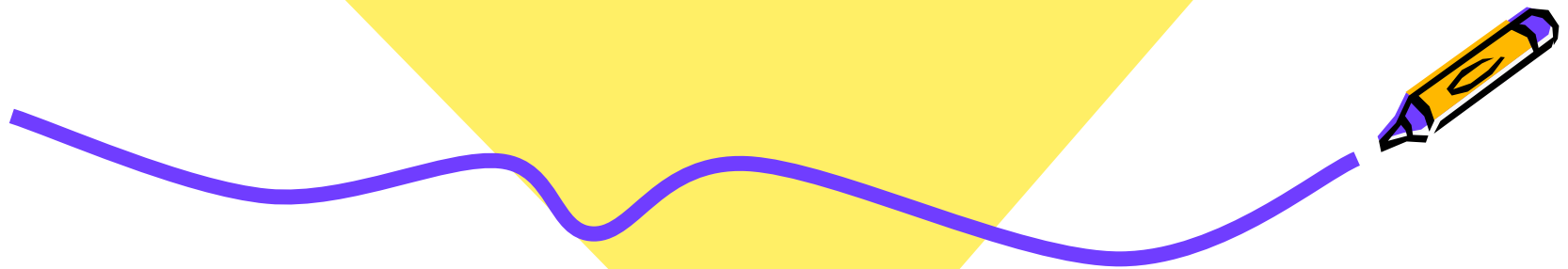


Авт. Зинченко Г.Н.



ГОТОВИМСЯ К ГИА!

9 класс



Тест 1, часть 2

Для продвинутых... и не только

1. Построение графика квадратичной функции



Постройте график функции

$$y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 5$$

Укажите наименьшее значение этой функции.

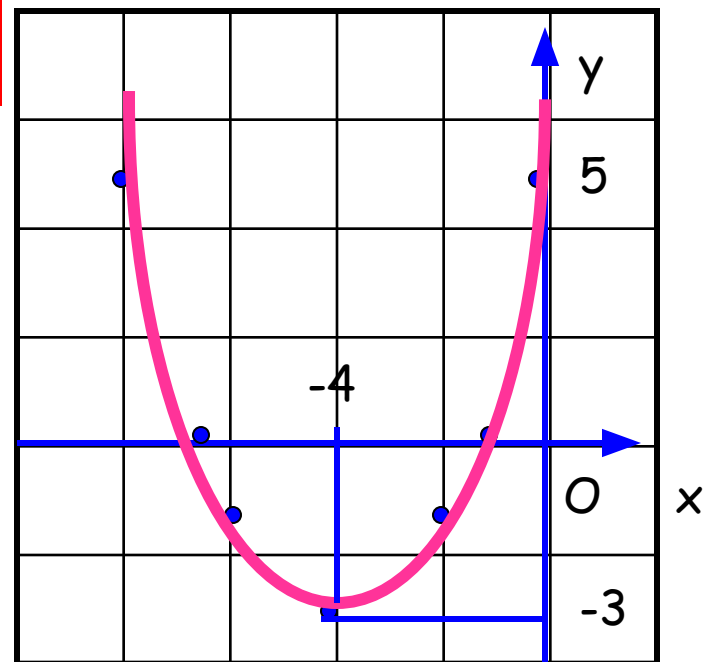
Ответ: график изображен на рисунке. $y_{\text{наим.}} = -3$

График - парабола, ветки которой направлены вверх

$$1) x_0 = -\frac{b}{2a} = -4,$$
$$y_0 = \frac{1}{2} \cdot 16 - 16 + 5 = -3$$

$$2) y(0) = 5$$

$$3) y = 0 \Leftrightarrow x^2 + 8x + 10 = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x_{1,2} = -4 \pm \sqrt{6} \approx -4 \pm 2,4$$



2. Исследование квадратного уравнения с иррациональными коэффициентами



Выясните, имеет ли корни уравнение

$$x^2 + 2x\sqrt{5} + 2x = -11$$

Решение: Представим уравнение в виде

$$x^2 + (2\sqrt{5} + 2)x + 11 = 0$$

Вычислим

$$D = (2\sqrt{5} + 2)^2 - 44 = 20 + 4 + 8\sqrt{5} - 44 = 8\sqrt{5} - 20 = \sqrt{340} - \sqrt{400} < 0$$



Ответ: уравнение корней не имеет.

3. Исследование квадратного уравнения с иррациональными коэффициентами



Выясните, имеет ли корни уравнение

$$x^2 + 2x\sqrt{5} + 2x = -11$$

Решение: Представим уравнение в виде

$$x^2 + 2(\sqrt{5} + 1)x + 11 = 0 \quad \text{Вычислим}$$

$$D_1 = (\sqrt{5} + 1)^2 - 11 = 5 + 1 + 2\sqrt{5} - 11 = 2\sqrt{5} - 5 = \sqrt{20} - \sqrt{25} < 0$$



Ответ: уравнение корней не имеет.

4. Формула суммы n первых членов арифметической прогрессии



Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих **160**, которые не делятся на **4**.

Решение:

$$S = S_1 - S_2; S_1 = \frac{1+160}{2} \cdot 160 = 161 \cdot 80.$$

S_2 – сумма чисел кратных 4 и не превосходящих 160.

$$a_n = 4n, 4n = 160, n = 40,$$

$$S_2 = \frac{4+160}{2} \cdot 40 = 82 \cdot 40.$$

$$S = S_1 - S_2 = 161 \cdot 80 - 82 \cdot 40 = 40(161 \cdot 2 - 82) = 40(322 - 82) = 40 \cdot 240 = 9600.$$

Ответ: **9600**



5. Наименьшее значение выражения с двумя переменными с опорой на свойство $a^2 \geq 0$ при любом значении a

Найдите наименьшее значение выражения

$$(2x + y + 3)^2 + (3x - 2y + 8)^2$$

и значения x и y , при которых оно достигается.

Решение: $(2x + y + 3)^2 + (3x - 2y + 8)^2 \geq 0$ при всех x и y

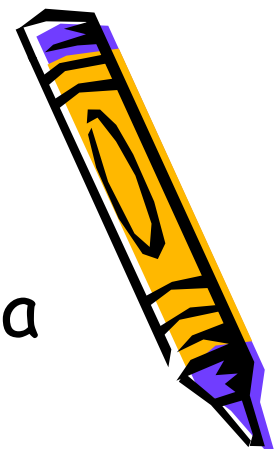
Значение, равное 0 достигается, если одновременно

$$2x + y + 3 = 0 \text{ и } 3x - 2y + 8 = 0.$$

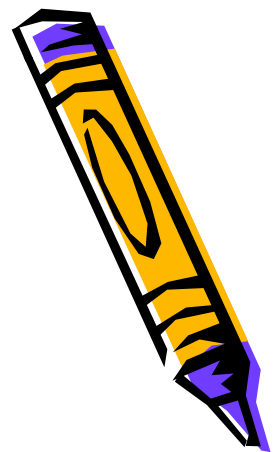
Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y + 3 = 0 \\ 3x - 2y + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = -3 \\ 3x - 2y = -8 \end{cases} \iff \begin{cases} 4x + 2y = -6 \\ 3x - 2y = -8 \end{cases}$$

Ответ: $x = -2, y = 1$



6. Решение задачи геометрического содержания на координатной плоскости с опорой на графические представления



Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках ломаную, заданную условием:

$$y = \begin{cases} 2x + 4, & \text{если } x < -3 \\ -2, & \text{если } -3 \leq x \leq 3 \\ 2x - 8, & \text{если } x > 3 \end{cases}$$



7. Решение задачи геометрического содержания на координатной плоскости с опорой на графические представления



$$y = \frac{2}{3}x$$

$$y = 2x$$

$$\frac{2}{3} < k < 2$$

$$y = -2$$

$$y = 2x + 4$$

$$y = 2x - 8$$

Ответ: $\frac{2}{3} < k < 2$

