

**ТРЕНИНГ**  
**«РЕШЕНИЕ**  
**ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ**  
**УРАВНЕНИЙ»**

Начало

Лицей «СИНТОН»  
2011 - 2012

*УВАЖАЕМЫЕ УЧАЩИЕСЯ,*  
ДАННАЯ ПРЕЗЕНТАЦИЯ ПОМОЖЕТ ВАМ  
СИСТЕМАТИЗИРОВАТЬ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ  
ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ.

Навигация между слайдами осуществляется только с помощью управляющих кнопок. Для каждого вида уравнений создан справочный материал. После решения уравнения Вы сможете проверить своё решение.

*УСПЕХОВ В ВЫПОЛНЕНИИ РАБОТЫ!!!*

Начать



ПОЖАЛУЙСТА, ВЫБЕРИТЕ ВИД УРАВНЕНИЙ, РЕШЕНИЯ КОТОРЫХ ВЫ  
ХОТИТЕ ПОВТОРИТЬ

Уравнения вида:

$$\log_a f(x) = b, a > 0, a \neq 1$$

$$\log_a f(x) = \log_a g(x), a > 0, a \neq 1$$

$$\log_{f(x)} A = \log_{g(x)} A, A > 0$$

$$\log_{g(x)} f(x) = b$$

$$\log_a f(x) + \log_a g(x) = \log_a m(x), a > 0, a \neq 1$$

$$\log_a \alpha(x) - \log_a \beta(x) = \log_a f(x) - \log_a g(x), a > 0, a \neq 1$$

$$\frac{1}{2} \log_a f(x) = \log_a g(x), a > 0, a \neq 1$$

Приведение к новому основанию

Уравнения смешанного вида

Закончить работу



РЕШИТЕ УРАВНЕНИЯ:

$$\log_2(x^2 + 4x + 3) = 3$$

Решение

$$\lg(2x - 5)^2 = 0$$

Решение

Справочный материал

Содержание



$$\log_2(x^2 + 4x + 3) = 3$$

$$x^2 + 4x + 3 = 2^3$$

$$x^2 + 4x + 3 - 8 = 0$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = -5$$

$$\text{Ответ : } \{-5; 1\}$$



$$\lg(2x - 5)^2 = 0$$

$$(2x - 5)^2 = 10^0$$

$$(2x - 5)^2 = 1$$

$$2x - 5 = 1 \text{ или } 2x - 5 = -1$$

$$x = 3$$

$$x = 2$$

*Ответ : {2;3}*



РЕШИТЕ УРАВНЕНИЯ:

$$\log_3(x^2 - 4x + 3) = \log_3(3x + 21)$$

Решение

$$\ln \frac{2x^2 - 54}{x + 3} = \ln(x - 4)$$

Решение

$$\lg \frac{x^2 + 5}{x - 2} = \lg x$$

Решение

Справочный материал

Содержание



$$\log_3(x^2 - 4x + 3) = \log_3(3x + 21)$$

$$\begin{cases} 3x + 21 > 0 \\ x^2 - 4x + 3 = 3x + 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -7 \\ x^2 - 7x - 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x > -7 \\ \begin{bmatrix} x = -2 \\ x = 9 \end{bmatrix} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = -2 \\ x = 9 \end{bmatrix}$$

*Ответ* :  $\{-2; 9\}$



$$\ln \frac{2x^2 - 54}{x + 3} = \ln(x - 4)$$

$$\begin{cases} x - 4 > 0 \\ \frac{2x^2 - 54}{x + 3} = x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ \frac{2x^2 - 54 - (x - 4)(x + 3)}{x + 3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x > 4 \\ \frac{x^2 + x - 42}{x + 3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ \frac{(x + 7)(x - 6)}{x + 3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 6$$

Ответ: {6}



$$\lg \frac{x^2 + 5}{x - 2} = \lg x$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ \frac{x^2 + 5}{x - 2} = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 + 5 = x^2 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = -2,5 \end{cases}$$

*Ответ: корней нет*



РЕШИТЕ УРАВНЕНИЯ:

$$\log_{2x-6} 13 = \log_x 13$$

Решение

$$\log_{(x-2)^2} 17 = \log_x 17$$

Решение

Справочный материал

Содержание



$$\log_{2x-6} 13 = \log_x 13$$

$$\begin{cases} 2x - 6 > 0 \\ 2x - 6 \neq 1 \\ 2x - 6 = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x \neq 3,5 \Leftrightarrow x = 6 \\ x = 6 \end{cases}$$

*Ответ: {6}*



$$\log_{(x-2)^2} 17 = \log_x 17$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ (x-2)^2 = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ x = 1, x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4$$

*Ответ* :  $\{4\}$



РЕШИТЕ УРАВНЕНИЯ:

$$\log_{x+1}(x^2 - 3x + 1) = 1$$

Решение

$$\log_x(2x^2 - 3x - 4) = 2$$

Решение

Справочный материал

Содержание



$$\log_{x+1}(x^2 - 3x + 1) = 1$$

$$\begin{cases} x + 1 > 0 \\ x + 1 \neq 1 \\ x^2 - 3x + 1 = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x \neq 0 \\ x^2 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x > -1 \\ x \neq 0 \\ x(x - 4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4$$

Ответ:  $\{4\}$



$$\log_x(2x^2 - 3x - 4) = 2$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ 2x^2 - 3x - 4 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ x^2 - 3x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ (x - 4)(x + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ x = 4, x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4$$

Ответ:  $\{4\}$



РЕШИТЕ УРАВНЕНИЯ:

$$\log_3(x-2) + \log_3 x = \log_3 8$$

Решение

$$\log_{0,4}(x+2) + \log_{0,4}(x+3) = \log_{0,4}(1-x)$$

Решение

Справочный материал

Содержание



$$\log_3(x-2) + \log_3 x = \log_3 8$$

$$\begin{cases} x-2 > 0 \\ x > 0 \\ \log_3((x-2)x) = \log_3 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x > 0 \\ x(x-2) = 8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x > 2 \\ x^2 - 2x - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4 \end{cases}$$

*Ответ:*  $\{4\}$



$$\log_{0,4}(x+2) + \log_{0,4}(x+3) = \log_{0,4}(1-x)$$

$$\begin{cases} x+2 > 0 \\ x+3 > 0 \\ 1-x > 0 \\ \log_{0,4}[(x+2)(x+3)] = \log_{0,4}(1-x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x > -3 \\ x < 1 \\ (x+2)(x+3) = 1-x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -2 < x < 1 \\ x^2 + 6x + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 1 \\ \begin{cases} x = -5 \\ x = -1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = -1$$

Ответ:  $\{-1\}$



РЕШИТЕ УРАВНЕНИЯ:

$$\log_7(x-2) - \log_7(x+2) = 1 - \log_7(2x-7)$$

Решение

$$\ln(x+4) = \ln(7-x) - \ln(x-7)$$

Решение

Справочный материал

Содержание



$$\log_7(x-2) - \log_7(x+2) = 1 - \log_7(2x-7)$$

$$\log_7(x-2) + \log_7(2x-7) = 1 + \log_7(x+2)$$

$$\begin{cases} x-2 > 0 \\ 2x-7 > 0 \\ x+2 > 0 \\ \log_7[(x-2)(2x-7)] = \log_7[7(x+2)] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x > 3,5 \\ x > -2 \\ 2x^2 - 11x + 14 = 7x + 14 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 3,5 \\ 2x^2 - 18x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3,5 \\ 2x(x-9) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3,5 \\ \begin{cases} x = 0 \Leftrightarrow x = 9 \\ x = 9 \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: {9}



$$\ln(x+4) = \ln(7-x) - \ln(x-7)$$

$$\ln(x+4) + \ln(x-7) = \ln(7-x)$$

$$\begin{cases} x+4 > 0 \\ x-7 > 0 \\ 7-x > 0 \\ \ln[(x+4)(x-7)] = \ln(7-x) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x > -4 \\ x > 7 \\ x < 7 \\ (x+4)(x-7) = 7-x \end{cases} \Leftrightarrow \emptyset$$

*Ответ : корней нет*



РЕШИТЕ УРАВНЕНИЯ:

$$2\log_2 x + \log_{\sqrt{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} x = 9$$

Решение

$$\log_3 x + 1 = 2\log_x 3$$

Решение

Справочный материал

Содержание



$$2 \log_2 x + \log_{\sqrt{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} x = 9$$

$$\text{ОДЗ: } x > 0$$

$$2 \log_2 x + \log_{\frac{1}{2^2}} x + \log_{2^{-1}} x = 9$$

$$2 \log_2 x + 2 \log_2 x - \log_2 x = 9$$

$$3 \log_2 x = 9$$

$$\log_2 x = 3$$

$$x = 2^3 = 8$$

$$\text{Ответ: } \{8\}$$



$$\log_3 x + 1 = 2 \log_x 3$$

$$\text{ОДЗ: } x > 0, x \neq 1$$

$$\log_3 x + 1 = \frac{2}{\log_3 x} \cdot \log_3 x \neq 0$$

$$\log_3^2 x + \log_3 x - 2 = 0$$

$$\text{пусть } \log_3 x = t$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$\begin{cases} t = 1 \\ t = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{1}{9} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \frac{1}{9}; 3 \right\}$$



РЕШИТЕ УРАВНЕНИЯ:

$$\lg x = \frac{1}{2} \lg(x + 1)$$

Решение

$$\log_{0,5} x = 0,5 \log_{0,5} (2x^2 - x)$$

Решение

Справочный материал

Содержание



$$\lg x = \frac{1}{2} \lg(x+1)$$

$$2 \lg x = \lg(x+1)$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ \lg x^2 = \lg(x+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 = x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 - x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right\}$$

$$\log_{0,5} x = 0,5 \log_{0,5} (2x^2 - x)$$

$$2 \log_{0,5} x = \log_{0,5} (2x^2 - x)$$

$$\begin{cases} 2x^2 - x > 0 \\ x^2 = 2x^2 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(2x - 1) > 0 \\ x^2 - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x < 0 \\ x > 0,5 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

*Ответ* : {1}



РЕШИТЕ УРАВНЕНИЯ:

$$x^{\log_2 x + 2} = 8$$

Решение

$$\frac{1}{4} x^{\frac{1}{2} \log_2 x} = 2^{\frac{1}{4} \log_2^2 x}$$

Решение

Справочный материал

Содержание



$$x^{\log_2 x + 2} = 8$$

$$\text{ОДЗ : } x \neq 1, x > 0$$

Обе части уравнения положительны на ОДЗ. Пролагорифмируем их по основанию 2. Получим равносильное уравнение.

$$\log_2 x^{\log_2 x + 2} = \log_2 8$$

$$(\log_2 x + 2)\log_2 x = 3$$

$$\log_2^2 x + 2\log_2 x - 3 = 0$$

$$\text{Замена : } t = \log_2 x$$

$$t^2 + 2t - 3 = 0$$

$$\begin{cases} t = 1 \\ t = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{8} \end{cases}$$

$$\text{Ответ : } \left\{ \frac{1}{8}; 2 \right\}$$



$$\frac{1}{4} x^{\frac{1}{2} \log_2 x} = 2^{\frac{1}{4} \log_2^2 x}$$

ОДЗ :  $x \neq 1, x > 0$

Обе части уравнения положительны на ОДЗ. Пролагорифмируем их по основанию 2. Получим равносильное уравнение.

$$\log_2 \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \log_2^2 x = \frac{1}{4} \log_2^2 x$$

$$\log_2^2 x = 8$$

$$|\log_2 x| = 2\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} \log_2 x = 2\sqrt{2} \\ \log_2 x = -2\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4^{\sqrt{2}} \\ x = 4^{-\sqrt{2}} \end{cases}$$

Ответ :  $\{4^{\pm\sqrt{2}}\}$

Для уравнения вида

$$\log_a f(x) = b, a > 0, a \neq 1$$

Получаем равносильное уравнение

$$f(x) = a^b$$

Уравнения

Содержание



Для уравнения вида

$$\log_a f(x) = \log_a g(x), \quad a > 0, \quad a \neq 1$$

ПОЛУЧАЕМ РАВНОСИЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ  
УРАВНЕНИЙ

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases} \quad \text{ИЛИ} \quad \begin{cases} f(x) = g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

Уравнения

Содержание



Для уравнения вида

$$\log_{f(x)} A = \log_{g(x)} A, \quad A > 0$$

ПОЛУЧАЕМ РАВНОСИЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ  
УРАВНЕНИЙ

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \\ f(x) \neq 1 \end{cases} \quad \text{ИЛИ} \quad \begin{cases} f(x) = g(x) \\ g(x) > 0 \\ g(x) \neq 1 \end{cases}$$

Уравнения

Содержание



Для уравнения вида

$$\log_{g(x)} f(x) = b$$

ПОЛУЧАЕМ РАВНОСИЛЬНУЮ СМЕШАННУЮ  
СИСТЕМУ УРАВНЕНИЙ

$$\begin{cases} f(x) = g^b(x) \\ g(x) > 0 \\ g(x) \neq 1 \end{cases}$$

Уравнения

Содержание



Для уравнения вида

$$\log_a f(x) + \log_a g(x) = \log_a m(x), \quad a > 0, \quad a \neq 1$$

ПОЛУЧАЕМ РАВНОСИЛЬНУЮ СИСТЕМУ  
УРАВНЕНИЙ

$$\left\{ \begin{array}{l} \log_a (f(x) \cdot g(x)) = \log_a m(x) \\ g(x) > 0 \\ f(x) > 0 \\ m(x) > 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} (f(x) \cdot g(x)) = m(x) \\ g(x) > 0 \\ f(x) > 0 \\ m(x) > 0 \end{array} \right.$$

Уравнения

Содержание



Для уравнения вида

$$\log_a \alpha(x) - \log_a \beta(x) = \log_a f(x) - \log_a g(x), \quad a > 0, \quad a \neq 1$$

$$\log_a \alpha(x) + \log_a g(x) = \log_a f(x) + \log_a \beta(x), \quad a > 0, \quad a \neq 1$$

ПОЛУЧАЕМ РАВНОСИЛЬНУЮ СИСТЕМУ  
УРАВНЕНИЙ

$$\left\{ \begin{array}{l} \log_a (\alpha(x) \cdot g(x)) = \log_a (f(x) \cdot \beta(x)) \\ g(x) > 0 \\ f(x) > 0 \\ \alpha(x) > 0 \\ \beta(x) > 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} (\alpha(x) \cdot g(x)) = f(x) \cdot \beta(x) \\ g(x) > 0 \\ f(x) > 0 \\ \alpha(x) > 0 \\ \beta(x) > 0 \end{array} \right.$$

Уравнения

Содержание



Для уравнения вида

$$\frac{1}{2} \log_a f(x) = \log_a g(x), \quad a > 0, \quad a \neq 1$$

получаем равносильное уравнение

$$\log_a f(x) = 2 \log_a g(x), \quad a > 0, \quad a \neq 1$$

которое равносильно системе уравнений

$$\begin{cases} f(x) = g^2(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

Уравнения

Содержание



Если в уравнении содержатся логарифмы с разными основаниями, то прежде всего следует свести все логарифмы к одному основанию. Для этого используется формула перехода к новому основанию.

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, a > 0, a \neq 1, c > 0, c \neq 1, b > 0$$

Или другие свойства логарифма:

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b, a > 0, a \neq 1, b > 0, k \neq 0$$

Уравнения

Содержание



Иногда целесообразно логарифмировать обе части уравнения, чтобы свести его решение к одному из простейших уравнений. Как правило, это приходится делать для уравнений смешанного типа, содержащих как показательную, так и логарифмическую функции

$$x^{\log_a x} = b, a > 0, a \neq 1, x > 0, x \neq 1$$

$$\log_a x^{\log_a x} = \log_a b$$

Уравнения

Содержание

