

Тема урока:

«Геометрическое
место точек».

9 класс

Учитель Гордеева Н.М.



*Скажи мне – и я забуду,
Покажи мне – и я запомню,
Вовлеки меня – и я пойму.*

*(Древняя китайская
мудрость)*



Цель урока:

систематизировать и
углубить знания по теме
«Метод координат».



“Крупное научное открытие дает решение крупной проблемы, но и в решении любой задачи присутствует крупица открытия”.

(Дьердь Пойа)



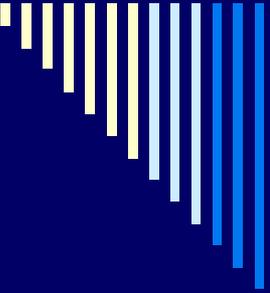
Задача:

найти геометрическое место
точек, обладающих
определенным свойством
(совершить открытие).

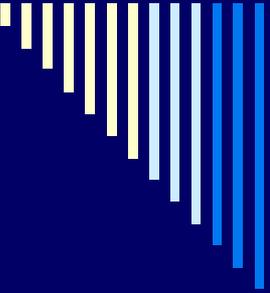


Определение:

Геометрическим местом точек называется фигура, которая состоит из всех точек плоскости, обладающих определенным свойством.

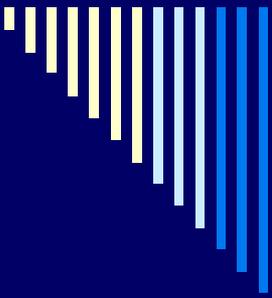


Геометрическое место точек,
равноудаленных от данной
точки, есть **окружность**.



Геометрическое место точек,

равноудаленных от концов
данного отрезка, есть
серединный перпендикуляр
к этому отрезку.



Геометрическое место точек,

равноудаленных от сторон
данного угла, есть

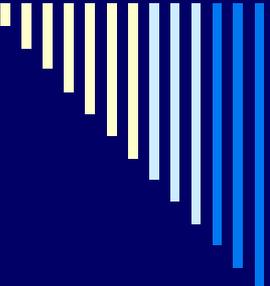
биссектриса этого угла.



Геометрическое место точек,

равноудаленных от двух
параллельных прямых, есть

параллельная им прямая, проходящая
через середину их общего
перпендикуляра (на ней лежат центры
окружностей, касающихся данных
прямых).



Геометрическое место точек,

являющихся вершинами
прямоугольных треугольников с
данной гипотенузой, есть

окружность, построенная на
гипотенузе как на диаметре
(исключая концы гипотенузы).



Геометрическое место точек,

отношение расстояний от которых
до двух данных точек – величина
постоянная, есть

окружность

**(которую называют окружностью
Аполлония).**



Задание 1

На рисунке $AD=DB=2$ см.

Что представляет собой геометрическое место точек, принадлежащих данной прямой, которые удалены от точки D на расстояние:

- а) равное 2см; б) более 2см;
- в) не более 2см.

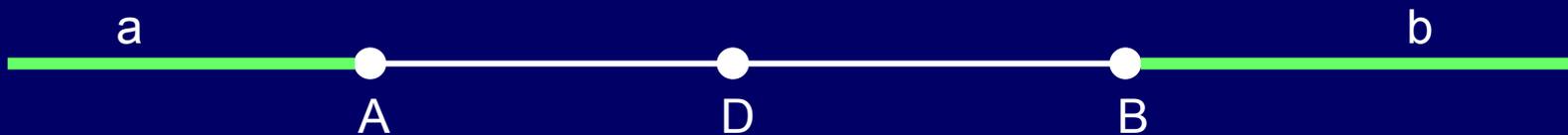


Решение:

а) Расстояние от D равно 2см:



б) Расстояние от D более 2см:



в) Расстояние от D не более 2см:

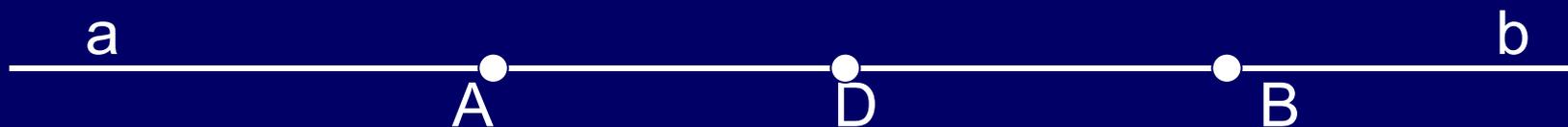


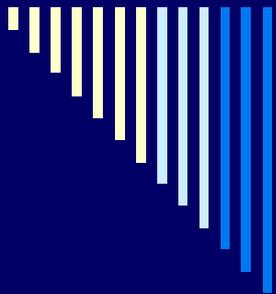


Задание 2

По тому же рисунку определите, что представляет собой геометрическое место точек плоскости, которые удалены от точки D на расстояние

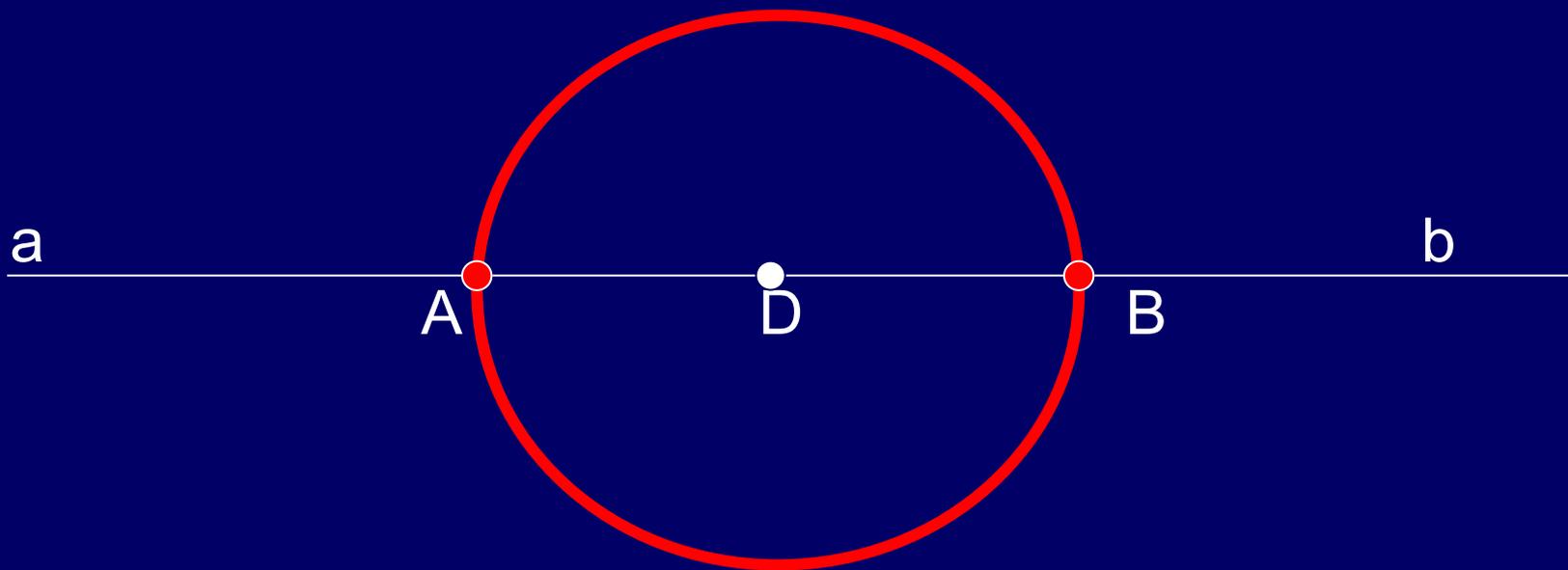
- а) равное 2см;
- б) более 2см;
- в) не более 2см.





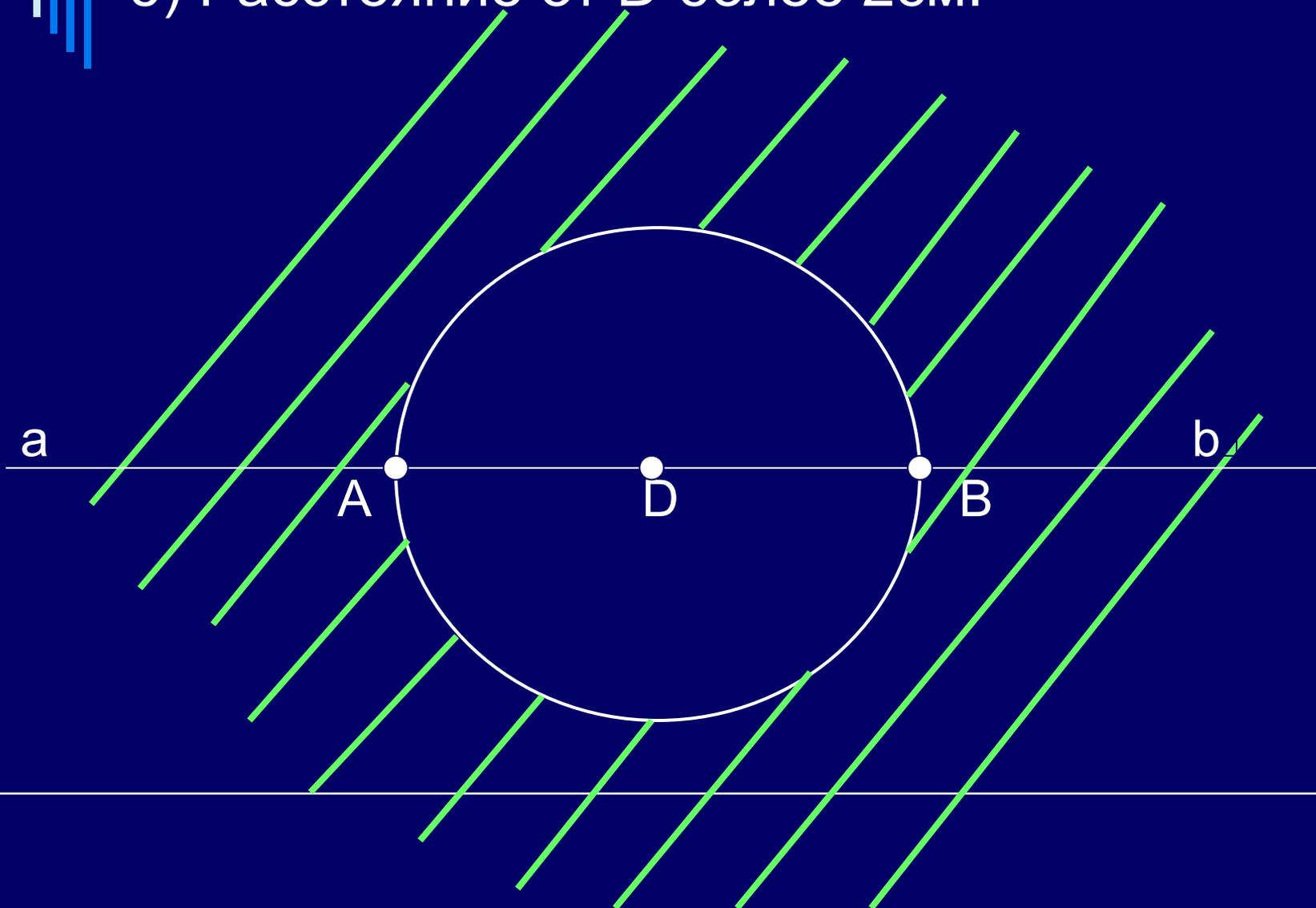
Решение:

а) Расстояние от D равно 2см:



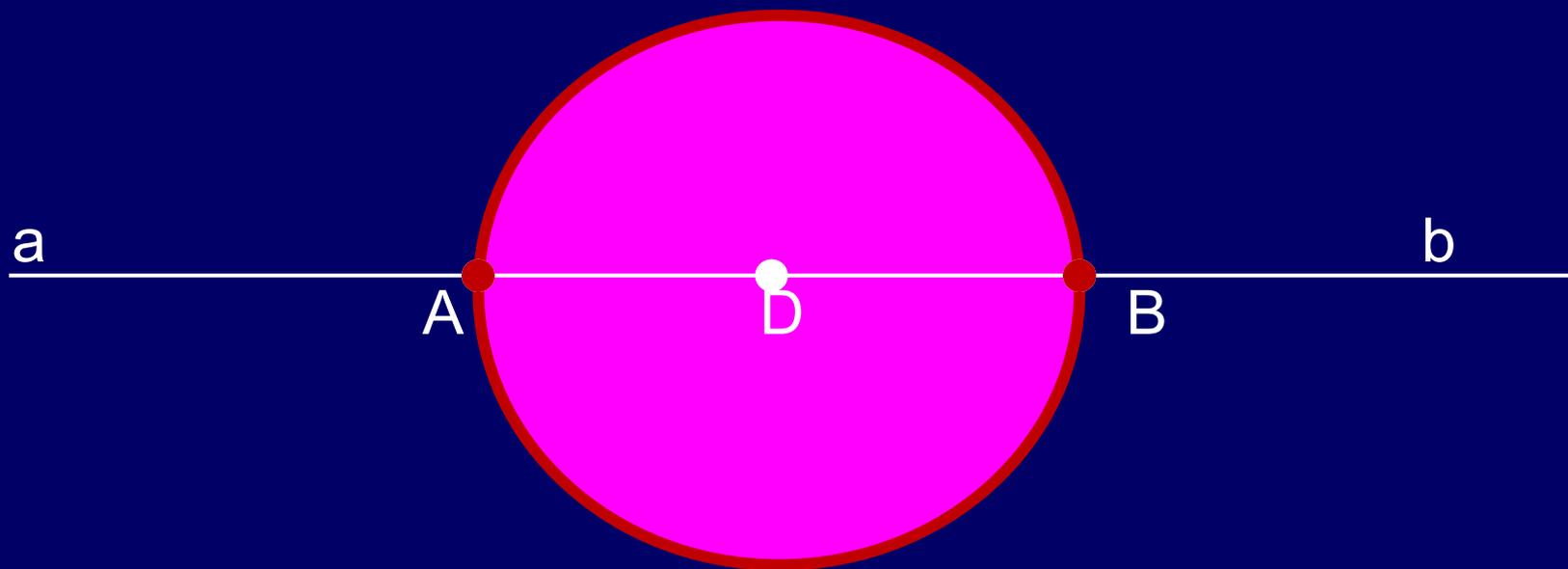
Решение:

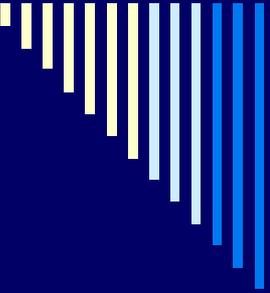
б) Расстояние от D более 2см:



Решение:

в) Расстояние от D не более 2см:

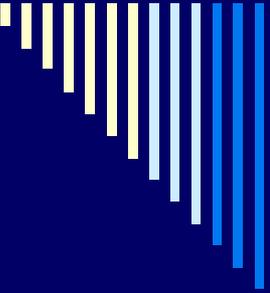




Задание 3

- Используя метод координат, найдите пару чисел, удовлетворяющих условию

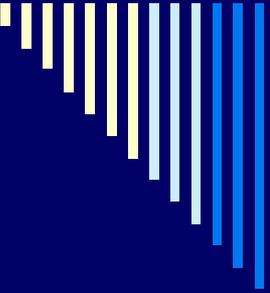
$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (y-1)^2}$$



Задание 4

Используя метод координат, докажите, что система уравнений имеет единственное решение:

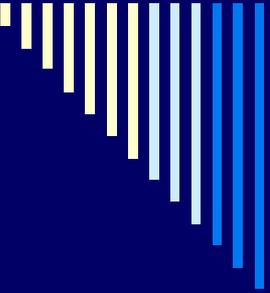
$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4 \\ (x-9)^2 + (y-8)^2 = 64 \end{cases}$$



Задание 5

Определите ГМТ, удовлетворяющих уравнению:

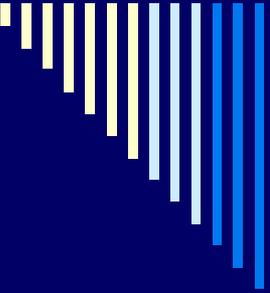
а) $y^2 - 9x^2 = 0$



Задание 5

Определите ГМТ, удовлетворяющих уравнению:

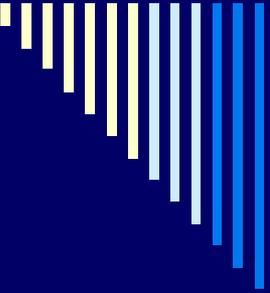
$$\text{б) } \frac{3}{x} - \frac{y}{4} = 0$$



Задание 5

Определите ГМТ, удовлетворяющих уравнению:

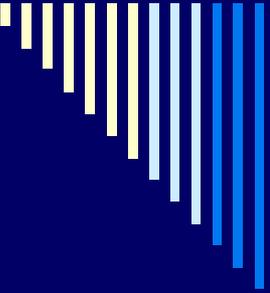
в) $x^2 - 4x + y^2 = 0$



Задание 5

Определите ГМТ, удовлетворяющих уравнению:

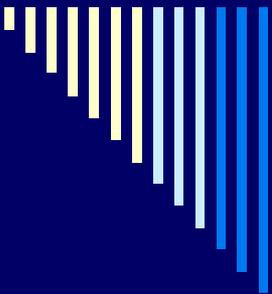
$$\text{г) } (x - 7)^2 + (y + 4)^2 = 0$$



Задание 5

Определите ГМТ, удовлетворяющих уравнению:

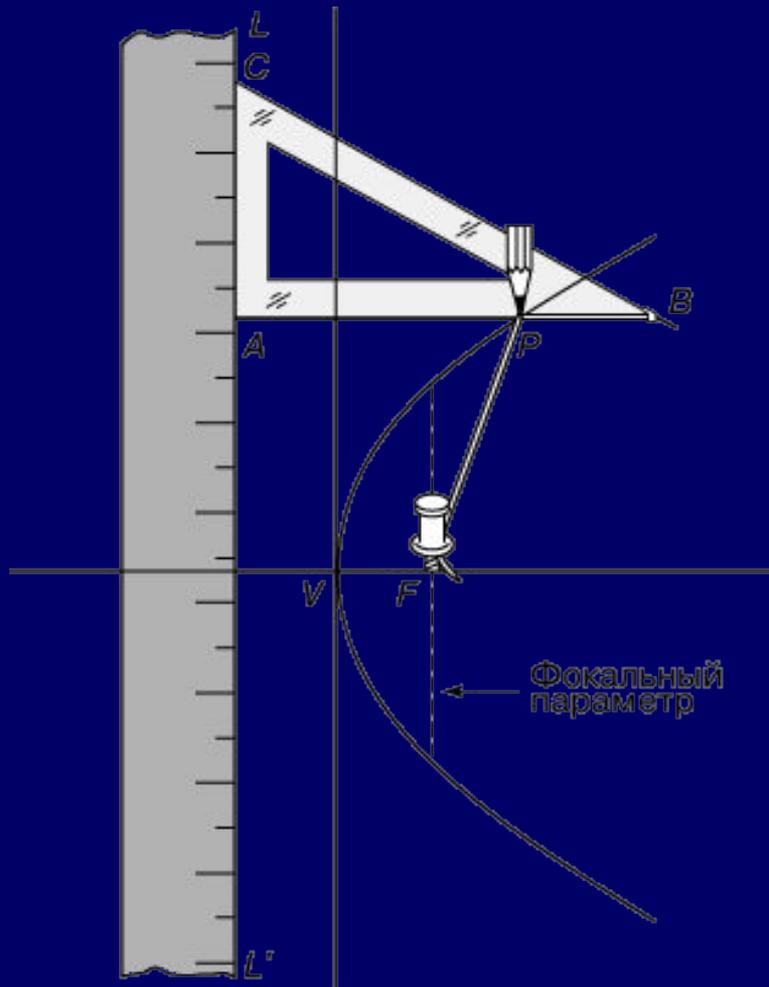
$$\text{д) } 2y - 3x^2 = 0$$



Парабола
как геометрическое место точек.

Парабола есть геометрическое
место точек, равноудаленных
от заданной точки и от
заданной прямой.

Построение параболы.



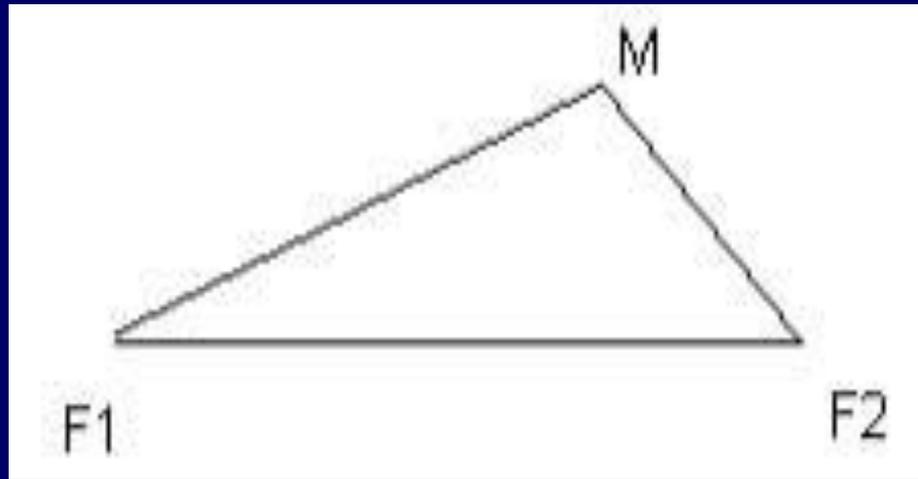
Как разбить клумбу?



Построение окружности
с помощью веревки

Геометрическое место точек,

сумма расстояний от которых до двух заданных точек F_1 , F_2 есть величина постоянная; большая, чем F_1F_2 .

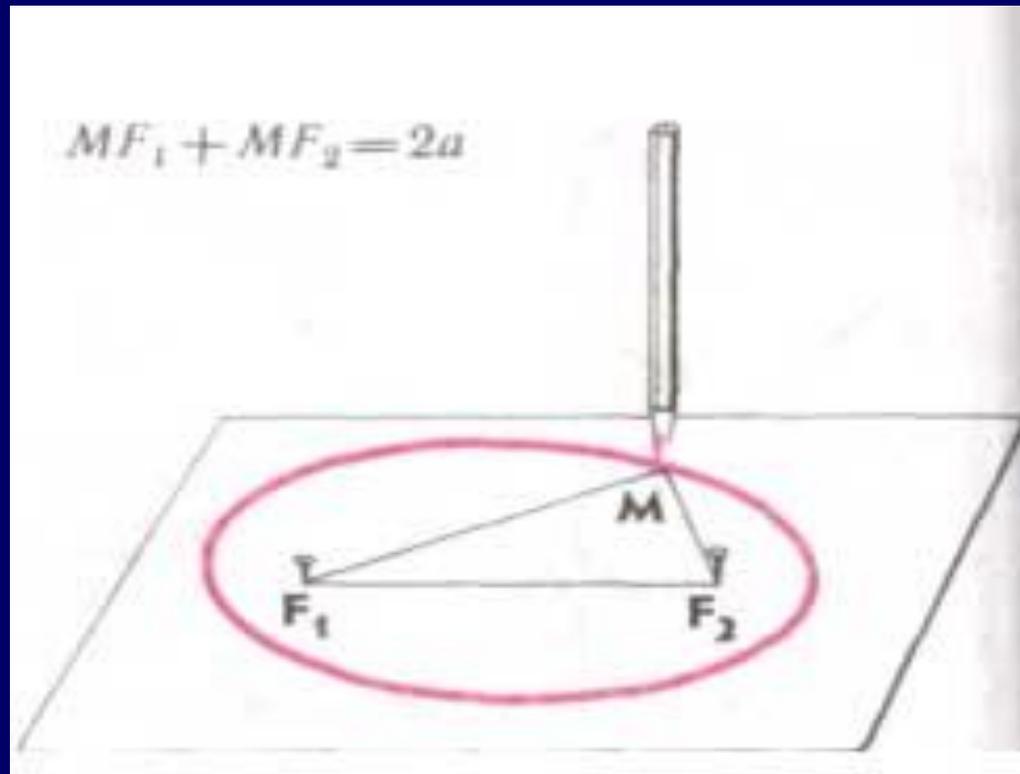


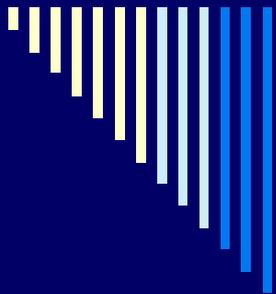


План построения ГМТ.

- Прикрепим концы нити с помощью кнопок к точкам F_1 и F_2 .
 - Карандашом натянем нить так, чтобы его острие касалось бумаги.
 - Будем перемещать карандаш по бумаге так, чтобы нить оставалась натянутой.
 - Вычерчиваем карандашом линию.
-

Построение ГМТ

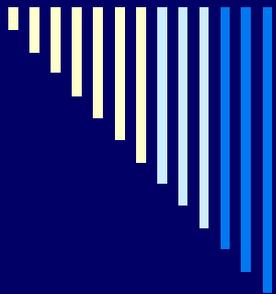




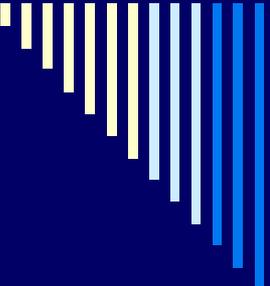
Что будет происходить с эллипсом, если фокусы:

а) приближаются друг к другу;

б) удаляются друг от друга.



- Найти геометрическое место точек, для которых сумма расстояний до двух заданных точек F_1 и F_2 :
 - а) меньше заданной величины $2a$;
 - б) больше заданной величины $2a$.



Уравнение ГМТ

- Определите ГМТ, удовлетворяющих уравнению:

$$x^2 + 4y^2 = 4$$

Уравнение ГМТ

$$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \quad - \text{уравнение эллипса}$$

$$a^2 = 4, \text{ тогда}$$

$$a = 2$$

$$b = 1$$

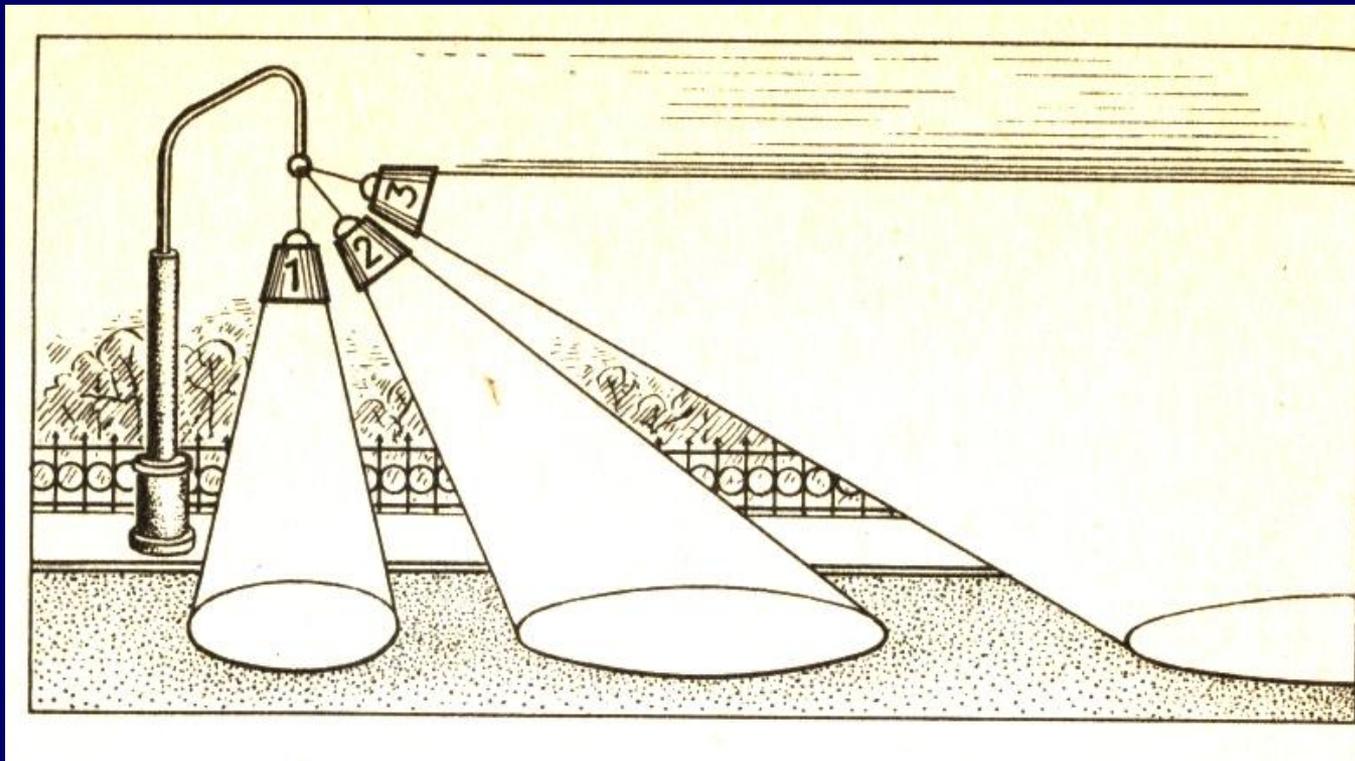
$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$c^2 = 3$$

$$c = \sqrt{3}$$

Ответ: $F_1(-\sqrt{3};0)$, $F_2(\sqrt{3};0)$

Конические сечения



Конические сечения

Аполлоний Пергский (II-III вв. до н. э.) - древнегреческий математик.

Важнейший труд — “Конические сечения”

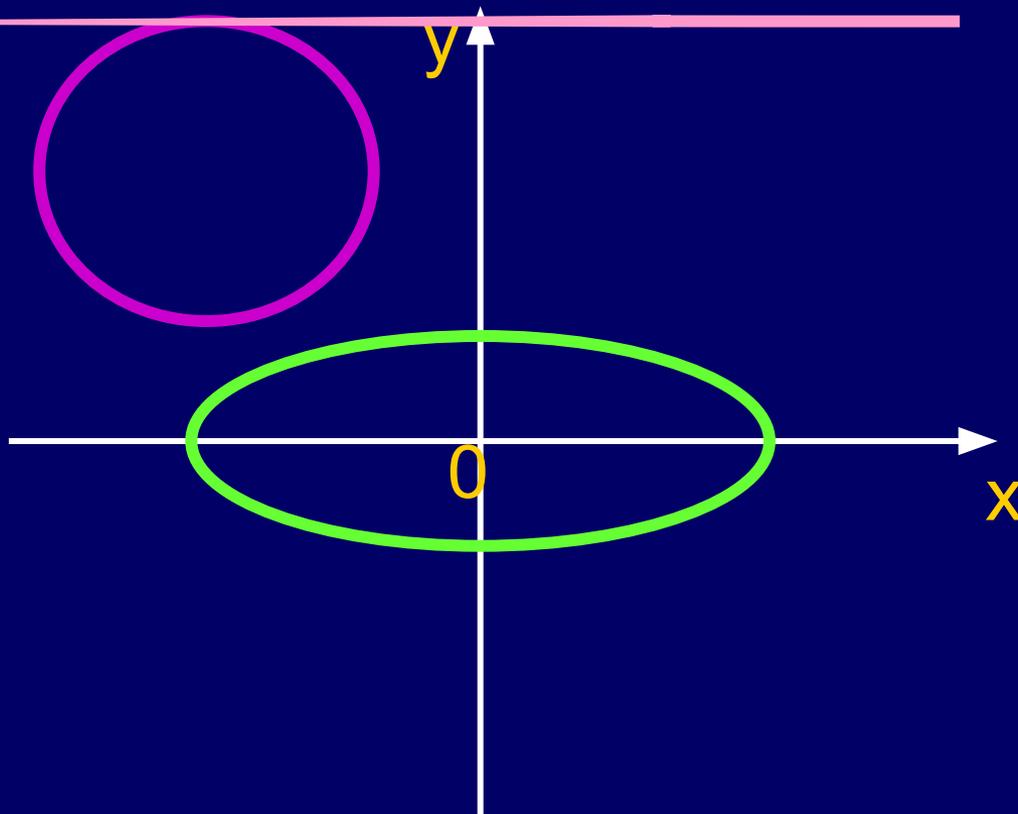


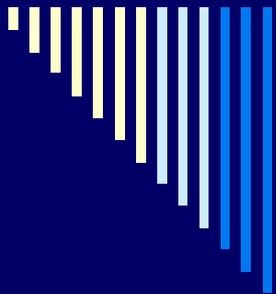


Конические сечения

- Их изучали еще древнегреческие геометры.
 - Теория конических сечений была одной из вершин античной геометрии.
 - Уравнения этих линий были выведены гораздо позднее, когда стал применяться метод координат.
-

Кривые второго порядка





Метод координат в соединении с алгеброй составляет раздел геометрии, который называется аналитической геометрией.

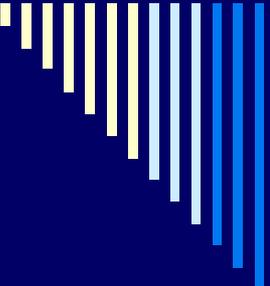
Эксцентриситет эллипса

- характеризует степень его вытянутости.

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$$

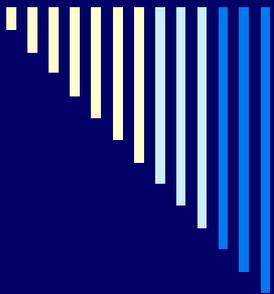
- Еще Иоганн Кеплер (1571 – 1630) – немецкий астроном обнаружил, что планеты Солнечной системы движутся вокруг Солнца не по окружностям, как думали раньше, а по эллипсам, причем Солнце находится в одном из фокусов этих эллипсов.





Орбиты движения небесных тел

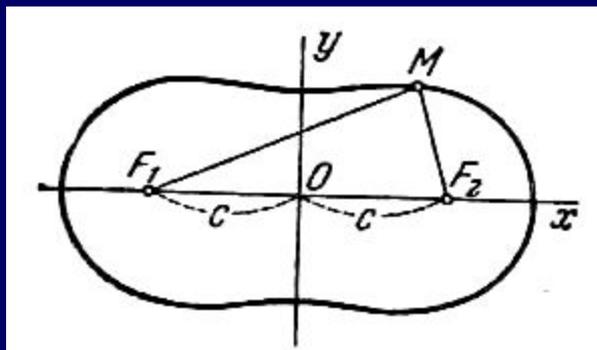
| | |
|--|---------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Венера | <input type="checkbox"/> 0,0068 |
| <input type="checkbox"/> Нептун | <input type="checkbox"/> 0,0086 |
| <input type="checkbox"/> Земля | <input type="checkbox"/> 0,0167 |
| <input type="checkbox"/> Плутон | <input type="checkbox"/> 0,253 |
| <input type="checkbox"/> Комета Галлея | <input type="checkbox"/> 0,967 |



- Решали задачу о множестве точек,
- а это ГМТ имеет отношение к Вселенной,
- (а это была всего лишь только задача!).

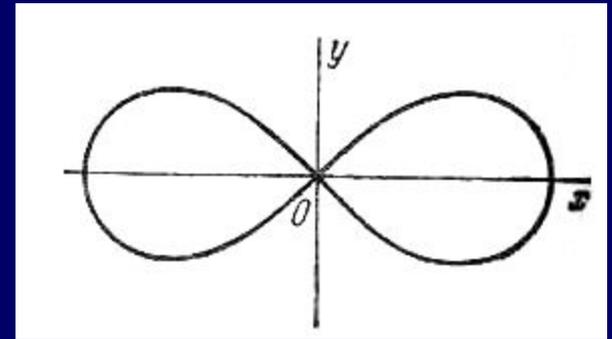
Домашнее задание

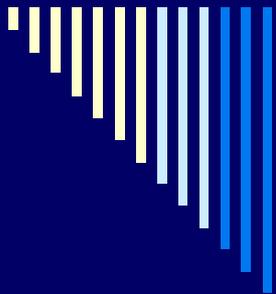
- Составить уравнение геометрического места точек, произведение расстояний от которых до двух данных точек $F_1(-c; 0)$, $F_2(c; 0)$ есть постоянная величина a^2 . Такое геометрическое место точек называется овалом Кассини.



Домашнее задание

- Составить уравнение геометрического места точек, произведение расстояний от которых до двух данных точек $F_1(-a; 0)$, $F_2(a; 0)$ есть постоянная величина a^2 . Такое геометрическое место точек называется лемнискатой (см. рис.). (Уравнение лемнискаты сначала найти непосредственно, потом – рассматривая ее как частный вид овала Кассини).





□ Подведение итогов урока
