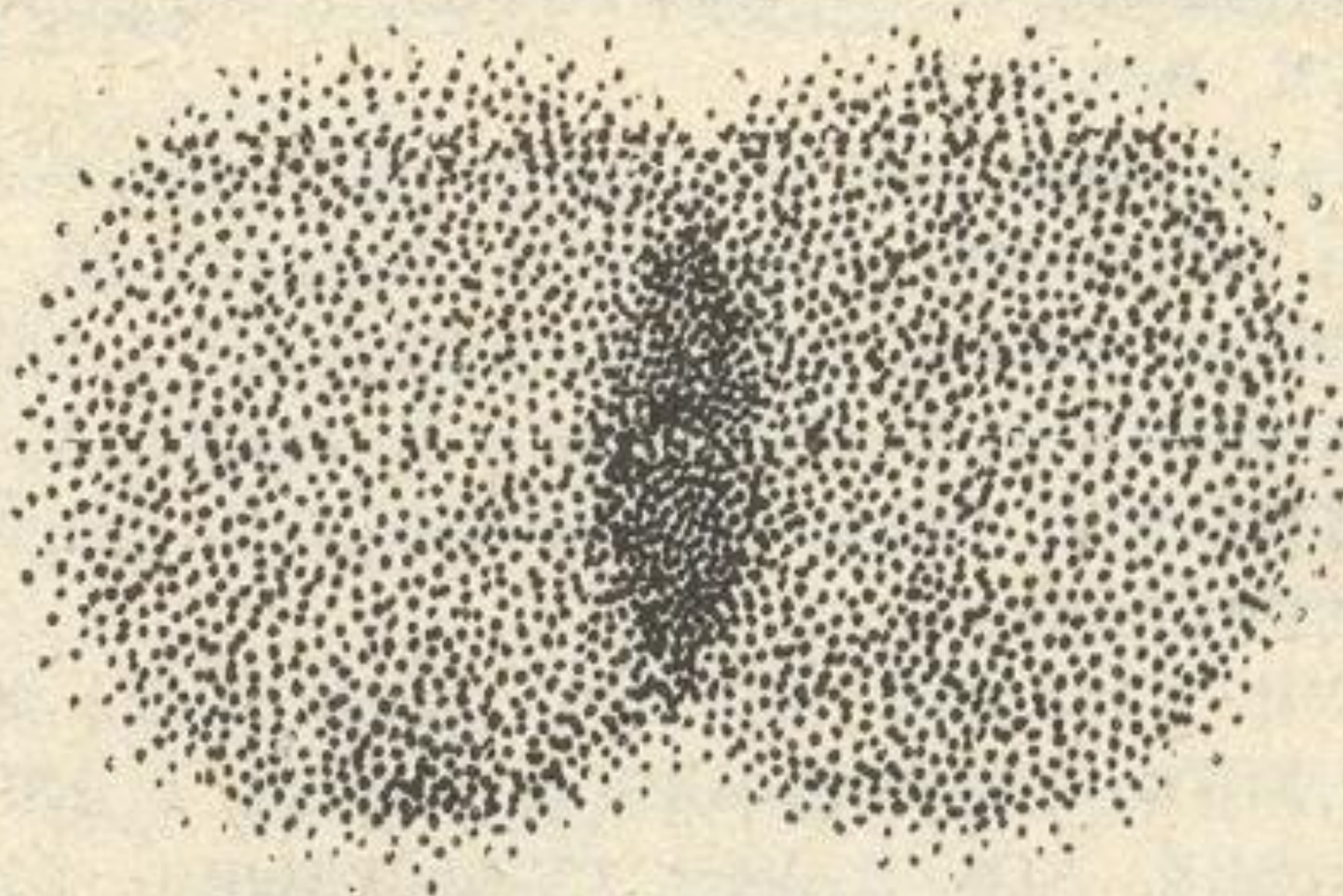
Только круги на этот раз будут с размытыми границами. Спадающая к краям насыщенность тона передает значение функции принадлежности - чем она больше, тем насыщеннее тон.

Это показано на рисунке.





На этом рисунке изображено пересечение двух нечетких множеств.



Сразу оговоримся: пересечению, вводимому в традиционном учении о множествах, в теории нечетких множеств соответствует не одна, а две операции - пересечение и произведение.

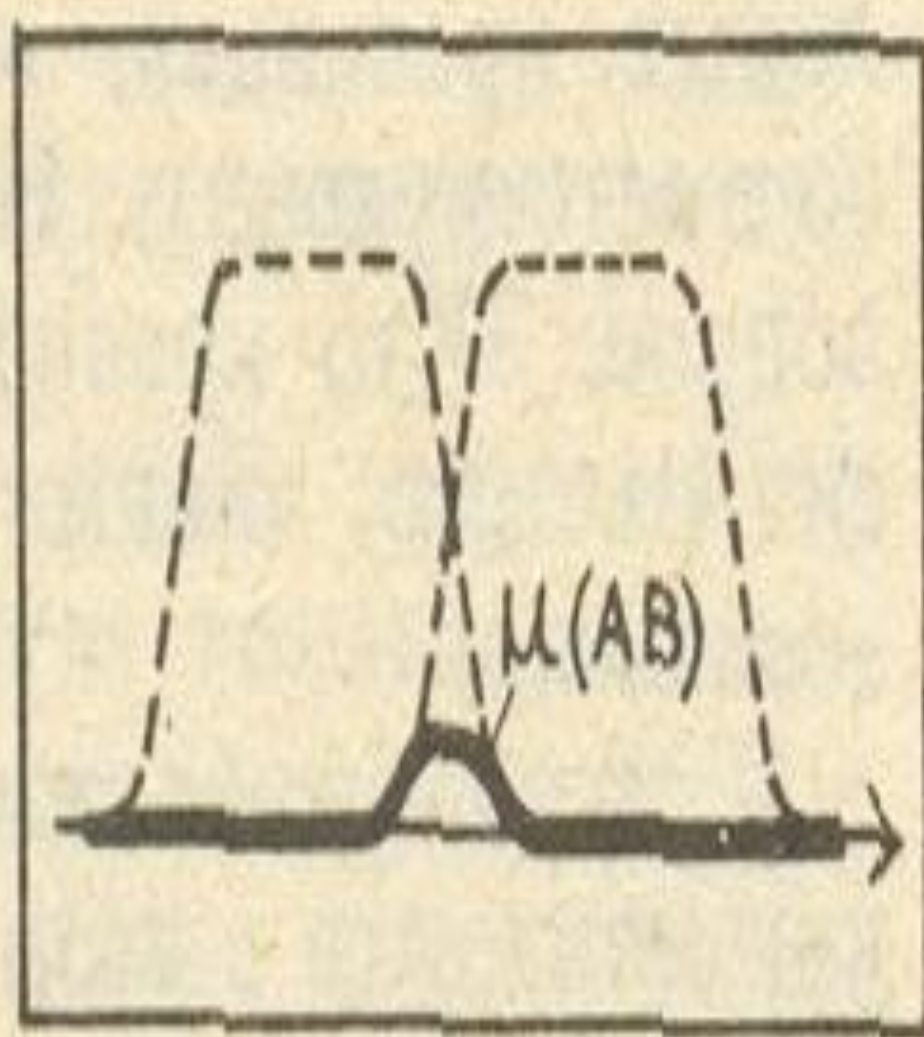
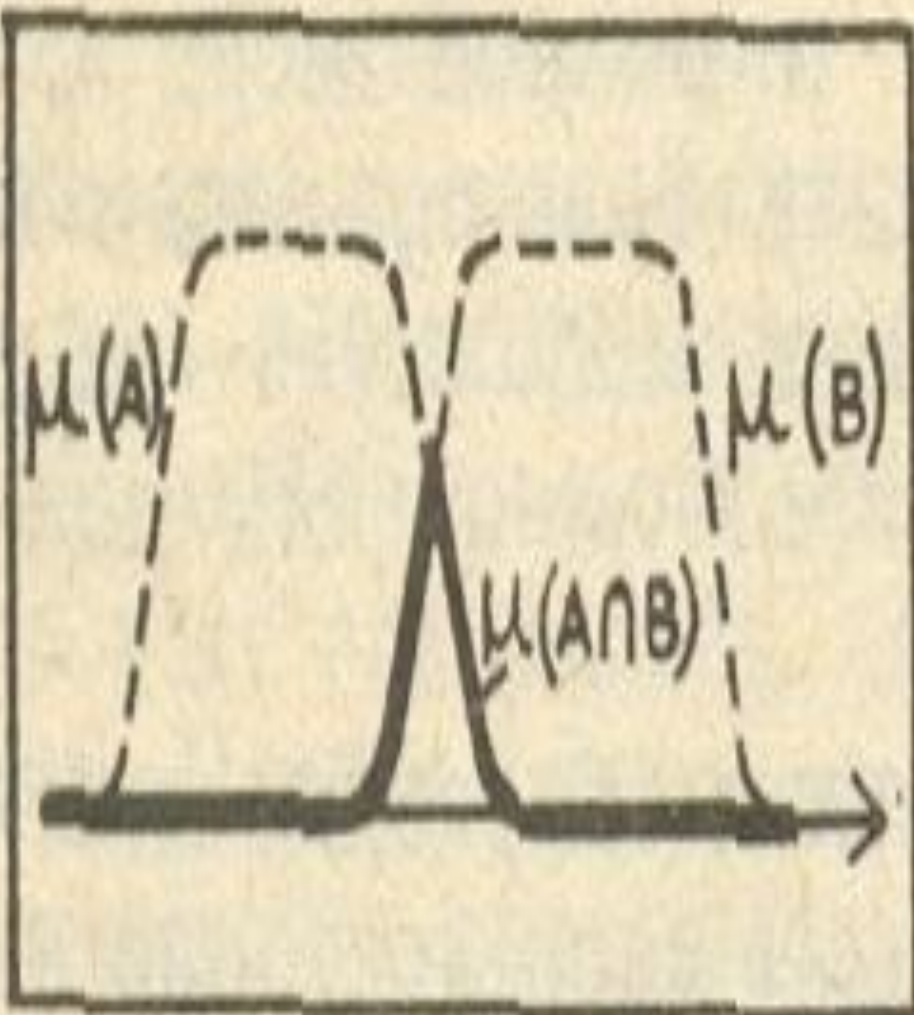
Пересечение двух нечетких множеств это тоже нечеткое множество. Его функция принадлежности определяется как минимум функций принадлежности тех нечетких множеств, пересечение которых ищется.



$$\mu( A \cap B ) = \min \{ \mu(A); \mu( B) \}$$

А вот функция принадлежности произведения двух нечетких множеств определяется иначе - как произведение функций принадлежности того и другого.

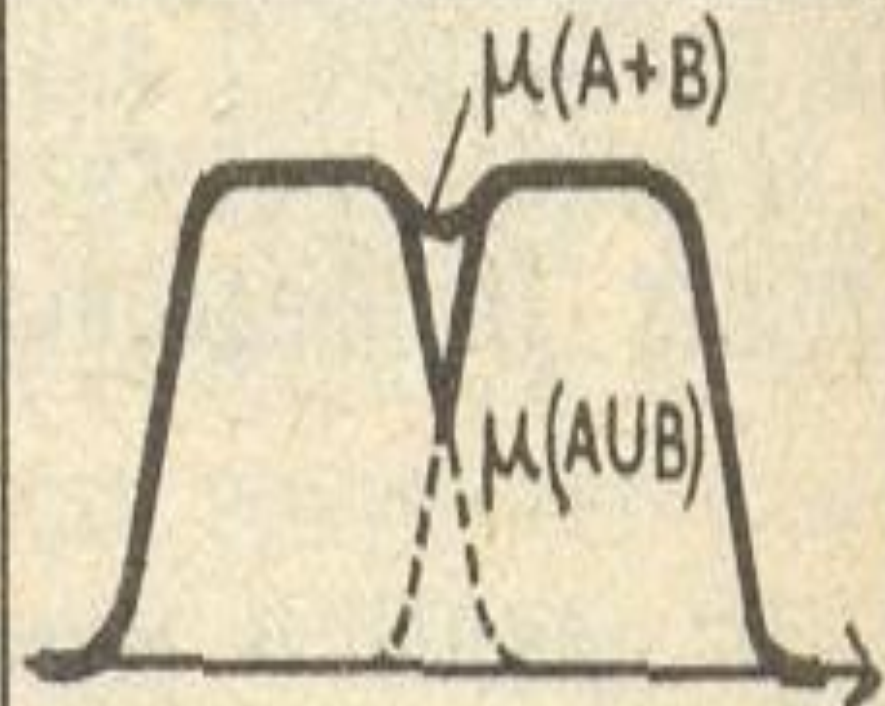
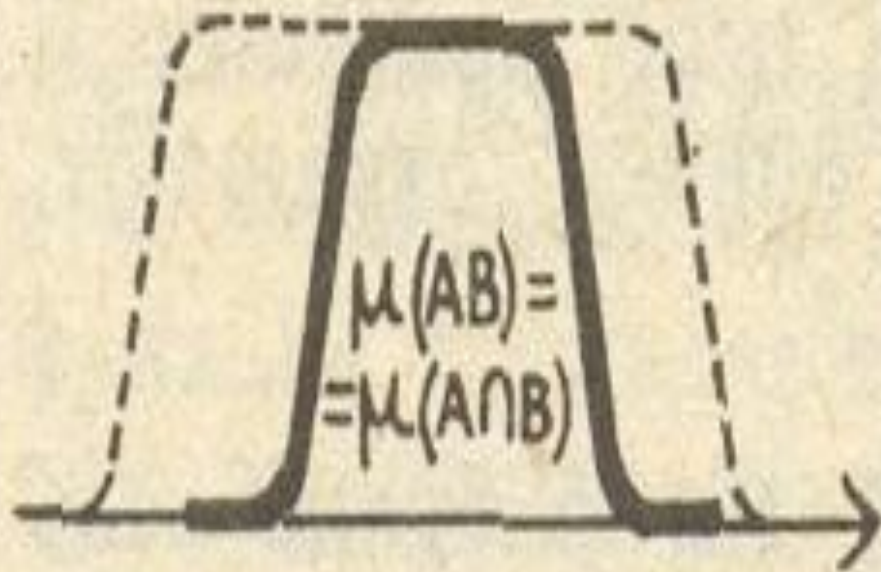
$$\mu( A \cdot B ) = \mu(A) \cdot \mu( B)$$



С точки зрения приложений теории нечетких множеств в этом есть свои достоинства.

**Оказывается, пересечение разумно применять тогда, когда объединяемые союзом «и» понятия тесно связаны друг с другом, а произведение - когда они независимы.**

**Операции объединения, среди нечетких множеств соответствуют опять таки две операции: объединение и сумма.**





Функция принадлежности объединения двух нечетких множеств  $A$  и  $B$  определяется как максимум функций принадлежности исходных множеств:

$$\mu(A \cup B) = \max\{\mu(A); \mu(B)\},$$

а функция принадлежности суммы так: надо сложить функции принадлежности  $A$  и  $B$  и вычесть из полученной суммы произведение тех же функций:

$$\mu(A+B) = \mu(A) + \mu(B) - \mu(A) \cdot \mu(B).$$

А вот операция отрицания в теории нечетких множеств одна, как и в традиционном понимании

Конкретное значение функции принадлежности называется степенью или коэффициентом принадлежности. Эта степень может быть определена явным образом в виде функциональной зависимости (например,

$$\mu_A(x) = \exp \left( - \left( \frac{x - 3}{0,2} \right)^2 \right)$$

либо дискретно – путем задания конечной последовательности значений  $x \in \{x_n\}$  в виде

$$A(x) = \left\{ \frac{\mu(x_1)}{x_1}, \frac{\mu(x_2)}{x_2}, \dots, \frac{\mu(x_n)}{x_n} \right\}.$$

Пример. Рассмотрим нечеткое множество,  $A_3$   
- соответствующее понятию «небольшой запас деталей на складе». Носителем данного нечеткого множества является конечное множество  $S = \{10, 11, 12, \dots, 39, 40\}$ , каждый элемент которого представляет собой определенное количество деталей.

$$A_3 = \{0,05/10; 0,1/11; 0,2/12; 0,3/13; 0,4/14; 0,5/15; \\ 0,7/16; 0,8/19; 1,0/20; \dots; 1,0/33; 0,9/34; 0,8/35; 0,6/36; \\ 0,4/37; 0,3/38; 0,2/39; 0,1/40\}.$$

Отсюда следует, что в решаемой задаче управления запасами понятию «небольшой запас деталей на складе» соответствует запас объемом от 20 до 33 деталей, в меньшей степени — запасы от 10 до 19 и от 34 до 40 деталей. Запас объемом меньше 10 и больше 40 деталей понятием «небольшой» охарактеризован быть не может.

В теории нечетких множеств, помимо переменных цифрового типа, существуют лингвистические переменные с присписываемыми им значениями. Пусть переменная  $x$  обозначает температуру ( $x = \text{«температура»}$ ). Можно определить нечеткие множества «отрицательная», «близкая к нулю», «положительная», характеризуемые функциями принадлежности  $\mu_{\text{отриц}}(x)$ ,  $\mu_{\text{бнул}}(x)$ ,  $\mu_{\text{полож}}(x)$ . Так же как обычная переменная может принимать различные значения, лингвистическая переменная «температура» может принимать различные лингвистические значения. В нашем примере это: «отрицательная», «близкая к нулю», «положительная». Следовательно, лингвистическое выражение может иметь вид: «температура отрицательная», «температура близкая к нулю», «температура положительная».

Пример логического произведения двух нечетких множеств. Пусть даны два нечетких множества А и В, определяемые следующим образом:

$$A = \left\{ \frac{1,0}{x_1}, \frac{0,7}{x_2}, \frac{0,5}{x_3}, \frac{0,1}{x_4} \right\}$$

$$B = \left\{ \frac{0,2}{x_1}, \frac{0,5}{x_2}, \frac{0,6}{x_3}, \frac{0,7}{x_4} \right\}$$

Логическое произведение множеств А и В будет иметь вид

$$C = \left\{ \frac{0,2}{x_1}, \frac{0,5}{x_2}, \frac{0,5}{x_3}, \frac{0,1}{x_4} \right\}$$

Пример логической суммы двух нечетких множеств. Пусть даны два нечетких множества А и В, определяемые следующим образом:

$$A = \left\{ \frac{1,0}{x_1}, \frac{0,7}{x_2}, \frac{0,5}{x_3}, \frac{0,1}{x_4} \right\}$$

$$B = \left\{ \frac{0,2}{x_1}, \frac{0,5}{x_2}, \frac{0,6}{x_3}, \frac{0,7}{x_4} \right\}$$

Логическая сумма множеств А и В, то есть  $C=A \cup B$ , равна

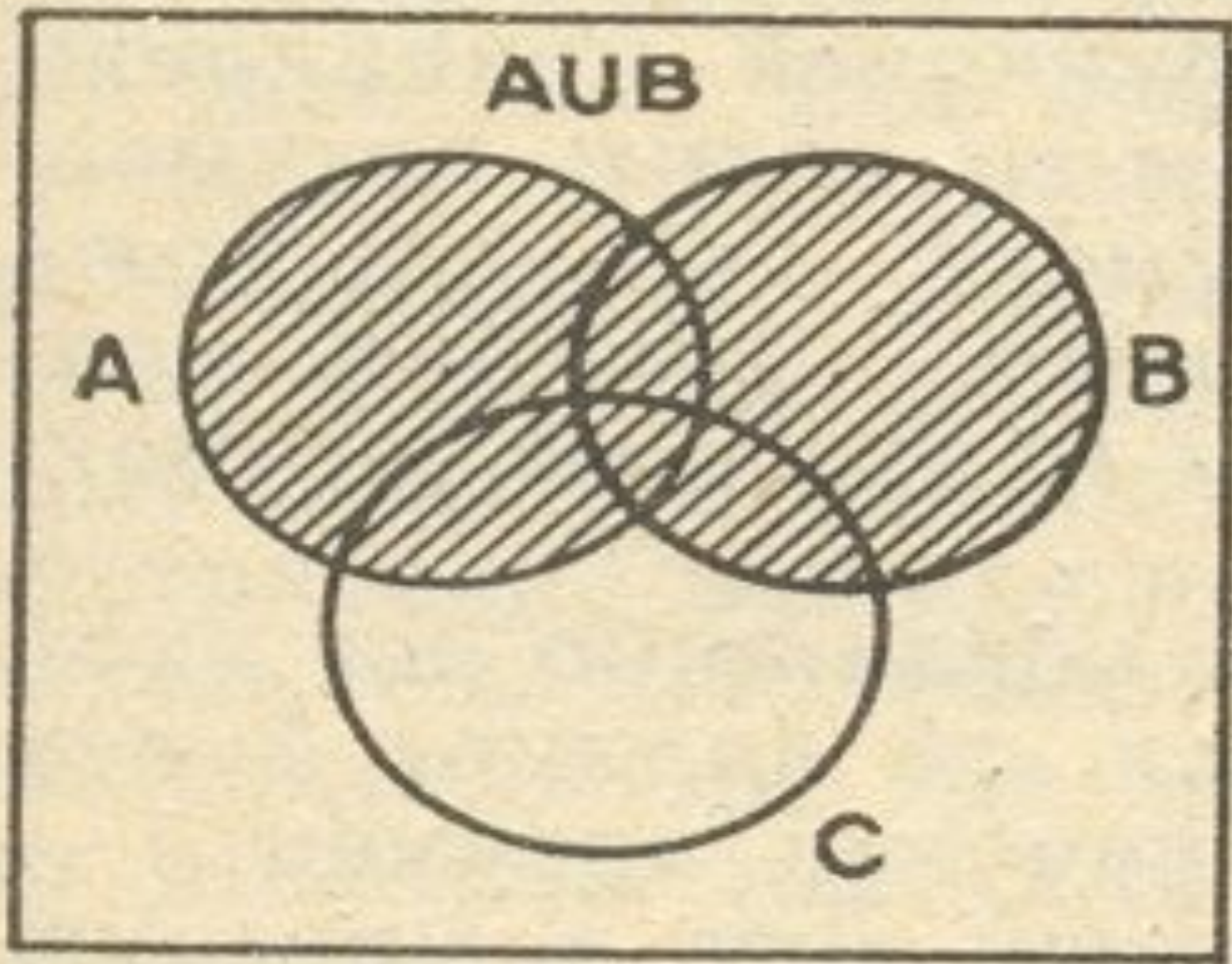
$$C = \left\{ \frac{1,0}{x_1}, \frac{0,7}{x_2}, \frac{0,6}{x_3}, \frac{0,7}{x_4} \right\}$$

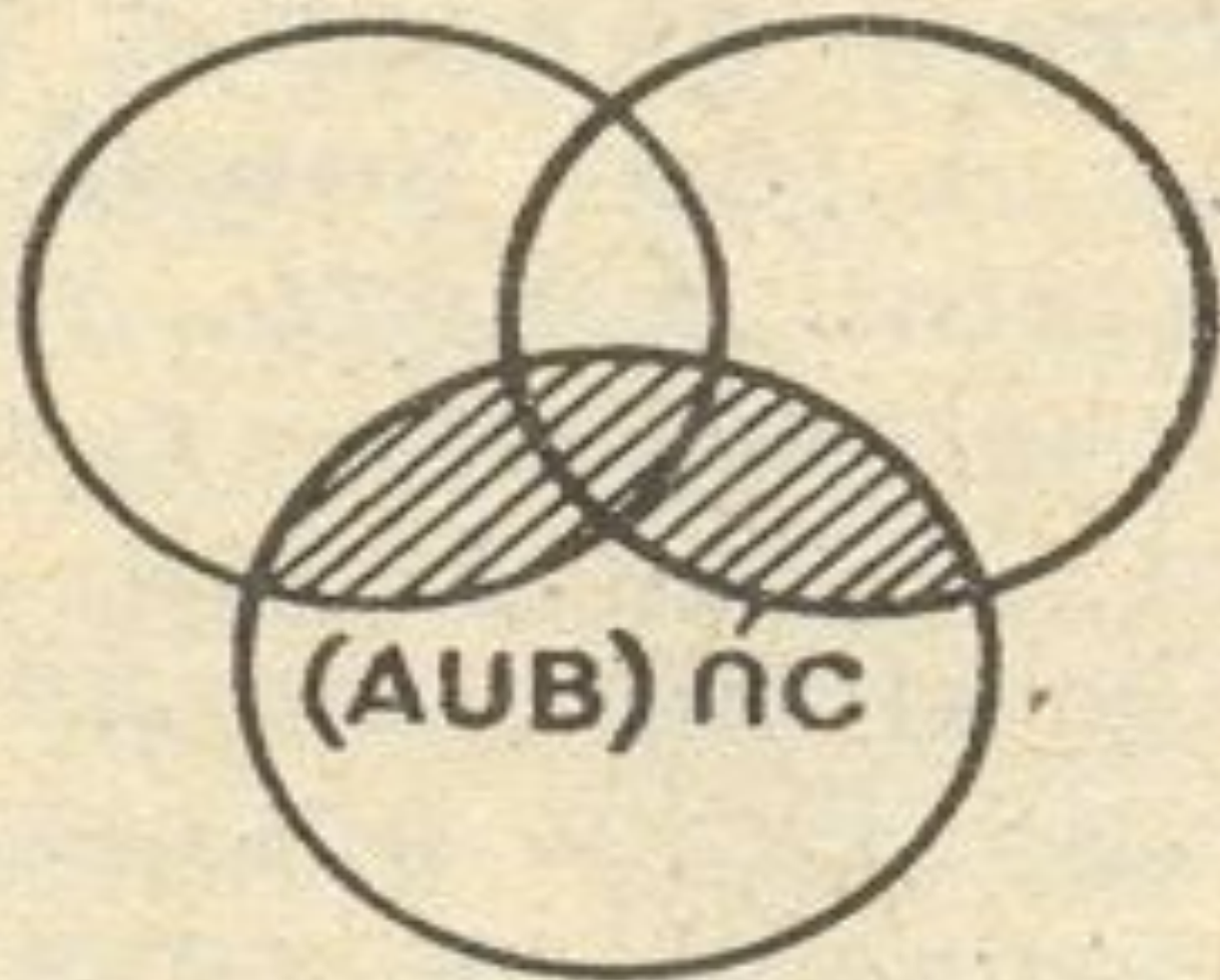
Общеизвестно, что для любых трех чисел  $A$ ,  $B$  и  $C$  справедливо алгебраическое тождество  $A(B + C) = AB + AC$ . Это так называемое распределительное свойство умножения: чтобы умножить некоторое число на сумму двух других, можно умножить его на каждое слагаемое в отдельности и полученные произведения сложить. Есть и другие тождества, отражающие свойства операций над числами и применяемые в алгебре для преобразования буквенных выражений.

Сходные тождества есть и в теории множеств: они выражают свойства операций над множествами и составляют основу так называемой алгебры множеств.

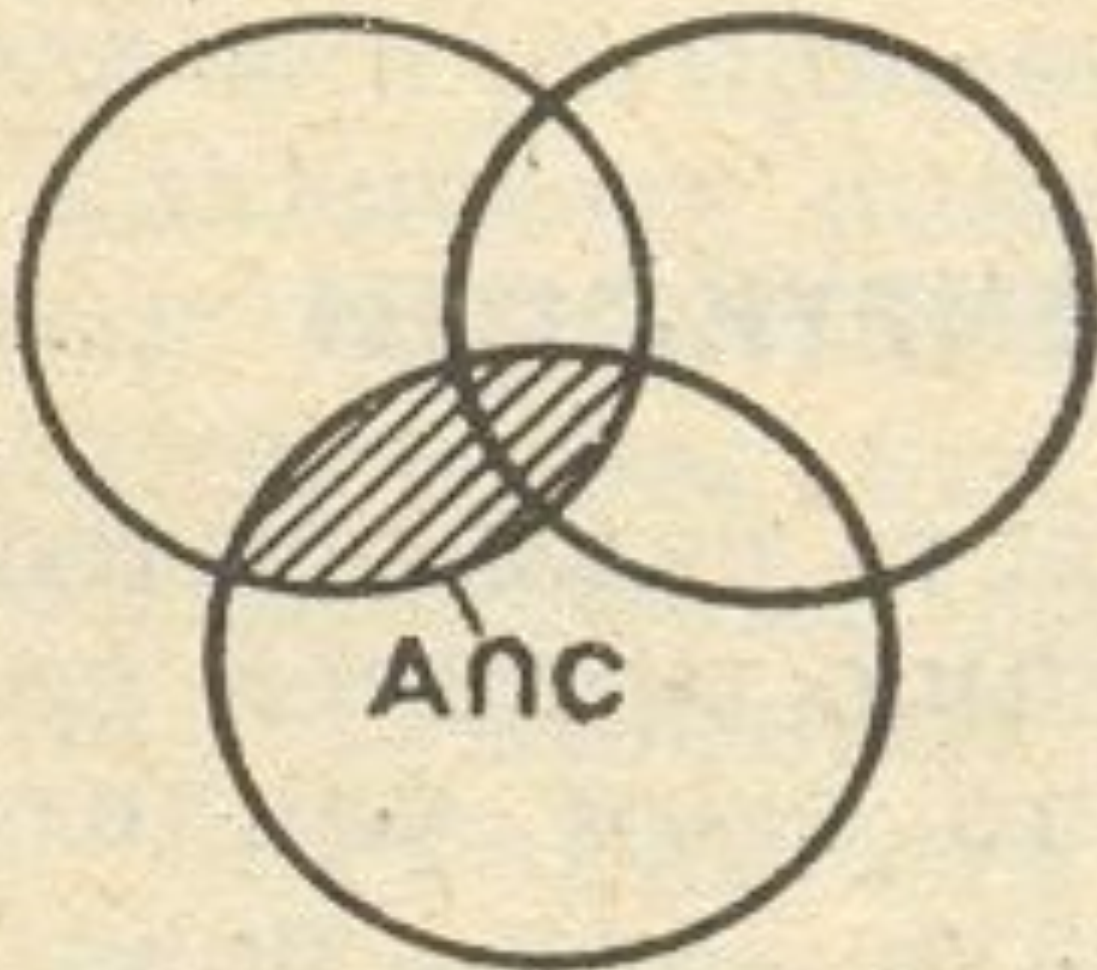
$$C \cap (A \cup B) = (C \cap A) \cup (C \cap B)$$







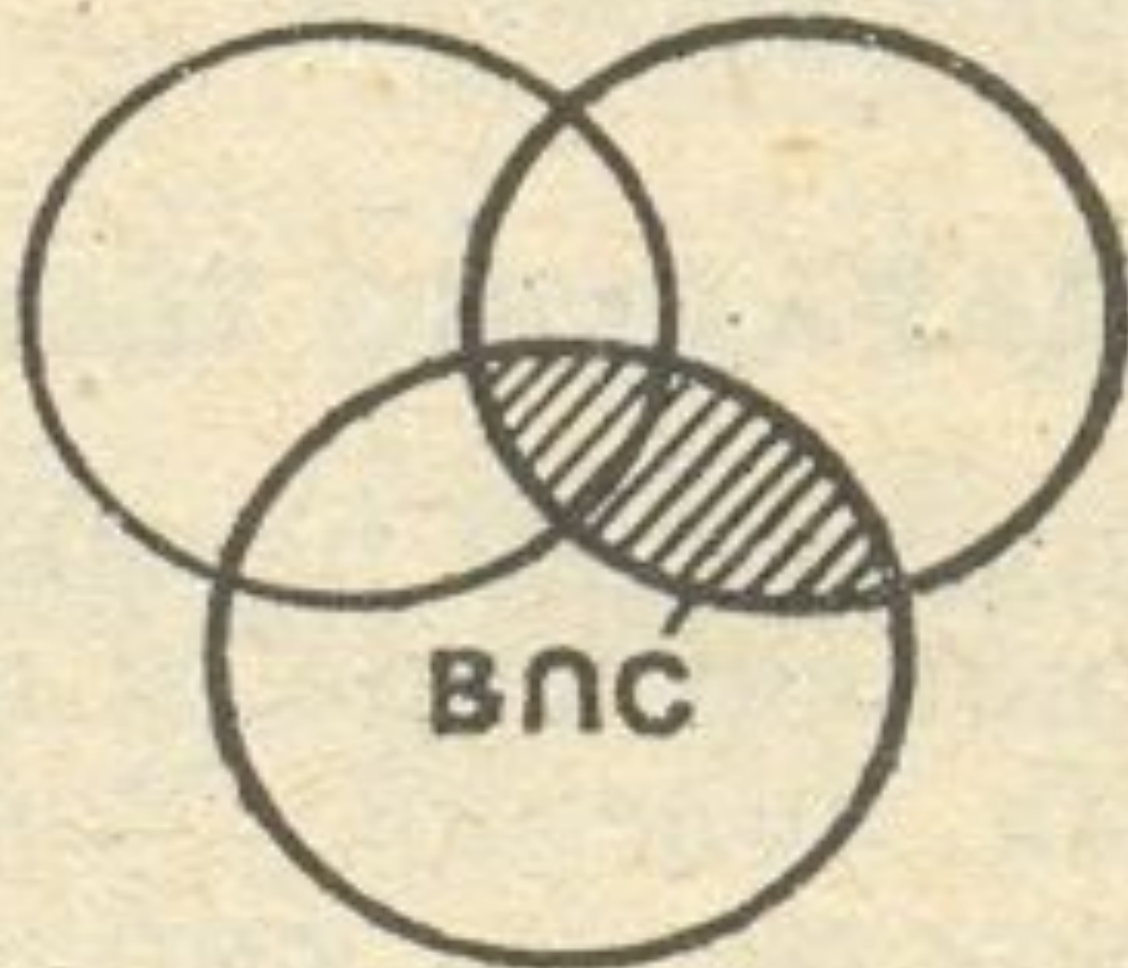
$(A \cup B) \cap C$



$A \cap C$



$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$



Одни из них могут быть перенесены в теорию нечетких множеств недорогой ценою замены одних терминов другими (см. рисунки выше); однако есть среди этих тождеств и такие, которые сохраняют свою силу лишь при некоторых оговорках.

## **Математический аппарат приближенных рассуждений**

Приближенные рассуждения применяются в экспертных системах (ЭС). Одним из существенных достоинств ЭС, отличающих их от других информационных технологий, является обладание методами, позволяющими быть точными в отношении неточностей.

Реальная информация, полученная от экспертов и впоследствии заложенная в ЭС, как правило, неопределенна, обрывочна и недостоверна. Поэтому должны использоваться методы, позволяющие выполнять логический вывод, когда правила и условия вывода ненадежны. Теоретической основой обработки неточной информации являются нечеткая логика Заде и теория вероятностей (теорема Байеса).

Распространение законов булевой алгебры на действительные числа позволило указать на точность какого-либо предположения

Так, запись

**$p(\text{цена } X \text{ высока}) = 0,75$**

может интерпретироваться как «Цена товара X будет высокой» истинно на три четверти. Рассмотрим правило:

**ЕСЛИ (E), ТО C.**

Будем считать, что условие, правило и заключение не точны и заданы с некоторыми коэффициентами определенности. Тогда, коэффициент определенности для заключения равен:

**$ct(C) = ct(E) * ct(\text{правила}),$**

где  $ct(C)$ - коэффициент определенности заключения C;

$ct(E)$  - коэффициент определенности условия E;

$ct(\text{правила})$ - коэффициент определенности правила.



## Пример

$ct(\text{правила}) = 0,9$ ;  $ct(E) = 0,8$ ;

$ct(C) = 0,8 * 0,9 = 0,72$ .

Условия в правиле могут быть связаны логическими операциями, например:

**ЕСЛИ (E1) или (E2 и E3), ТО C1;**

**ЕСЛИ (E1 и E2) и (не E3) или (E4), то C.**

В нечетной логике определены эквиваленты логических операций вида:

**$E1$  или  $E2 = \max(E1, E2)$**

**не  $E = -E$**

**$E1$  и  $E2 = \min(E1, E2)$ .**

Тогда для правила:

**ЕСЛИ (E1 и E2), ТО C**

коэффициент определенности условия равен:

$$ct(E1 \text{ и } E2) = \min\{ct(E1), ct(E2)\}.$$

Для правила

**ЕСЛИ (E1 или E2), то C**

коэффициент определенности условия равен:

$$ct(E1 \text{ или } E2) = \max\{ct(E1), ct(E2)\}.$$

Пример.

Если (E1 и E2), ТО (C )

$$\text{ct}(E1) = 0,7; \quad \text{ct}(E2) = 0,6; \quad \text{ct}(\text{правила}) = 0,8;$$

$$\begin{aligned} \text{ct}(\text{условия}) &= \min(\text{ct}(E1); \text{ct}(E2)) = \\ &= \min(0,7; 0,6) = 0,6; \end{aligned}$$

$$\text{ct}(C) = 0,6 * 0,8 = 0,48.$$

Довольно часто одно и то же заключение поддерживается несколькими независимыми правилами. Выходом из данной ситуации является усиление данного заключения за счет всех правил. Расчет выполняется следующим образом:

Допустим известно:

**ЕСЛИ (E1) ТО (C);**

**ЕСЛИ (E2), ТО (C).**

Причем  $ct(C) = 0,5$  для первого правила;

$ct(C) = 0,4$  для второго правила.

Общий коэффициент определенности заключения С равен:

$$ct(C) = ct1(C) + ct2(C) - ct1(C) * ct2(C) = 0,5 + 0,4 - 0,5 * 0,4 = 0,7.$$

Рассмотрим содержательный пример. Известны следующие два правила:

Правило 1

ЕСЛИ X получит краткосрочные кредиты (P1)

И X запустит в производство продукцию (P2)

ТО X будет нашим поставщиком.

Правило 2

ЕСЛИ X покупает продукцию у А (P3)

ИЛИ X покупает продукцию у В (P4)

ТО X будет нашим поставщиком.

Коэффициенты определенности условий для правил имеют следующие значения:

$$(P1) = 0,8; (P2) = 0,75; (P3) = 0,4; (P4) = 0,6.$$

Коэффициент определенности условий для первого правила равен 0,75, для второго 0,6.

Если коэффициент определенности для первого правила равен 0,5, а для второго 0,7, то коэффициент определенности заключения, полученного согласно первому правилу, равен:

$$ct(\text{заключения 1}) = 0,75 * 0,5 = 0,38;$$

для второго соответственно:

$$ct(\text{заключения 2}) = 0,6 * 0,7 = 0,42.$$



Тогда коэффициент определенности заключения «Х будет нашим поставщиком» исходя из обоих правил равен:

$$st(\text{заключения}) = 0,38 + 0,42 - 0,38 * 0,42 = 0,64.$$

Существуют заключения, подтверждаемые не только двумя, но и большим количеством правил.

Допустим известно, что

**ЕСЛИ (Е1), ТО С;**

**ЕСЛИ (Е2), ТО С;**

**ЕСЛИ (Е3), ТО С.**

Обозначим коэффициент определенности для заключений каждого правила соответственно:

$ct1 (C)$  для первого;

$ct2 (C)$  для второго;

$ct3 (C)$  для третьего.

Из предыдущего можно рассчитать коэффициент определенности для заключения исходя из первых двух правил:

$$ct (C) = ct1 (C) + ct2 (C) - ct1 (C) ct2 (C).$$

Рассматривая это выражение в качестве целого, можно записать:

$$\begin{aligned} ct(C) &= ct(C) + ct3(C) - ct(C) * ct3(C) = \\ &ct1(C) + ct2(C) - ct1(C) * ct2(C) + ct3(C) - \\ &[ct1(C) + ct2(C) - ct1(C) * ct2(C)] * ct3(C) = \\ &ct1(C) + ct2(C) + ct3(C) - ct1(C) * ct2(C) \\ &- ct1(C) * ct3(C) - ct2(C) * ct3(C) + \\ &ct1(C) * ct2(C) * ct3(C). \end{aligned}$$

Аналогично можно получить правило для расчета коэффициента определенности для любого количества заключений, выводимых на основании различных правил.

Если в правиле условие отрицается, например

**ЕСЛИ (не E), ТО C**

ТО В ЭТОМ случае поступают следующим образом:

**$ct(\text{не } E) = - ct(E)$ .**

Расчеты коэффициента определенности заключения в случае, если это заключение выводится из нескольких (двух) правил, будут различны при различных знаках коэффициентов определенности каждого из них. Тогда общий коэффициент рассчитывается следующим образом:

$$ct(c) = (ct_1(c) + ct_2(c)) / (1 - \min(\text{abs}(ct_1(c)), \text{abs}(ct_2(c))))$$

Если же оба коэффициента отрицательны, формула расчета имеет вид:

$$ct(C) = ct1(C) + ct2(C) + ct1(C) * ct2(C).$$

В рассматриваемом подходе расчета коэффициента определенности заключений используются биполярные значения коэффициентов определенности условий:

- 1 - условие полностью определено (верно);
- 0 - отсутствуют знания об условии;
- 1 - условие полностью неопределенно (неверно).



Таким образом, все коэффициенты определенности (заключения, правила, условия) могут принимать значения от  $-1$  до  $1$ . Для правильного использования правил вывода необходимо указать, обратимо ли оно или нет. Обратимость правила является существенной характеристикой процесса вывода и используется для проверки корректности использования механизмов вывода.

**Правило является обратимым, если оно сохраняет смысл при отрицании условия или заключения.**

Примером обратимого правила может быть следующее:

ЕСЛИ X продает автомобили У, ТО У является нашим партнером,  
так как сохраняется смысл при его отрицании:

ЕСЛИ X не продает автомобили У, ТО X не является нашим партнером.

Другое дело с правилом такого содержания:

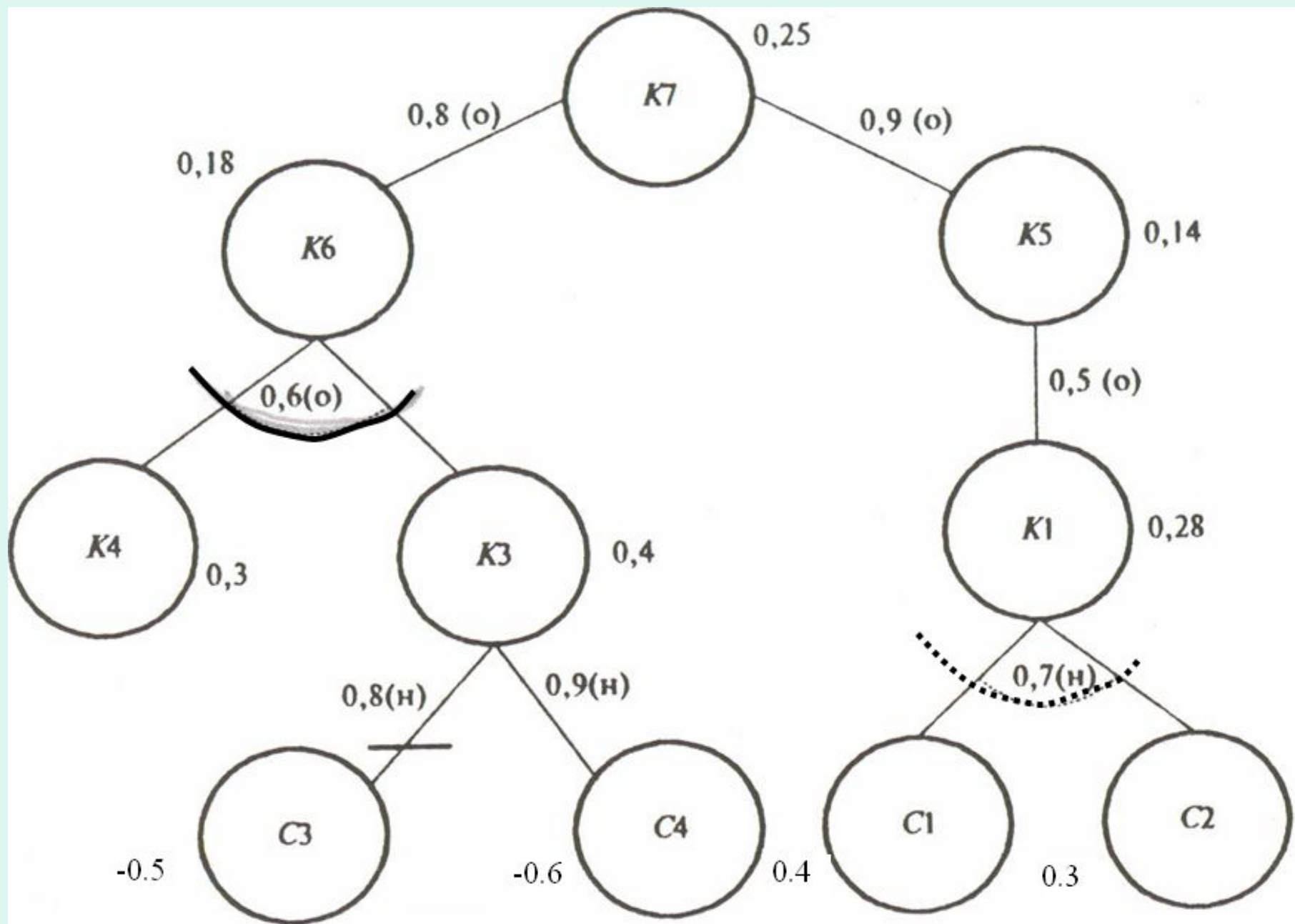
ЕСЛИ X платежеспособен, ТО X имеет расчетный счет в банке.

Это правило необратимо, так как отрицание условия не ведет к отрицанию заключения.

Знание обратимости или необратимости правила позволяет правильно использовать рассмотренные выше формулы. Обратимые правила можно использовать в любом случае, необратимые необходимо уничтожить тогда, когда коэффициент определенности условия для него является отрицательным.

Рассмотрим общий пример, отражающий сеть вывода для одной из гипотез (K7) (рис.).

На рис. в скобках указаны либо буква «о» либо «н», что означает обратимость или необратимость правила. Сплошная дуга отображает одно правило, условия в котором связаны логической операцией И, пунктирная дуга указывает на связь условий типа ИЛИ. Перечеркнутая дуга свидетельствует о отрицании условия.





Расчет начнем с заключения К1, выводимого на основании правила, в котором условия С1 и С2 связаны логической операцией ИЛИ. Для этого следует выбрать максимальное значение коэффициента определенности каждого из условий. Оно равно 0,4. Тогда коэффициент для К1, равен:

$$ct(K1) = 0,7 * 0,4 = 0,28.$$

Коэффициент определенности заключения К5 равен:

$$ct(K5) = 0,5 * 0,28 = 0,14.$$

Заключение КЗ поддерживается и выводится на основании двух независимых правил. Так как оба правила необратимы, необходимо проверить, каков знак у коэффициента определенности условия. Если этот знак отрицателен, то правило отбрасывается. Однако возможен вариант, когда при отрицательном знаке коэффициента определенности существует знак отрицания условия, это требует изменения знака коэффициента определенности условия на противоположный и тогда правило не отбрасывается.

Таким образом при рассмотрении любого правила следует проанализировать:

- тип правила (обратимое, необратимое);
- знак коэффициента определенности условия (положительный, отрицательный);
- наличие отрицания у условия правила (отрицается, не отрицается).

Формально это можно представить в виде индикаторной функции вида:

$$\lambda = \lambda(t, z, n),$$

где  $t$  - тип правила (обратимое, необратимое);

$z$  - знак коэффициента определенности условия;

$n$  - наличие знака отрицания у условия.

Индикаторная функция  $\lambda$  используется в полной мере только при наличии необратимого правила, отрицательного знака у коэффициента определенности условия и наличия знака отрицания в условии. Значения функции при различных значениях аргументов представлены в таблице

Тип правила	Знак коэффициента определенности	Наличие знака отрицания	Значение функции
необратимо	+	отсутствует	1
необратимо	+	присутствует	0
необратимо	-	отсутствует	0
необратимо	-	присутствует	-1

Рассматривая правила для вывода КЗ с помощью функции  $\lambda$  табл., приходим к следующему: правило, использующее условие С4, - необратимо, знак у коэффициента определенности - отрицательный, условие не отрицается. Поэтому это правило отбрасывается. Другое правило также необратимо и содержит отрицательный знак у коэффициента определенности условия С3. Однако в отличие от предыдущего условие отрицается, что меняет знак коэффициента определенности у условия на противоположный

Таким образом правило может использоваться для расчета:

$$ct(K3) = -(-0,5) * 0,8 = 0,4.$$

Заключение K6 выводится на основании одного правила, условия которого связаны операцией И, поэтому получим:

$$\min(ct(K4), ct(K3)) = \min(0,3; 0,4) = 0,3.$$

Поскольку правило обратимо, получим:

$$ct(K6) = 0,6 * 0,3 = 0,18.$$



Заключение К7 выводится из двух правил. Поэтому необходимо рассчитать коэффициент определенности заключения К7, полученного на основании каждого из правил:

$$ct1 (K7) = 0,8 * 0,18 = 0,14;$$

$$ct2 (K7) = 0,9 * 0,14 = 0,12.$$

Окончательная оценка вывода К7 следующая:

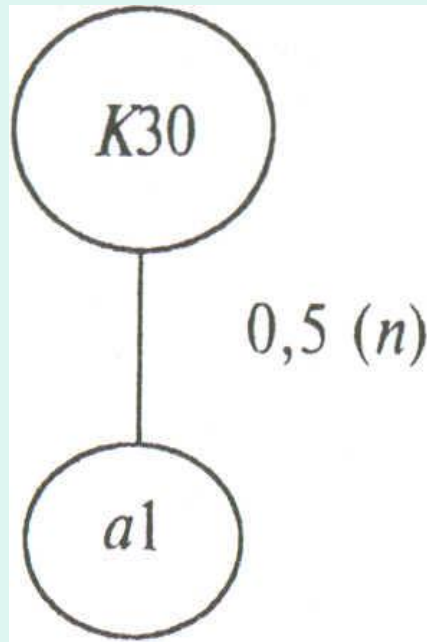
$$ct (K7) = 0,14 + 0,12 - 0,14 * 0,12 = 0,25.$$

В качестве условий в правилах часто используются реляционные выражения, содержащие арифметические (+, -, \*, /) или логические (=, < >, <, <=, =) операции. Кроме того, каждая из переменных в реляционном выражении может рассчитываться с помощью формулы. Коэффициент определенности правила, использующего реляционное выражение, рассчитывается с помощью индикаторной функции

Допустим, известно правило: «Купить дом, если общая стоимость аренды дома превышает цену дома». Графически его можно представить так, как это показано на рис.

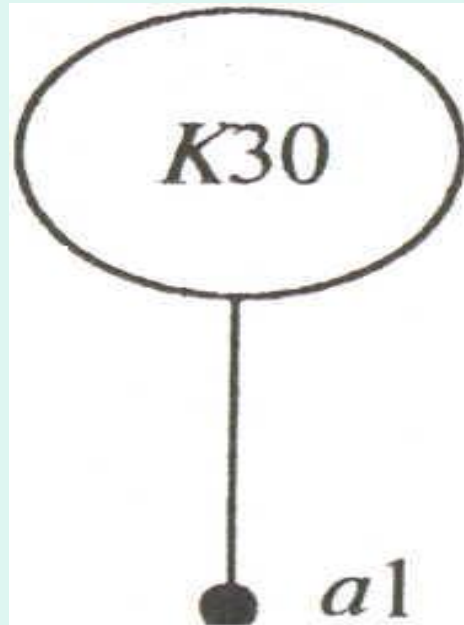
На рис. вывод K30 означает «Купить дом», а условие a1 - «Общая стоимость аренды дома превышает цену дома».

Условие a1 должно быть сформулировано в виде реляционного выражения, а именно:  
 $\text{ОбщСтоимАренды} > \text{ЦенаДома}$



$$\lambda^* 0,2$$

Поэтому рис. на самом деле графически имеет иную форму



$\lambda$

ОбщСтоимАренды > ЦенаДома

Буква  $\lambda$  является индикатором, который принимает два значения: 1 или -1. Первое значение присваивается в том случае, если условие в реляционном выражении истинно, а второе если оно ложно.

Тогда, если используется в правиле реляционное выражение, формула расчета коэффициента определенности заключения будет следующей:

$$\text{ct (заключение)} = \text{ct (правила)} * \text{ct (условие)} * \lambda.$$



Для правила, приведенного на рис., коэффициент определенности вывода (заключение) равен:

$$ct(K30) = 0,5 * 0,2 * (1) = 0,1$$

если реляционное условие истинно, и

$$ct(K30) = 0,5 * 0,2 * (-1) = -0,1$$

если реляционное условие ложно.

В остальном расчеты базируются, как и ранее, на правилах нечеткой логики

Если же в результате расчетов коэффициент определенности условия поменял знак с плюса на минус, то согласно обработке правила с несколькими условиями, это условие отбрасывается, так как правило необратимо.

Довольно часто элементы реляционных выражений рассматриваются в качестве переменных и рассчитываются по собственным формулам.

Вернемся к примеру с покупкой дома. Допустим, общая стоимость аренды рассчитывается как произведение годовой стоимости аренды на период аренды, это записывается так:

$$\text{ОбщСтоимАренды} = \text{ГодСтоимАренды} * \text{ПериодАренды}$$

С учетом реляционного выражения и формулы расчета правило вывода примет следующую форму:

$$\text{КупитьДом ЕСЛИ } \text{ГодСтоимАренды} * \text{ПериодАренды} > \text{ЦенаДома}$$

Количество элементов в формулах, как и самих формул, в реальных системах может быть значительным. Тогда возникает необходимость ввода исходных данных (значений переменных в формулах) в базы данных. Использование баз данных сокращает затраты на ввод и корректировку данных за счет использования стандартных программных средств (стандартные предикаты).

## Пример разработки ЭС.

Чтобы создать экспертную систему, способную работать с правдоподобными рассуждениями и оценивать гипотезы с точки зрения их достоверности следует выполнить следующие этапы :

1. Описание предметной области и целей создания системы.
2. Постановка задачи.
3. Составление словаря системы.
4. Разработка базы знаний и базы данных.
5. Внедрение системы

# Консультации по инвестициям

*Описание предметной области и целей создания системы.*

Под *инвестициями* в экономике принято понимать использование капитала в основном в двух направлениях:

- 1) производственные инвестиции;
- 2) финансовые инвестиции.

*Производственные инвестиции* подразделяются:

- капитал, включая вложения в нематериальные активы;
- инвестиции в товарно-материальные запасы.

*Финансовые инвестиции* предполагают вложение капитала в ценные бумаги (акции, облигации, депозитные сертификаты),



*Цель* создания экспертной системы по инвестициям состоит в оценке целесообразности осуществления производственных или финансовых инвестиций. Если ожидаемые доходы и риск удовлетворяют указанным критериям, то капитал может быть инвестирован в оцениваемый объект.

Целесообразность инвестирования средств в акции конкретного эмитента (юридического лица), осуществляющего эмиссию ценных бумаг, определяется с учётом следующих факторов:

- отдача от инвестиции должна быть не ниже средней отдачи в экономике;
- ожидаемый риск должен быть меньше от среднего риска в отрасли.

Как правило, подразумевается, что ожидаемая прибыль будет не меньше предыдущего года, если валовая выручка эмитента не уменьшится, а затраты на выпуск продукции не увеличатся. Подразумевается также, что валовая выручка от реализации продукции не уменьшится, если ожидается увеличение рынка. Она также не уменьшится, если предприятие является монополистом и способно выиграть в конкурентной борьбе. Это возможно при следующих обстоятельствах:

- продукция данного предприятия удовлетворительного качества;
- цены не выше среднерыночных;
- заключены выгодные контракты.

Затраты на выпуск продукции эмитента, вероятно, не будут увеличиваться, если из отчетности предприятия следует, что управленческие затраты в данном году не будут возрастать. Важным условием стабильности затрат является налоговая политика в государстве и статьи государственного бюджета на год.

Определяющий фактор целесообразности инвестирования, которым является риск, в какой-то степени связан с ликвидностью, репутацией предприятия, величиной уставного капитала и стоимостью акций. Минимальный риск будет при высокой ликвидности, хорошей репутации, а также, если стоимость акционерного капитала на одну акцию не меньше, чем цена этой акции. Принимается во внимание также отдача в предыдущие годы на одну акцию.

Следует также учитывать:

- прибыльность проекта;
- возможности в реализации будущего товара;
- возможности в изготовлении товара;
- наличие ресурсов для внедрения проекта.

Проект окажется прибыльным, если ожидаемая выручка от реализации товара будет превышать затраты на производство и реализацию продукции. Продукция будет реализована, если ожидаемая цена товара не превысит среднерыночную цену на данный товар.

Для внедрения проекта необходимы технология производства товаров данного вида и наличие трудовых ресурсов соответствующей квалификации. Учитывать следует финансовые ресурсы и банковские ставки.

*Постановка задачи.* В качестве результирующей информации используются две гипотезы, каждую из которых следует оценить:

*Гипотеза 1.* Акции данного эмитента являются перспективными.

*Гипотеза 2.* Данный проект является перспективным.

В качестве входной информации используются формы годовой отчетности предприятия, биржевые бюллетени, статистические отчеты, прогнозы государственного банка и правительства, прогнозы независимых агентств и пр.

*Реляционные выражения и формулы для расчетов.*

1.  $PL < RT$ ,

где  $PL$  - ожидаемый уровень инфляции;

$RT$  - рыночный тест акций эмитента.

Часть терминальных вершин дерева гипотез анализируется с помощью реляционных выражений. К ним относится:

2.  $P_{-p} \leq MP_{-p}$

где  $P_{-p}$  - средневзвешенная цена продукции предприятия;

$MP_{-p}$  - среднерыночная цена аналогичного товара.

3.  $P_{-a} \leq NK$ ,

где  $P_{-a}$  – текущая цена акции;

$NK$ - стоимость капитала на одну акцию.

4.  $L \geq L_H$

где  $L$  - коэффициент текущей ликвидности эмитента;

$L_H$ - норматив текущей ликвидности



5.  $T \leq RT,$

где  $T$  - норматив рыночного теста;  
 $RT$  - рыночный тест акций эмитента.

6.  $Z < V,$

где  $Z$  - плановые затраты;  
 $V$  - плановая выручка.

7.  $P \leq PM,$

где  $P$  - цена нового продукта;  
 $PM$  - рыночная цена аналогичного продукта или продукта заменителя.

*К расчетным формулам относятся:*

$$RT = \frac{D}{P_{-a}}$$

где  $RT$  - рыночный тест акций эмитента;

$P_{-a}$  - текущая цена акции;

$D$  - величина дивиденда за прошлый год.

$$NK=A/K$$

где  $NK$  - стоимость капитала на одну акцию;

$A$  - величина фиксированных дивидендов эмитента;

$K$  - количество простых акций эмитента.

*Словарь экспертной системы.*

Словарь удобно представить в виде таблицы:

<i>Условное обозначение узла сети</i>	<i>Содержание узла сети вывода</i>
Гипотеза 1	Акции данного эмитента являются перспективными
Гипотеза 2	Данный проект является перспективным
<i>Промежуточные узлы</i>	
C1	В этом году прибыль предприятия не уменьшится
C2	Риск потерь средств низкий
C3	Валовая выручка не уменьшится
C4	Затраты предприятия не возрастут
C5	Предприятие победит в конкурентной борьбе
C7	Часть рынка, которой владеет предприятие, не уменьшится
C9	Система налогообложение стабильна
C10	Проект прибыльный
C11	Продукция реализуется
C12	Существует возможность изготовления продукции
C13	Имеются необходимые финансовые ресурсы
<i>Терминальные узлы</i>	
E1	Ожидается возрастание рынка
E2	Предприятие является монополистом
E3	Продукция удовлетворительного качества
E4	Цены на продукцию не выше среднерыночных цен на аналогичную продукцию

E5	Заключены выгодные контракты
E6	Осуществлены инвестиции в оборудование
E7	Управленческие затраты в этом году не возрастут
E8	Репутация предприятия высока
E9	Ликвидность высока
E10	Отдача от вложений .больше уровня инфляции
E11	Цена акции допустима
E12	Стоимость акционерного капитала на акцию не меньше ее цены
E13	политическая ситуация стабильна
E14	Бюджет без дефицита
E15	Плановые затраты меньше ожидаемой выручки
E16	Ожидаемая цена нового товара не превышает среднерыночную цену на аналогичный товар
E17	Качество нового товара удовлетворительное
E18	Рынок не заполнен
E19	Существуют каналы сбыта
E20	Имеются необходимые трудовые ресурсы
E21	Законодательные запреты отсутствуют
E22	Имеется необходимая технология производства товара
E23	Имеются необходимые финансовые ресурсы
E24	Плата за финансовые ресурсы удовлетворительна

*Разработка базы знаний и базы данных.* В экспертных системах база знаний состоит из двух частей: базы правил и базы фактов, которая обычно реализуется набором предикатов или же в форме базы данных. Мы воспользуемся последней формой как более простой и надежной.

## Правила вывода

<i>Правило</i>	<i>Коэффициент определенности</i>	<i>Обратимость/ необратимость</i>
<i>Для гипотезы 1</i>		
1. Если E3, ТО C5	0,2	<i>n</i>
2. Если E4, ТО C5	0,2	<i>n</i>
3. Если E5, ТО C5	0,6	<i>n</i>
4. Если (E2 или C5), ТО C7	0,9	<i>o</i>
5. Если E1, ТО C3	0,5	<i>n</i>
6. Если C7, ТО C3	0,8	<i>n</i>
7. Если E6, ТО C4	0,3	<i>n</i>
8. Если E7, ТО C4	0,3	<i>n</i>
9. Если E13, ТО C9	0,6	<i>n</i>
10. Если E14, ТО C9	0,8	<i>n</i>
11. Если C9, ТО C4	0,4	<i>n</i>
12. Если C3, ТО C1	0,6	<i>n</i>
13. Если C4, ТО C1	0,6	<i>n</i>
14. Если E8 ТО C2	0,1	<i>n</i>
15. Если E12, ТО C2	0,6	<i>o</i>
16. Если E9, ТО C2	0,4	<i>n</i>

17. Если E11, ТО Гипотеза 1	0,9	<i>n</i>
18. Если C2, ТО Гипотеза 1	0,95	<i>o</i>
19. Если C1, ТО Гипотеза 1	0,95	<i>o</i>
<i>Для гипотезы 2</i>		
1. Если E16, ТО C11	0,8	<i>n</i>
2. Если E18, ТО C11	0,6	<i>n</i>
3. Если E17, ТО C 11	0,6	<i>n</i>
4. Если E19, ТО C11	0,8	<i>n</i>
5. Если E20, ТО C 12	0,4	<i>n</i>
6. Если E21, ТО C12	0,2	<i>n</i>
7. Если E22, ТО C 12	0,7	<i>n</i>
8. Если (E23 или E24), ТО C13	0,9	<i>o</i>
9. Если C13, ТО Гипотеза 2	0,4	<i>n</i>
10. Если C12, ТО Гипотеза 2	0,4	<i>n</i>
11. Если C11, ТО Гипотеза 2	0,7	<i>n</i>
12. Если E15, ТО Гипотеза 2	0,8	<i>n</i>

## Структура базы данных

<i>Показатель</i>	<i>Источник информации</i>	<i>Единица измерения</i>	<i>Условное обозначение</i>
1. Ожидаемый уровень инфляции	Пресса		<i>PL</i>
2. Величина дивиденда за прошлый год	Отчет АО	руб.	<i>D</i>
3. Текущая цена акции	Биржа	руб.	<i>P-a</i>
4. Средневзвешенная цена продукции	Отчет АО	руб.	<i>P-p</i>
5. Среднерыночная цена продукции	Пресса	руб.	<i>MP-p</i>
6 Всего зафиксировано активов эмитента	Отчет АО	руб.	<i>A</i>
7. Количество простых акций эмитента	Отчет АО	руб.	<i>K</i>
8. Коэффициент текущей ликвидности эмитента	Отчет АО		<i>L</i>
9 Норматив текущей ликвидности	Эксперты		<i>La</i>
10. Норматив рыночного теста	Эксперты		<i>T</i>
11. Плановые затраты	Бизнес-план	руб.	<i>Z</i>
12. Плановая выручка	Бизнес-план	руб.	<i>V</i>
13. Цена нового продукта	Бизнес-план	руб.	<i>P</i>
14. Рыночная цена продукта	Бизнес-план	руб.	<i>PM</i>
15. Рыночный тест акций эмитента	Эксперты		<i>RT</i>



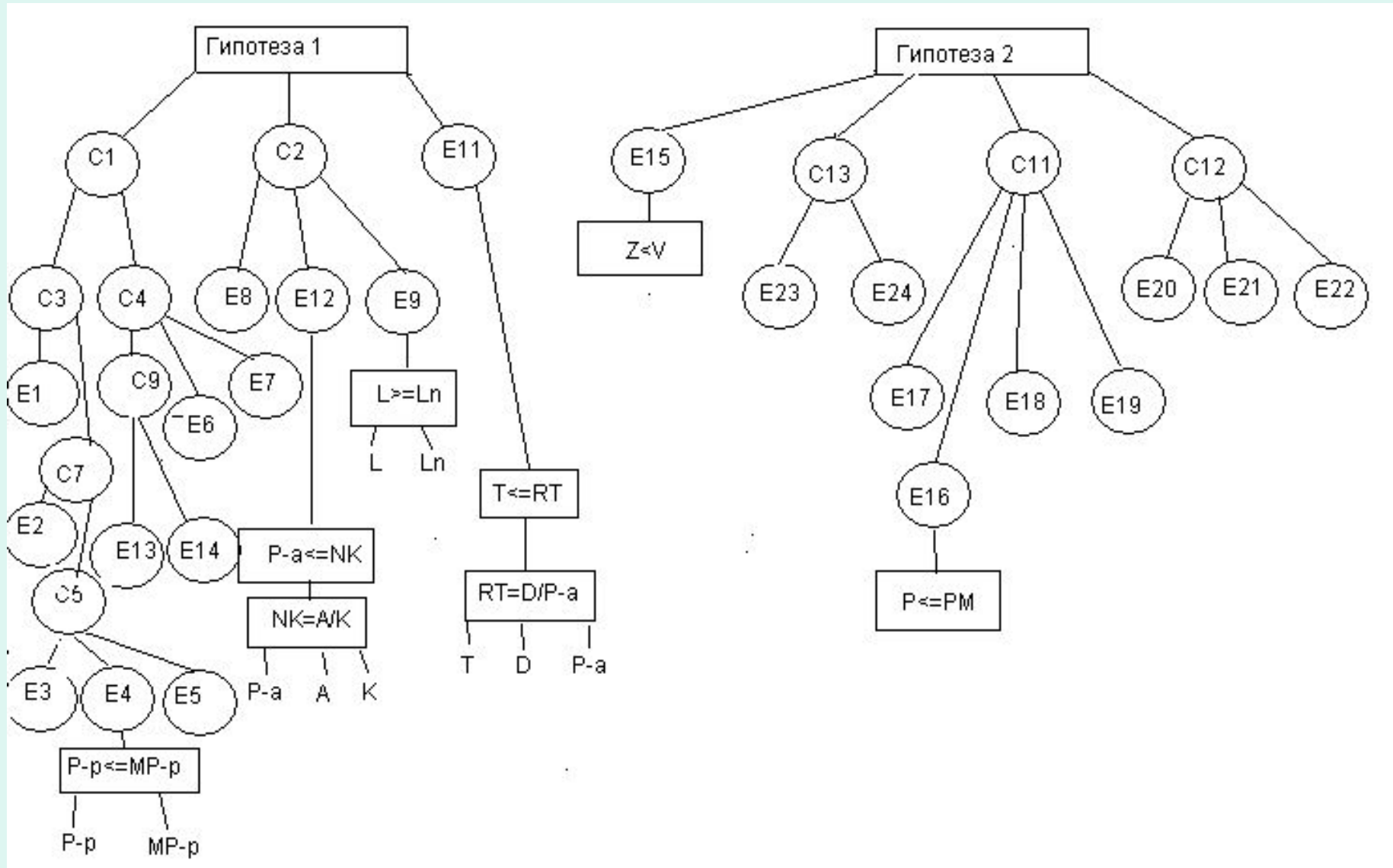
№ n/n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Условные обозначения	<i>n</i> ,	<i>D</i>	<i>P-a</i>	<i>P-p</i>	<i>MP-p</i>	<i>A</i>	<i>K</i>	<i>L</i>	<i>La</i>	<i>T</i>	<i>Z</i>	<i>V</i>	<i>P</i>	<i>PM</i>
Значение	0,5	0.3	0,5	10,5	12,1	10000	2000	0,6	0,5	0,4	15* 10 <sup>6</sup>	25* 10 <sup>6</sup>	15,6	15,8

### Коэффициенты определенности для условий в терминальных узлах сети вывода

№n/n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Условные обозначения	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12
Коэффициент определенности	0,6	1	1	1	0,8	1	0,5	1	1	1	1	1

№n/n	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Условные обозначения	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21	E22	E23	E24
Коэффициент определенности	0,9	1	1	0,9	1	0,8	1	0,8	0,9	1	1	1

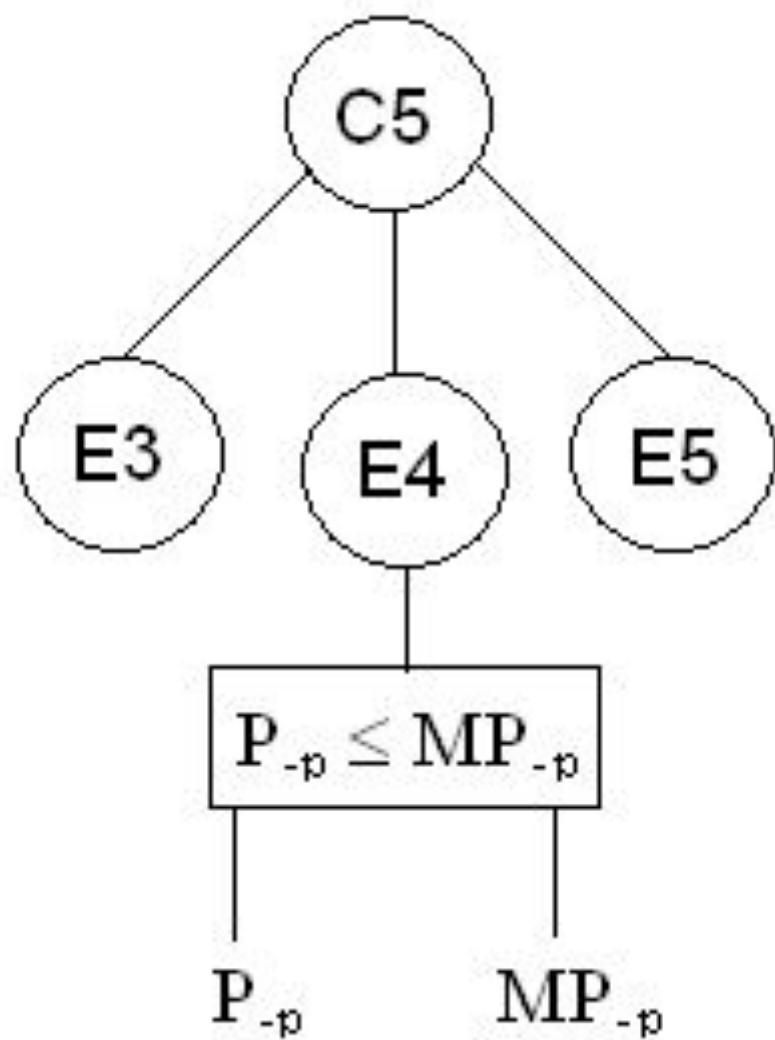
# База правил представляется графически



```
private int lmbda(int ob,int znak,int otr)
{
    int zn;
    zn = 4;
    if (ob== -1)
        { if (znak + otr == 2) { zn= 1; }
          if (znak + otr == 0) { zn= 0; }
          if (znak + otr == -2) { zn= -1; }
        }
    if (ob== 1)
        {
            zn= 1;
        }
    return zn;
}
```

```
private int znaki(double ct_1)
{
    int zn;
    zn = 0;
    if (ct_1 >= 0) { zn = 1; } else { zn = -1; }
    return zn;
}
```

```
private double Paral_Prav(double ct_1, double ct_2)
{
    double zn;
    zn = 0;
    if (znaki(ct_1) + znaki(ct_2) == 2)
        { zn = ct_1 + ct_2 - ct_1 * ct_2; }
    if (znaki(ct_1) + znaki(ct_2) == -2)
        { zn = ct_1 + ct_2 + ct_1 * ct_2; }
    if (znaki(ct_1) + znaki(ct_2) == 0)
        { zn = (ct_1 + ct_2)/(1 - mini(Math.Abs(ct_1), Math.Abs(ct_2))); }
    return zn;
}
```



// фрагмент просчёта дерева вывода

ctC5\_1 = ctE3 \* **Imbda**(Form1.obratim\_nabor[0],  
**znaki**(ctE3), **1**) \* Form1.opredelen\_nabor[0];

ctC5\_2 = ctE4 \* **Imbda**(Form1.obratim\_nabor[1],  
**znaki**(ctE4), **1**) \* Form1.opredelen\_nabor[1];

ctC5\_3 = ctE5 \* **Imbda**(Form1.obratim\_nabor[2],  
**znaki**(ctE5), **1**) \* Form1.opredelen\_nabor[2];

ctC5 = **Paral\_Prav**(ctC5\_1, ctC5\_2);

ctC5 = **Paral\_Prav**(ctC5, ctC5\_3);