

Язык SWI Prolog

Обработка списков в программах на языке Пролог. Множества.

Определение понятия множества

Мно́жество — один из ключевых объектов математики, в частности, теории множеств. «Под множеством мы понимаем объединение в одно целое определенных, вполне различных объектов нашей интуиции или нашей мысли» (Георг Кантор).

Операции над множествами

Основными операциями над множествами являются:

объединение: $A \cup B := \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

пересечение: $A \cap B := \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

разность: $A \setminus B := \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$

определение подмножества: $A \subset B := \{x \mid x \in A \Rightarrow x \in B\}$

декартово произведение: $A \times B := \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$

Представление множеств в в виде списков

Списки — структуры данных, с помощью которых можно представлять множества и графы в программах на языке Пролог.

Множества отличаются от списков тем, что в списках могут быть повторяющиеся элементы, а во множествах — нет.

С другой стороны, в списках порядок следования элементов имеет значения, а множества могут быть неупорядоченными.

Предикат `unionset`

Предикат `unionset` определяет операцию объединения двух множеств. Объединением двух множеств X и Y является множество Z , состоящее из элементов, которые принадлежат или множеству X , или множеству Y , или обоим множествам одновременно.

Предикат `unionset(X,Y,Z)` —истинен, если множество Z является объединением множеств X и Y . Схема отношения этого предиката имеет вид:

`unionset(<список>, <список>, <список>)`.

Декларативное определение предиката `unionset`

Декларативное описание предиката `unionset(X,Y,Z)` формулируется следующим образом:

- *Объединение пустого множества с непустым множеством X есть множество X .*
- *Список, определяющий первое множество X можно разделить на голову H и хвост Xs . Если голова первого списка H принадлежит второму списку Y , то рекурсивно вызывается процедура `unionset` с аргументами Xs и Y . При этом терм H в результирующий список не помещается.*
- *Список, определяющий первое множество X можно разделить на голову H и хвост Xs . Если голова первого списка H не принадлежит второму списку Y , то рекурсивно вызывается процедура `unionset` с аргументами Xs и Y . При этом терм H помещается в результирующий список.*

Правило unionset

Процедура unionset(X,Y) состоит из трех правил:

unionset([],X,X).

unionset([H|Xs],Y,Z):-member(H,Y),!,unionset(Xs,Y,Z).

unionset([H|Xs],Y,[H|Z]):-unionset(Xs,Y,Z).

Предикат `intersect`

Предикат `intersect` определяет операцию пересечения двух множеств. Пересечением двух множеств X и Y является множество Z , состоящее из элементов, которые принадлежат и множеству X и множеству Y одновременно.

Предикат `intersect (X,Y,Z)` —истинен, если множество Z является пересечением множеств X и Y . Схема отношения этого предиката имеет вид:

`intersect(<список>, <список>, <список>)`.

Декларативное определение предиката *intersect*

Декларативное описание предиката *intersect(X,Y,Z)* формулируется следующим образом:

Пересечение пустого множества с непустым множеством X есть пустое множество.

*Список, определяющий первое множество X, можно разделить на голову H и хвост Xs. Если голова первого списка H принадлежит второму списку Y, то рекурсивно вызывается процедура *intersect* с аргументами Xs и Y. При этом терм H помещается в результирующий список.*

*Список, определяющий первое множество X, можно разделить на голову H и хвост Xs. Если голова первого списка H не принадлежит второму списку Y, то рекурсивно вызывается процедура *intersect* с аргументами Xs и Y. При этом терм H в результирующий список не помещается.*

Процедура interset

```
interset([],X,[]).
```

```
interset([H|Xs],Y,
```

```
    [H|Z]):-member(H,Y),!,interset(Xs,Y,Z).
```

```
interset([H|Xs],Y,Z):-interset(Xs,Y,Z).
```

Предикат difset

Предикат difset определяет операцию разности двух множеств. Разностью двух множеств X и Y является множество Z , состоящее из элементов, которые принадлежат множеству X , но не принадлежат множеству Y .

Предикат difset (X, Y, Z) —истинен, если множество Z является разностью множеств X и Y . Схема отношения этого предиката имеет вид:

difset(<список>, <список>, <список>).

Декларативное определение предиката difset

Декларативное описание предиката $\text{difset}(X, Y, Z)$ формулируется следующим образом:

- ❖ Разность пустого множества и непустого множеством X есть пустое множество.
- ❖ Список, определяющий первое множество X , можно разделить на голову H и хвост Xs . Если голова первого списка H не принадлежит второму списку Y , то рекурсивно вызывается процедура difset с аргументами Xs и Y . При этом терм H помещается в результирующий список.
- ❖ Список, определяющий первое множество X , можно разделить на голову H и хвост Xs . Если голова первого списка H принадлежит второму списку Y , то рекурсивно вызывается процедура difset с аргументами Xs и Y . При этом терм H в результирующий список не помещается.

Процедура difset

```
difset([],X,[]).
```

```
difset([H|Xs],Y,
```

```
    [H|Z]):-not(member(H,Y)),!,difset(Xs,Y,Z).
```

```
difset([H|Xs],Y,Z):-difset(Xs,Y,Z).
```

Предикат subset

Предикат subset определяет, является ли множество подмножеством другого множества. Множество X является подмножеством множества Y , если все элементы X принадлежат множеству Y .

Предикат $\text{subset}(X, Y)$ — истинен, если множество X является подмножеством Y . Схема отношения этого предиката имеет вид:

$\text{subset}(\langle \text{список} \rangle, \langle \text{список} \rangle)$.

Декларативное определение предиката subset

Декларативное описание предиката subset(X, Y) формулируется следующим образом:

Пустое множество является подмножеством любого множества.

*Список, определяющий первое множество X , можно разделить на голову H и хвост Xs .
Множество X есть подмножество Y , если голова первого списка H принадлежит второму списку Y и Xs есть подмножество множества Y .*

Процедура subset

```
subset([],Y).
```

```
subset([H|Xs],Y):-member(H,Y),subset(Xs,Y).
```

Предикат dek

Предикат dek определяет операцию декартова произведения двух множеств. Декартовым произведением двух множеств $X=\{x_i\}$ и $Y=\{y_i\}$ является множество Z , состоящее из пар элементов $[x_i, y_i]$, где x_i принадлежат множеству X , а y_i принадлежат множеству Y .

Предикат $\text{dek}(X, Y, Z)$ — истинен, если множество Z является декартовым произведением множеств X и Y . Схема отношения того предиката имеет вид:
 $\text{dek}(\langle \text{список} \rangle, \langle \text{список} \rangle, \langle \text{список списков} \rangle)$.

Предикаты pro и append1

В процедуре dek используются дополнительные предикаты pro и append1.

Предикат $pro(X, Y, Z)$ — истинен, если X есть терм, $Y = \{Y_i\}$ — множество термов, а Z является множеством пар вида $[X, Y_i]$, где X есть заданный терм, а Y_i — соответствующий элемент множества Y . Схема отношения предиката pro имеет вид:
 $pro(\langle \text{терм} \rangle, \langle \text{список} \rangle, \langle \text{список списков} \rangle)$.

Декларативное определение предиката pro

Декларативное определение предиката $pro(X, Y, Z)$ формулируется следующим образом:

Список Y состоит из одного элемента. Тогда список Z является списком пар вида $[X, Y_i]$.

Список, определяющий множество Y , можно разделить на голову H и хвост T . Тогда список $Z = [[X, H] | T1]$, если список $T1$ есть результат процедуры $pro(X, T, T1)$.

Декларативное определение предиката `dek`

Декларативное описание предиката `dek(X,Y,Z)` формулируется следующим образом:

- ❖ Список X состоит из одного элемента. Тогда список Z является результатом процедуры `pro(X,Y,Z1)`.
- ❖ Список, определяющий первое множество X , можно разделить на голову X и хвост $T1$. Если `pro(X,Y,T2)` и `dek(T1,Y,T3)` и `append1(T2,T3,Z)` истинны, то Z есть декартово произведение списков X и Y .

Процедура dek

append1([],L,L).

append1([H|L],M,[H|R]):- append1(L,M,R).

pro(X,[Y],[[X,Y]|[]]).

pro(X,[H|T], [[X,H]|T1]):-pro(X,T,T1).

dek([X|[]],Y,Z):-pro(X,Y,Z).

dek([X|T1],Y,Z):-pro(X,Y,T2),dek(T1,Y,T3),append1(T2,
T3,Z).

Пример запроса к процедуре dek

Пример запроса к процедуре dek.

? —dek([4,2][3,5,8],Z).

Z=[[4,3],[4,5],[4,8], [2,3],[2,5],[2,8]]

Yes
