

Теорема Вариньона и ее применение



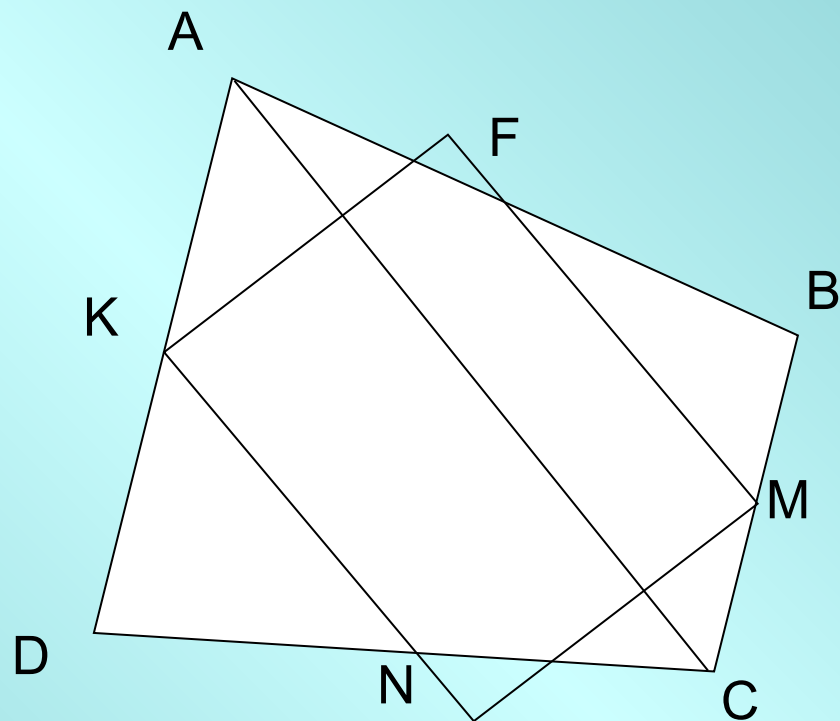
Работа ученика 9А класса
МОУ СОШ №15, г.Кузнецка
Пантюхина Сергея

Руководитель:

учитель математики Прошина Н.
В.

Теорема Вариньона:

Фигура, образованная путем последовательного соединения середин сторон четырехугольника, является параллелограммом, а его площадь равна половине площади данного четырехугольника.



Применение теоремы Вариньона к доказательству некоторых утверждений

Утверждение 1. В выпуклом четырехугольнике сумма квадратов диагоналей в 2 раза больше суммы квадратов отрезков соединяющих середины противоположных сторон.

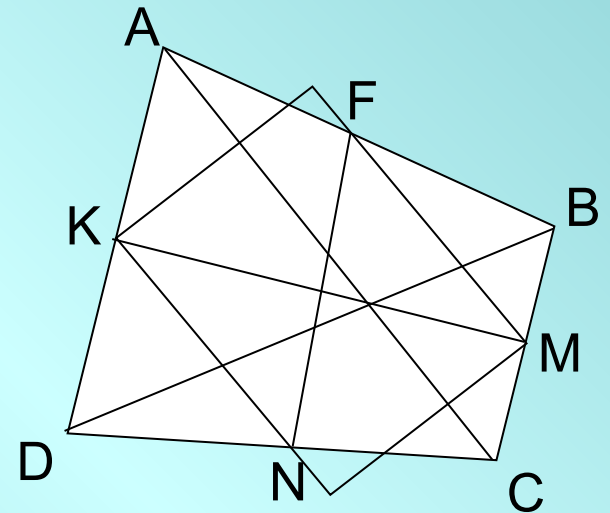
Доказательство:

$$FN^2 + MK^2 = 2(FM^2 + MN^2)$$

$$FM = \frac{1}{2} AC$$

$$MN = \frac{1}{2} BD$$

$$FN^2 + MK^2 = 2\left(\frac{1}{4} AC^2 + \frac{1}{4} BD^2\right) = \frac{1}{2}(AC^2 + BD^2)$$



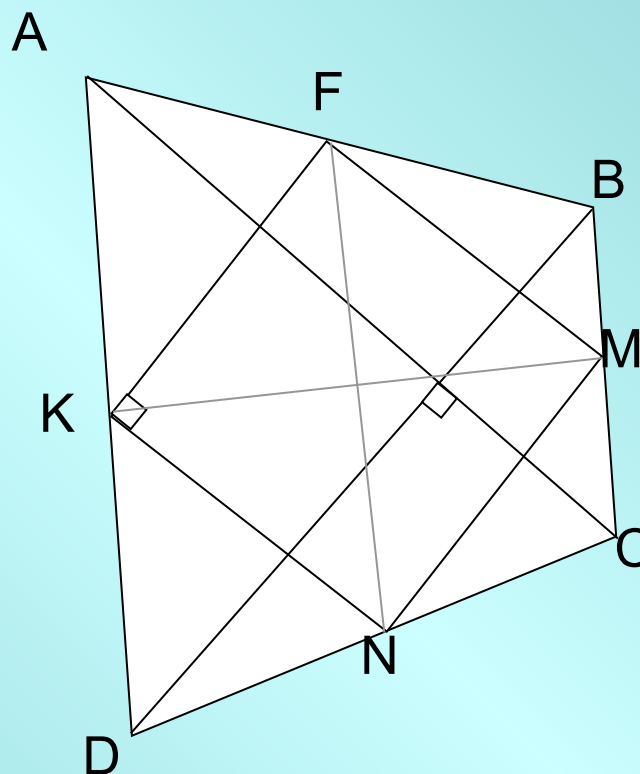
Утверждение 2. Если отрезки соединяющие середины противоположных сторон выпуклого четырехугольника равны, то диагонали четырехугольника перпендикулярны.

Доказательство:

$$FN = MK$$

FMNK – прямоугольник

$KF \parallel BD$, $FM \parallel AC \Rightarrow$
 $BD \perp AC$.



Утверждение 3. Если отрезки, соединяющие середины противоположных сторон выпуклого четырехугольника, перпендикулярны, то диагонали четырехугольника равны.

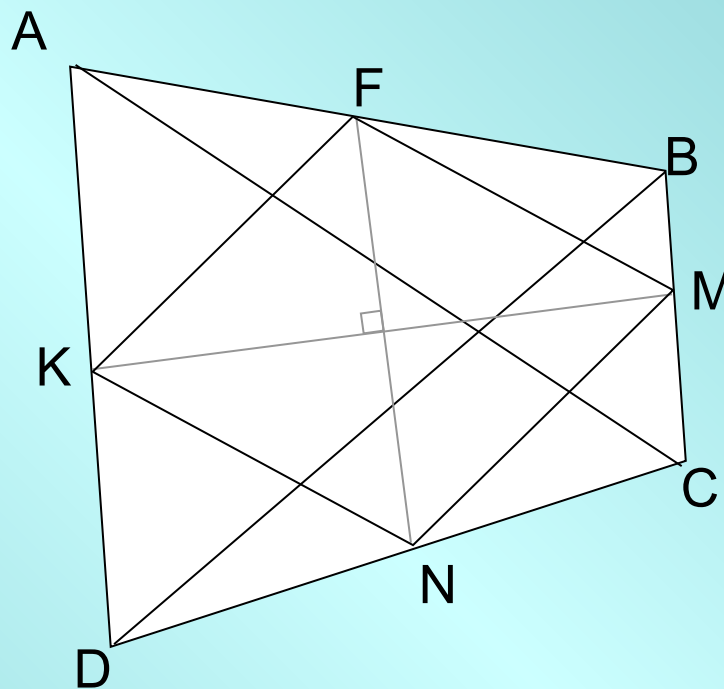
Доказательство:

$FN \perp MK$

$FMNK$ – ромб,

$FM = MN = NK = FK \Rightarrow$

$AC = BD$



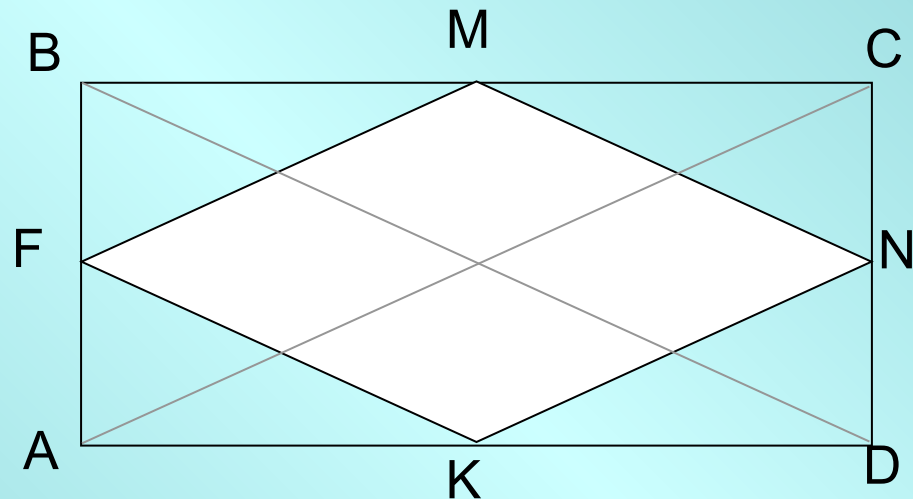
Утверждение 4. *Средины сторон прямоугольника являются вершинами ромба.*

Доказательство:

$$AC=BD \Rightarrow$$

$$FM=KN=MN=FK$$

FMNK – ромб.



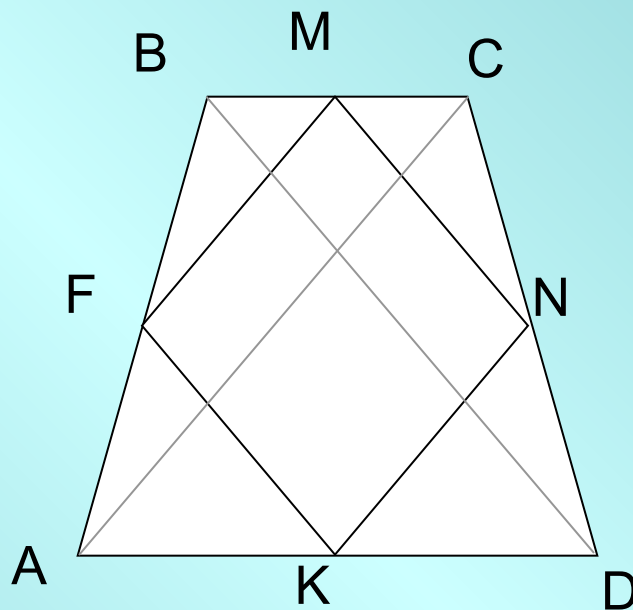
Утверждение 5. *Средины сторон равнобедренной трапеции являются вершинами ромба.*

Доказательство:

$$BD=AC$$

$$FM=KN=MN=FK$$

FMNK – ромб.



Утверждение 6. Середины сторон ромба являются вершинами прямоугольника.

Доказательство:

$$AC \perp BD$$

$$MN \parallel AC, FK \parallel AC, FM \parallel DB,$$

$$NK \parallel DB$$

FMNK – прямоугольник

