Математика Средних веков и эпохи Возрождения

выполнила студентка
группы МАК – 16 – 1м
Пиннекер Марина

Математика в арабском мире

«Математика – точная, абстрактная и строгая наука. Некоторые ошибочно думают, что математика — это сухая наука. Они смешивают математику с арифметикой, в которой проводятся вычисления, порой трудные и скучные, с числами. Но для того чтобы быть настоящим математиком нужно быть поэтом в душе.»

С. Ковалевская

Математика в арабском мире

- Ибн Сина (Авиценна) (X-XI в.)
- Омар аль-Хайям (XI в.)
- аль-Беруни (XII в.)
- Ибн аль-Ясмин (XII в.)
- Ибн аль-Хаим (XV в.)
- Ибн Гази аль-Фаси (XV в.)

Математика в арабском мире

1. Ибн аль-Ясмин Абу Махаммад Абдуллах ибн Хаджадж ибн аль-Ясмин аль-Адрини ал-Ишбили

Главный математический труд - «Поэма аль-Ясмина об аль-джабре и аль-мукабале» состоит из 54 стихов (строчек). В ней изложены шесть видов алгебраических уравнений и методы их решений, произведение и деление степеней и правило знаков.

Математика в арабском мире

1. Алгебра лежит на трех: аль-маль, числа и корень.
2. Аль-маль — любой полный квадрат, одна из его сторон есть корень.
3. Абсолютное число – то, что не относится к малю или корню, пойми.

Математика в арабском мире

2. Ибн Гази аль-Фаси аль-Микнаси (1437 – 1513 гг.)

Его поэма «Желание вычислителей» состоит из 333 стихов.

Математика Китая

1. Ван Сао-тун (VII в.) – решение квадратных уравнений и сведение задачи к кубическому уравнению – метод «небесного элемента».

Математика Китая

- $$P_n(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x^1 + a_0$$

Подбором находим первую цифру корня:

$$x = y + p$$

Получаем вспомогательное уравнение:

$$\varphi(y) = A_4y^4 + A_3y^3 + A_2y^2 + A_1y + A_0.$$

Математика Китая

Последовательность операций нахождения коэффициентов вспомогательного уравнения:

$$
\begin{array}{lllll}
+\,a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 \\
 & a_4 p & a_3' p & a_2' p & a_1' p \\
\hline
+\,a_4 & a_3 & a_2 & a_1' & a_0' = A_0 \\
 & a_4 p & a_3'' p & a_2'' p & \\
\hline
+\,a_4 & a_3'' & a_2'' & a_1'' = A_1 & \\
 & a_4 p & a_3''' p & & \\
\hline
+\,a_4 & a_3''' & a_2''' = A_2 & & \\
 & a_4 p & & & \\
\hline
a_4 = A_4 & a_3'''' = A_3 & & &
\end{array}
$$

Математика Китая

2. Чжу Ши-цзе (1300 г.)

$576x^4 - 2640x^3 + 1729x^2 + 3960x - 1695252 = 0$.

Подбором находим целую часть корня: $x = y + 8$

Получаем:

$567y^4 - 15792y^3 + 159553y^2 + 704392y - 545300 = 0$

Подстановка: $y = \frac{z}{576}$

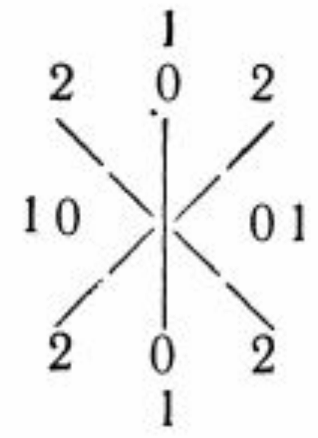
В новом уравнении $z = 384$, т. е. $y = \frac{384}{576} = \frac{2}{3}$

Следовательно, $x = 8\frac{2}{3}$.

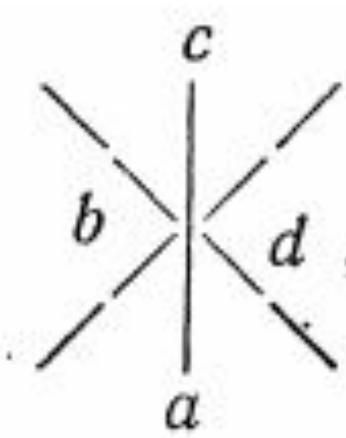
Математика Китая

«Драгоценное зеркало четырёх элементов»

- $x^2 + 2xy + y^2 + 2yz + z^2 + 2zu + u^2 + 2ux$:



- $ax + by + cz + du$:



:

Математика Китая

3. Шэнь Ко (XI в.) и Ян Хуэй (XIII в.)

Суммирование прогрессий:

$$\sum_{k=1}^{n} k=\frac{n(n+1)}{2}, \quad \sum_{k=1}^{n} k^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Задача о вычислении числа ядер, сложенных в пирамиду с квадратным основанием.

Математика Китая

0	0	0	0	0	+	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	+	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	+	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	+	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	+	0	0	0	0	0
0	0	0	0	+	+	+	0	0	0	0
0	0	0	0	+	+	+	0	0	0	0
0	0	0	0	+	+	+	0	0	0	0
0	0	0	0	+	+	+	0	0	0	0
0	0	0	+	+	+	+	+	0	0	0
0	0	0	+	+	+	+	+	0	0	0
0	0	0	+	+	+	+	+	0	0	0
0	0	+	+	+	+	+	+	+	0	0
0	0	+	+	+	+	+	+	+	0	0
0	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0

Математика Китая

Тогда количество ядер: $S=1^2+2^2+3^2+4^2+5^2$.

Из соотношений:

$$1^2=1$$
$$2^2=1+3$$
$$3^2=1+3+5$$
$$4^2=1+3+5+7$$
$$5^2=1+3+5+7+9$$

следует, что $S=5\cdot 1+4\cdot 3+3\cdot 5+2\cdot 7+1\cdot 9$ или в общем виде $S=n\cdot 1+(n-1)\cdot 3+(n-2)\cdot 5+\ldots+1\cdot(2n-1)$, что иллюстрируется частью фигуры, отмеченной крестиками.

Прибавив еще $2S=2n^2+2(n-1)^2+2(n-2)^2+\ldots+2\cdot 1^2$, получим $3S=(2n+1)n+(2n+1)(n-1)+\ldots+(2n+1)\cdot 1=$ $=(2n+1)\cdot\frac{n(n+1)}{2}$.

Наконец $S=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$.

Математика Китая

- арифметико-алгебраические задачи;
- треугольник биномиальных коэффициентов (треугольник Паскаля);
- теоретико-числовые задачи;

* Треугольник Паскаля

Треугольник Паскаля

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

0:	1
1:	1 1
2:	1 2 1
3:	1 3 3 1
4:	1 4 6 4 1
5:	1 5 10 10 5 1
6:	1 6 15 20 15 6 1
7:	1 7 21 35 35 21 7 1
8:	1 8 28 56 70 56 28 8 1
9:	1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
10:	1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
11:	1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
12:	1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1
13:	1 13 78 286 715 1287 1716 1716 1287 715 286 78 13 1
14:	1 14 91 364 1001 2002 3003 3432 3003 2002 1001 364 91 14 1

Математика Индии

- Ариабхатта (конец V в.);
- Брахмагупта (род. 598 г.);
- Магавира (IX в.);
- Бхаскара Акарья (род. 1114 г.)

Математика Индии

1. Ариабхатта

Сочинение в стихах астрономического и математического содержания, в котором формулировались правила элементарной математики.

Математика Индии

2. Брхмагупта

Сочинение в 20 книгах: «Усовершенствованная наука Брамы».

12-я книга: арифметика и геометрия;

18-я книга: алгебра и неопределённые уравнения.

Математика Индии

3. Бхаскара

«Лилавати», «Виджаганита»

Математика Индии

«Лилавати»:

1. Метрология;

2. Действия над целыми числами и дробями и извлечение корней;

3. Способ обращения, способ ложного положения и другие частные приёмы решения задач;

4. Задачи на бассейны и смеси;

5. Суммирование рядов;

6. Планиметрия;

7 – 11. Вычисление различных объёмов;

12. Задачи неопределённого анализа;

13. Задачи комбинаторики.

Математика Индии: пример

- Перед неизвестной красавицей ставится задача: назвать число, которое, будучи умножено на три, увеличено затем на три четверти произведения, разделено на 7, уменьшено на $\frac{1}{3}$ частного, умножено само на себя и уменьшено на 52, после извлечения квадратного корня, прибавления 8 и деления на 10, даст 2.

Математика Индии

«Виджаганита»:

1. Действия над положительными и отрицательными числами;

2-3. Неопределённые уравнения 1-й и 2-й степени; 4. Линейные алгебраические уравнения;

5. Квадратные уравнения;

6. Системы линейных уравнений;

7-8. Неопределённые уравнения 2-й степени.

Математика Индии: пример

- Капитал 100 отдан в рост. Прирост за месяц отдан снова в рост на 6 месяцев. Общий прирост 16. Каков прирост за месяц?

$$tx^2 + px = qp$$

Описание: умножить сумму прироста и прироста прироста на время и капитал, прибавь квадрат половины капитала; извлеки квадратный корень, затем вычти половину капитала и раздели остаток на время.

$$x = \frac{\sqrt{qpt + \frac{p^2}{4}} - \frac{p}{2}}{t}$$

Математика Индии

- Решение неопределённого уравнения 1-й степени:

$$ax - by = c$$

Пусть $a > b$; $a = bq + r$; $qx + \frac{r}{b}x - y = \frac{1}{b}$; $y = qx + \frac{2x-1}{b} = qx + z$.

Задача сводится к решению уравнения

$$rx - bz = 1$$

Математика Индии

- Циклический метод Бхаскары для уравнений вида $y^2 = ax^2 + 1$.

Подбираем числа x_1, y_1, b_1.

$$ax_1^2 + b_1 = y_1^2$$

Положим $\frac{y_1}{x_1} \approx \sqrt{a}$, тогда $\frac{x_1 z + y_1}{b_1} = x_2$, т. е.

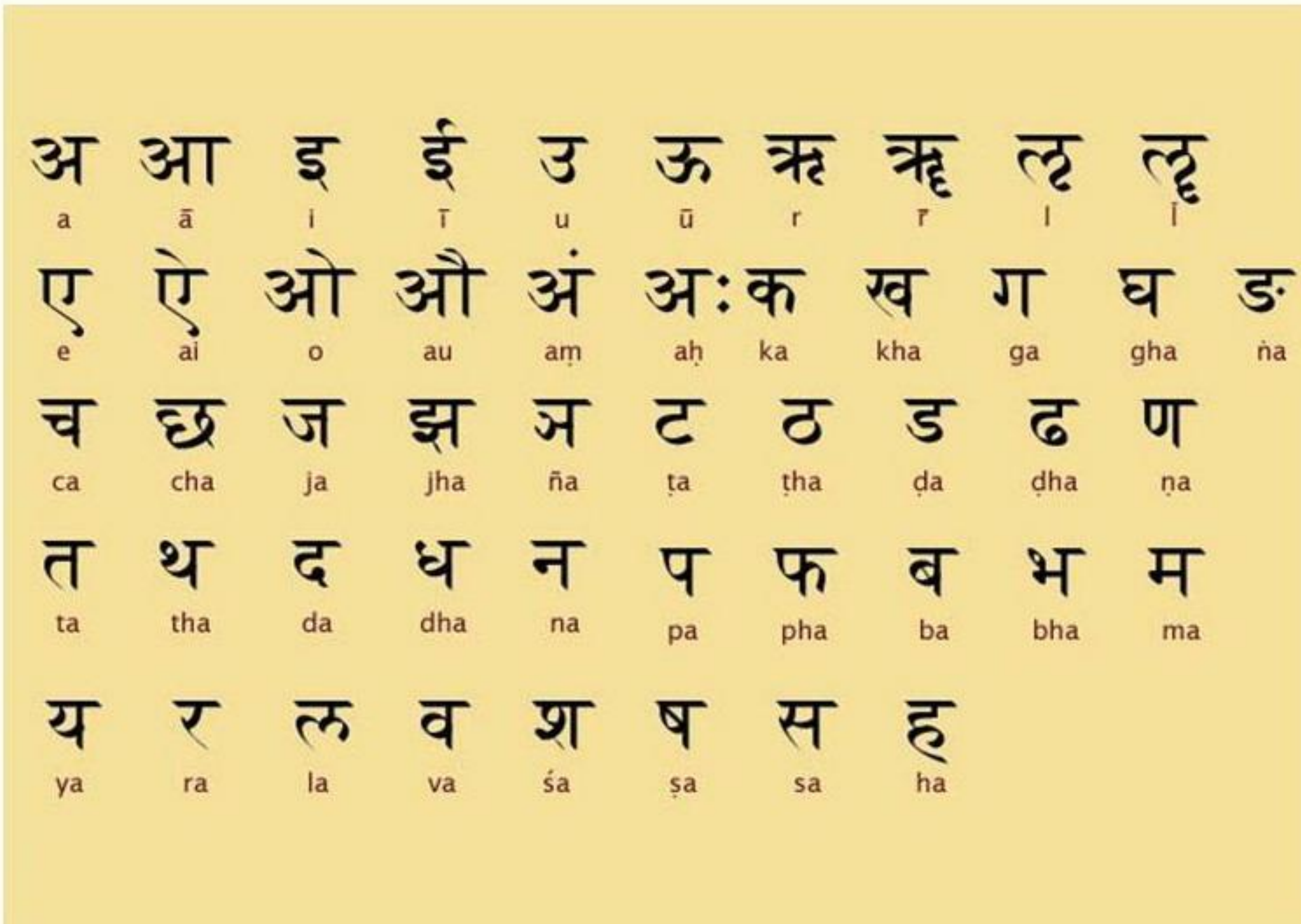
$$x_1 z + y_1 = b_1 x_2$$

$b_1, b_2, \ldots,$ 1 и $ax_k^2 + 1 = y_k^2$

Математика Индии

- правило извлечения корней;
- действия с иррациональностями;
- понятие отрицательного числа;
- операции с числами;
- понятие о бесконечно больших числах;
- правила решения линейных уравнений, их систем и квадратных уравнений;
- элементарные комбинаторные сведения;
- знание сумм $\sum_{k=1}^{n} k$ и $\sum_{k=1}^{n} k^2$;
- треугольник Паскаля;
- десятичная система счисления с нулём;
- правила счёта;
- решение ряда задач алгебры, комбинаторики, неопределённого анализа.

Современная система счисления



Современная система счисления

Мухаммед Аль Хорезми (IX в.)

Университеты

XII – XIII вв.

Университет – лат. universities – целостность, совокупность.

Факультеты:

- юридический;
- медицинский;
- богословский;
- философский.

Лекция – чтение.

Леонардо Пизанский (Фибоначчи): род. 1170 г.

Леонардо Пизанский (Фибоначчи)

Леонардо Пизанский (Фибоначчи)

«Книга Абака»:

1-5. Арифметика целых чисел;

6-7. Действия с обыкновенными дробями;

8-10. Решение задач по арифметике;

11. Задачи на смещение;

12. нахождение суммы ряда прогрессий;

13. линейные уравнения;

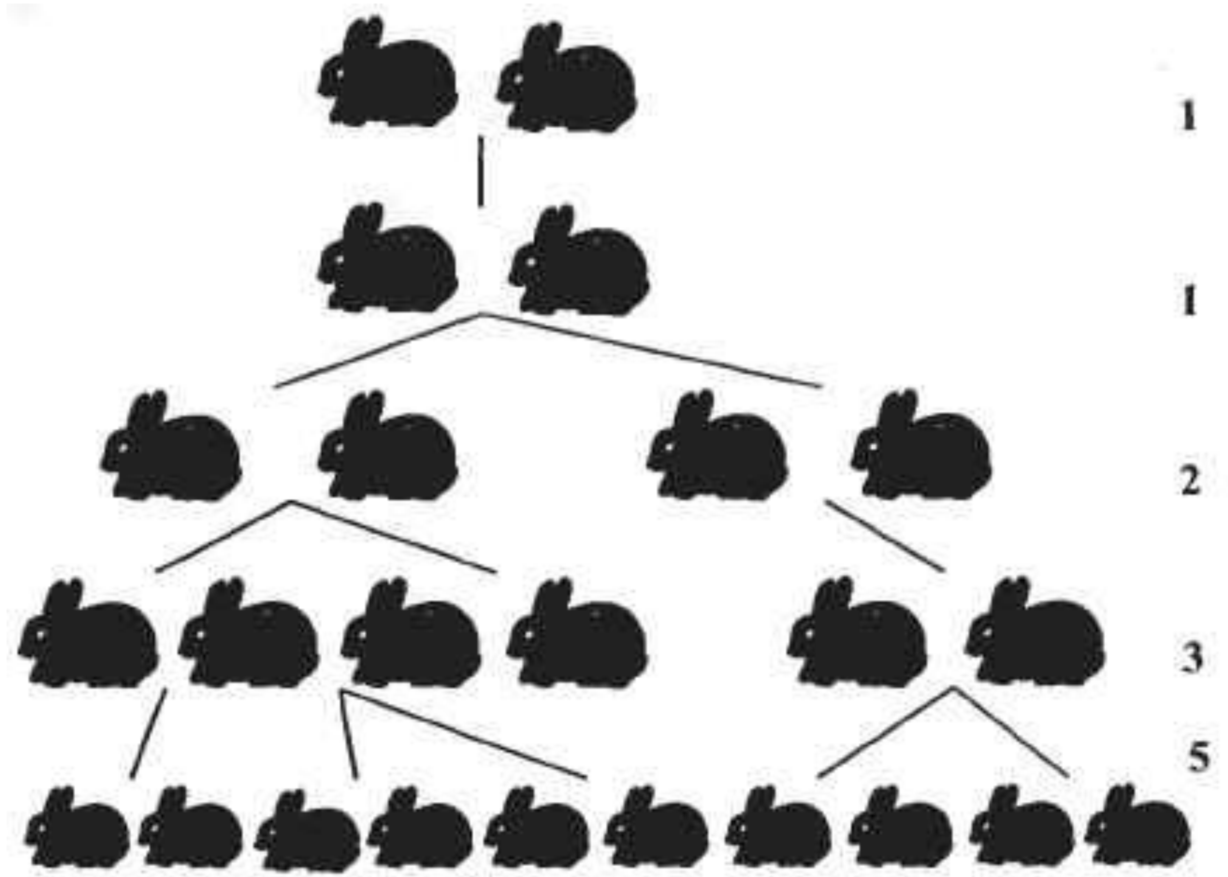
14. решение квадратного и кубического уравнений;

15. теорема Пифагора.

Леонардо Пизанский (Фибоначчи)

- «Книга абака» (Liber abaci), 1202 год, дополнена в 1228 году;
- «Практика геометрии» (Practica geometriae), 1220 год;
- «Цветок» (Flos) 1225 год;
- «Книга квадратов» (Liber quadratorum), 1225 год;
- Di minor guisa, утеряно;
- Комментарии к книге X «Начал» Евклида, утеряно;
- Письмо Теодорусу, 1225 год.

Леонардо Пизанский (Фибоначчи)



Михаэль Штифель:
род. ок. 1487 г., умер 19 апреля 1567

Михаэль Штифель

- Arithmetica integra (Нюрнберг, 1544): теория отрицательных чисел, возведения в степень, различных прогрессий и др. последовательностец;
- понятия «корень» и «показатель степени»;
- правило образования биномиальных коэффициентов;
- один из изобретателей логарифма.

Сципион дель Ферро:
6 февраля 1465 – 5 ноября 1526

- Формула решения кубического уравнения вида

$x^3 + ax = b$, где $a, b > 0$

$$x = \sqrt[3]{\frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{b}{2} - \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{3}\right)^3}}$$

Никколо Тарталья:
род. ок. 1499-1500 – 13 декабря 1557

Никколо Тарталья

- математика, баллистика, топография;
- «Generale trattato de numeri e misure» (1556—1560 - вопросы арифметики, алгебры и геометрии;

Джероламо Кардано:
24 сентября 1501 – 21 сентября 1576

Джероламо Кардано

- медицина;
- алгебра: отрицательные корни уравнений;
- решение уравнений вида $x^3 + b = ax$, $x^3 = ax + b$, $x^3 + ax = b$, где a, b — положительные числа;
- трактат «Великое искусство» («Ars magna»);
- решение уравнения 4-й степени;
- теоретическое основание для возникновения комплексных чисел;
- «Книга об игре в кости» (1526 г.).

Лодовико (Луиджи) Феррари

- в 18 лет стал профессором Миланского университета;
- не успел опубликовать ни одного своего сочинения;
- метод решения уравнений 4-й степени.

Лодовико (Луиджи) Феррари

Представим уравнение четвёртой степени в виде:

$$Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E = 0,$$

Его решение может быть найдено из следующих выражений:

$$\alpha = -\frac{3B^2}{8A^2} + \frac{C}{A},$$

$$\beta = \frac{B^3}{8A^3} - \frac{BC}{2A^2} + \frac{D}{A},$$

$$\gamma = -\frac{3B^4}{256A^4} + \frac{B^2C}{16A^3} - \frac{BD}{4A^2} + \frac{E}{A},$$

если $\beta = 0$, тогда, решив $u^4 + \alpha u^2 + \gamma = 0$ и, сделав подстановку $x = u - \frac{B}{4A}$, найдём корни:

$$x = -\frac{B}{4A} \pm_s \sqrt{\frac{-\alpha \pm_t \sqrt{\alpha^2 - 4\gamma}}{2}}, \qquad \beta = 0.$$

Лодовико (Луиджи) Феррари

$$P = -\frac{\alpha^2}{12} - \gamma,$$

$$Q = -\frac{\alpha^3}{108} + \frac{\alpha\gamma}{3} - \frac{\beta^2}{8},$$

$R = -\frac{Q}{2} \pm \sqrt{\frac{Q^2}{4} + \frac{P^3}{27}}$, (любой знак квадратного корня подойдёт)

$U = \sqrt[3]{R}$, (три комплексных корня, один из которых подойдёт)

$$y = -\frac{5}{6}\alpha + U + \begin{cases} U = 0 & \to -\sqrt[3]{Q} \\ U \neq 0 & \to \frac{-P}{3U} \end{cases},$$

$$W = \sqrt{\alpha + 2y}$$

$$x = -\frac{B}{4A} + \frac{\pm_s W \pm_t \sqrt{-\left(3\alpha + 2y \pm_s \frac{2\beta}{W}\right)}}{2}.$$

Рафаэль Бомбелли: 1526 – 1572 гг.

- «Алгебра» («L`Algebra») (1560 г.);
- отрицательные числа;
- правило знаков для умножения;
- комплексные числа;
- решение уравнений 3-ей степени;
- использование скобок;
- обозначение степени.

Рафаэль Бомбелли: пример

- Уравнение $x^3 = 15x + 4$ имеет вещественный корень $x = 4$

  По формулам Кардано получаем:

$$x = \sqrt[3]{2 + 11i} + \sqrt[3]{2 - 11i}$$

$$\sqrt[3]{2 \pm 11i} = 2 \pm i$$

Франсуа Виет:
1540 – 13 февраля 1603 г.

Франсуа Виет

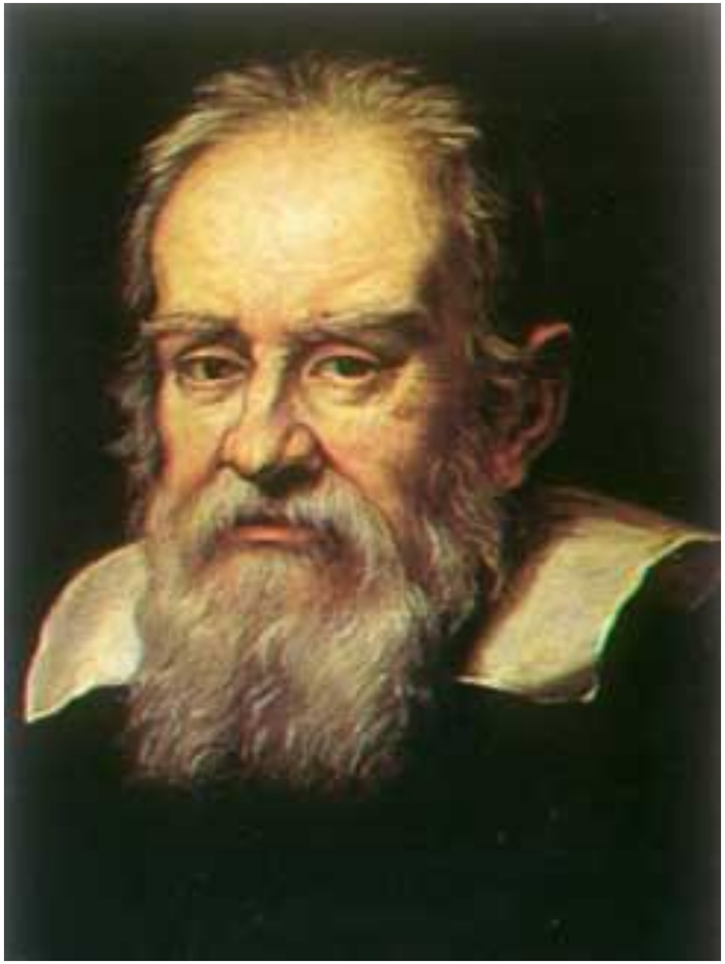
- разработка обобщённой арифметики;
- алгебраические преобразования;
- формулы Виета для вычисления корней квадратных уравнений;
- тригонометрический метод решения неприводимого кубического уравнения;
- формула для приближения числа π:

$$\frac{2}{\pi}=\sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}}\cdots$$

Франсуа Виет

- аналитическое изложение теории уравнений первых четырёх степеней;
- применение трансцендентных функций к решению алгебраических уравнений.

Галилео Галилей:
15 февраля 1564 – 8 января 1642 г.



Галилео Галилей

- «Рассуждение об игре в кости» («Considerazione sopra il giuoco dei dadi», время написания неизвестно, опубликовано в 1718 году);
- «Беседа о двух новых науках»;
- парадокс Галилея;
- создал теорию множеств.

Иоганн Кеплер:
27 декабря 1571 – 15 ноября 1630 г.

Иоганн Кеплер

- определение объёмов тел вращения;
- «Новая стереометрия пивных бочек» (1615 г.);
- элементы интегрального исчисления;
- анализ симметрии снежинок;
- таблица логарифмов;
- термин «среднее арифметическое»;
- понятие о бесконечно удалённой точке;
- понятие фокуса конического сечения;
- проективные преобразования конических сечений.

Спасибо за внимание!