



Осевая симметрия.

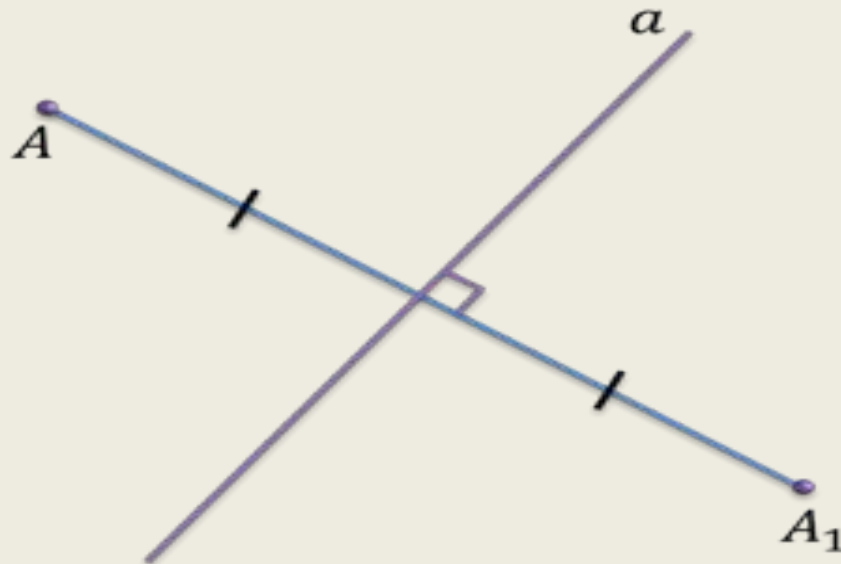
Работу выполнила ученица 11 «В»
класса

Жамбалова Арина

Педагог: Подгорбунская Н.А.

Осевая симметрия

- Точки A и A_1 называются **симметричными относительно прямой α** , если прямая проходит через середину отрезка и перпендикулярна к этому отрезку.
- Прямая называется **осью симметрии**.
- Каждая точка прямой считается симметричной самой себе.



1) O_{xyz} — прямоугольная система координат

O_z — ось симметрии

2) $M(x; y; z)$ и $M_1(x_1; y_1; z_1)$,
симметричны относительно оси O_z

$$\frac{x + x_1}{2} = 0, \frac{y + y_1}{2} = 0$$

откуда $x = -x_1; y = -y_1; z = z_1$

Формулы будут верны и в случае,
если точка $M \in O_z$

3) $A(x_1; y_1; z_1); B(x_2; y_2; z_2)$

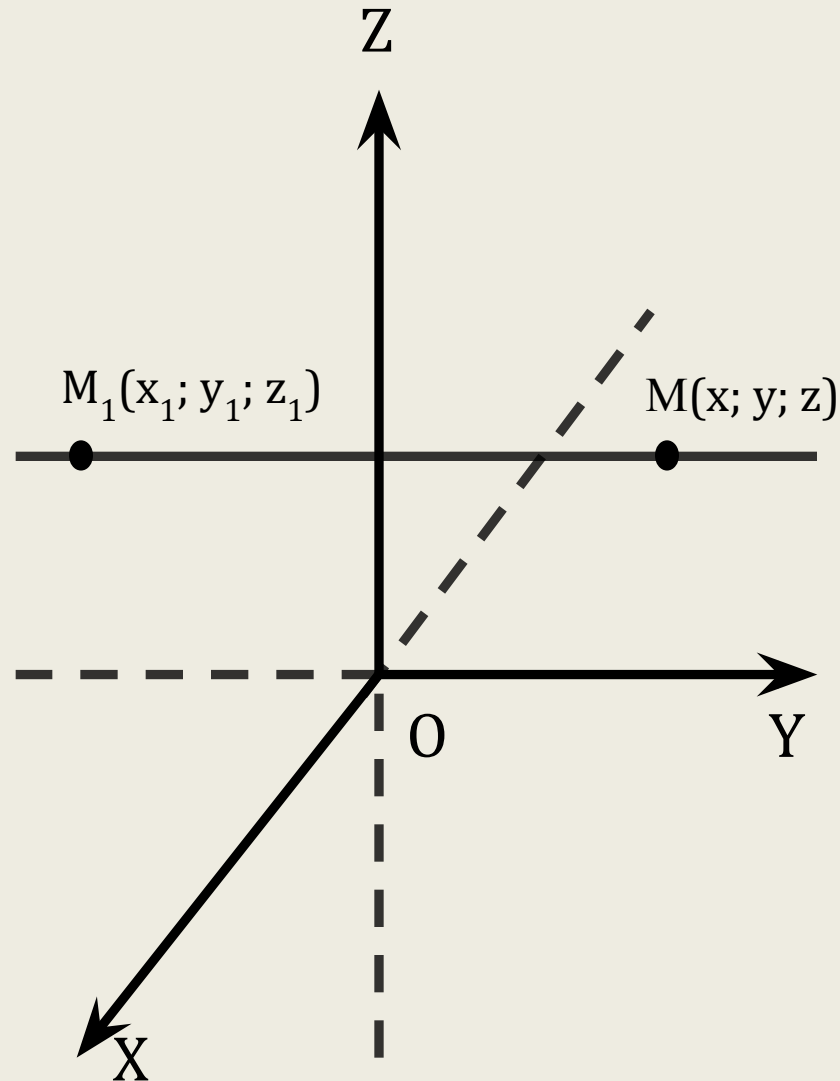
Симметричные им точки

$A_1(-x_1; -y_1; z_1)$ и $B_1(-x_2; -y_2; z_2)$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

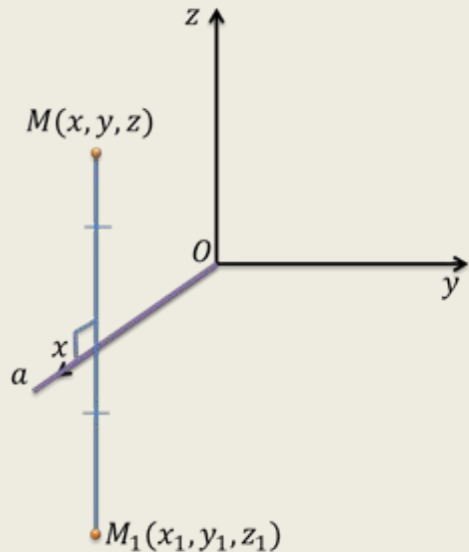
$$A_1B_1 = \sqrt{(-x_2 + x_1)^2 + (-y_2 + y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$\Rightarrow AB = A_1B_1$$



Осевая симметрия является движением

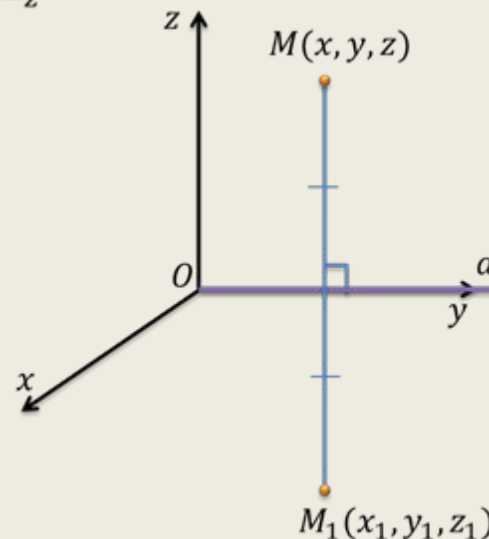
Возникает вопрос, а если ось симметрии совпадает не с осью Oz, а, например, Ox или Oy? Тогда связь между координатами симметричных точек M и M₁ будет такая:



$$x = x_1$$

$$\frac{y + y_1}{2} = 0 \Rightarrow y_1 = -y$$

$$\frac{z + z_1}{2} = 0 \Rightarrow z_1 = -z$$



$$\frac{x + x_1}{2} = 0 \Rightarrow x_1 = -x$$

$$y = y_1$$

$$\frac{z + z_1}{2} = 0 \Rightarrow z_1 = -z$$

Задачи

1) **Задача:** найти координаты точек, в которые переходят точки **A (0;1;2), B (3;-1;4), C (1;0;-2)** при осевой симметрии относительно координатных осей.

Решение: сначала найдём координаты точек в которые переходит точки **A, B, C** при осевой симметрии относительно оси **Ox**.

Если точка **M** симметрична точке **M1** относительно оси **Ox** то справедливы формулы: **$x_1 = x, y_1 = -y, z_1 = -z$** .

A1 (0;-1;-2), B1 (3;1;-4), C1 (1;0;2).

Если точка **M** симметрична точке **M1** относительно оси **Oy** то справедливы формулы: **$x_1 = -x, y_1 = y, z_1 = -z$**

A1 (0;1;-2), B1 (-3;1;-4), C1 (-1;0;2)

Если точка **M** симметрична точке **M1** относительно оси **Oz** то справедливы формулы: **$x_1 = -x, y_1 = -y, z_1 = z$**

A (-0;-1;-2), B (-3;-1;-4), C (-1;-0;-2)

2) Задача:

Доказать: при осевой симметрии прямая, образующая с осью симметрии угол φ , отображается на прямую, так же образующую с осью симметрии угол φ

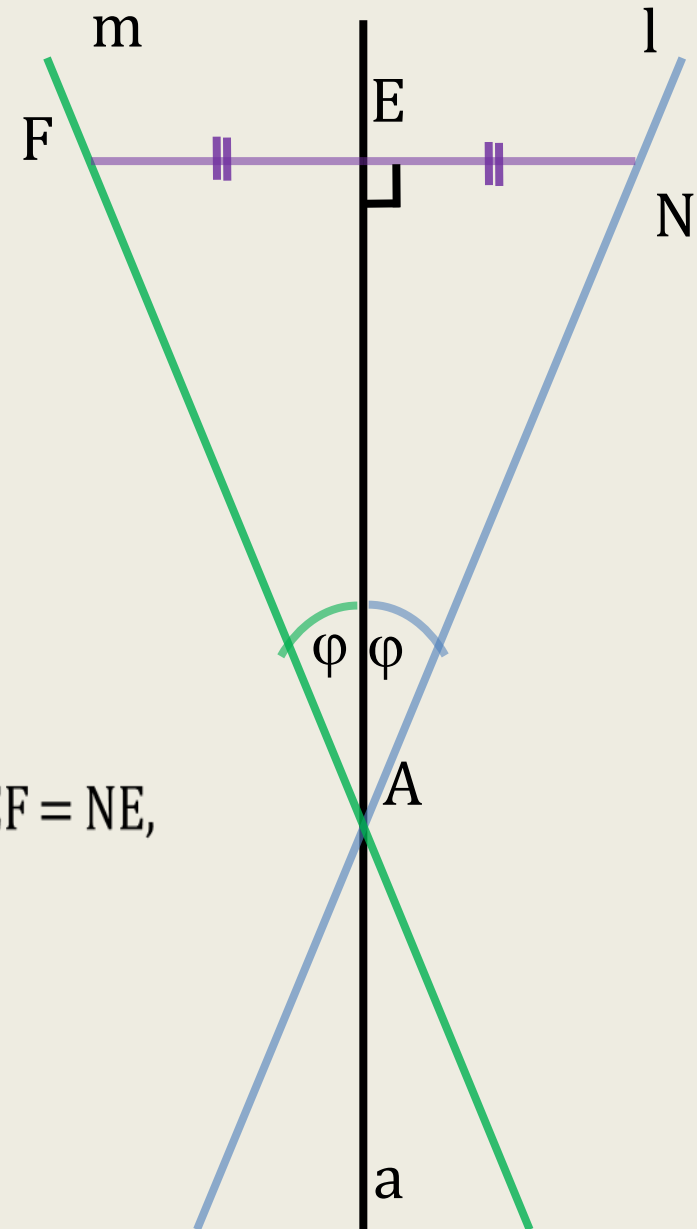
Решение:

$$1) \alpha \nparallel l, \alpha \cap l = A, N \subset l$$

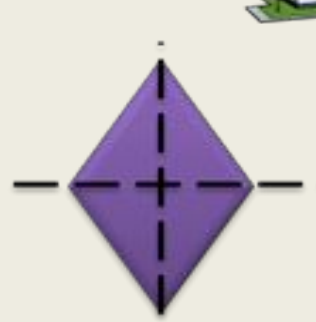
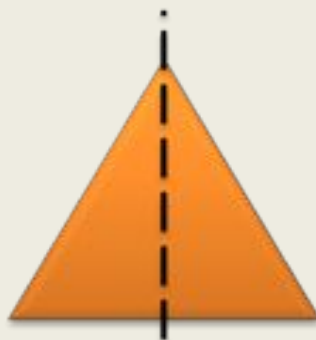
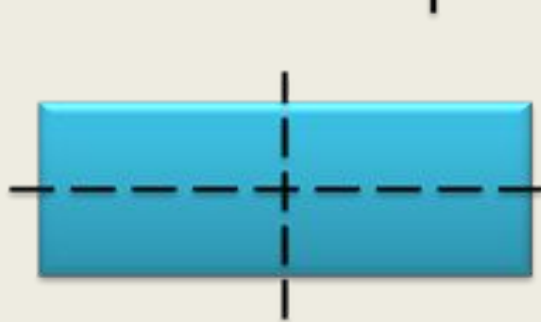
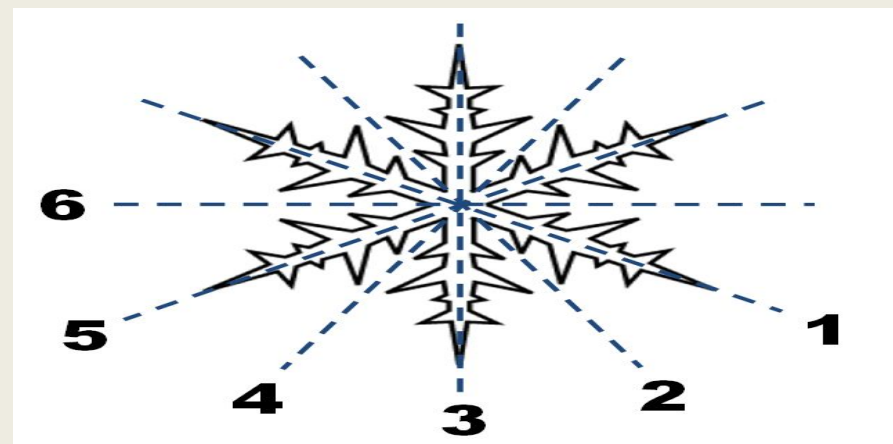
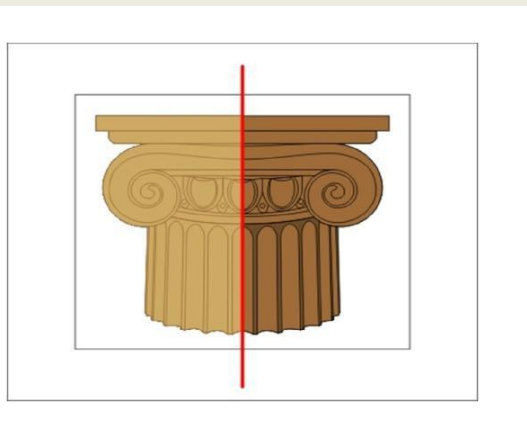
$$\text{Д.П. } NE \perp, \quad EF = NE, \quad FA$$

2) $\triangle AEF$ и $\triangle AEN$ — прямоугольные, $\triangle AEF = \triangle AEN$ ($EF = NE$, AE — общий катет) $\Rightarrow \angle EAN = \angle EAF = \angle \varphi$

при осевой симметрии прямая, образующая с осью симметрии угол φ , отображается на прямую, так же образующую с осью симметрии угол φ



Симметрия в реальной жизни



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

