

Метод главных элементов для решения системы линейных уравнений

Студент группы: ФМ-12-15

Мижеев В. Ю.

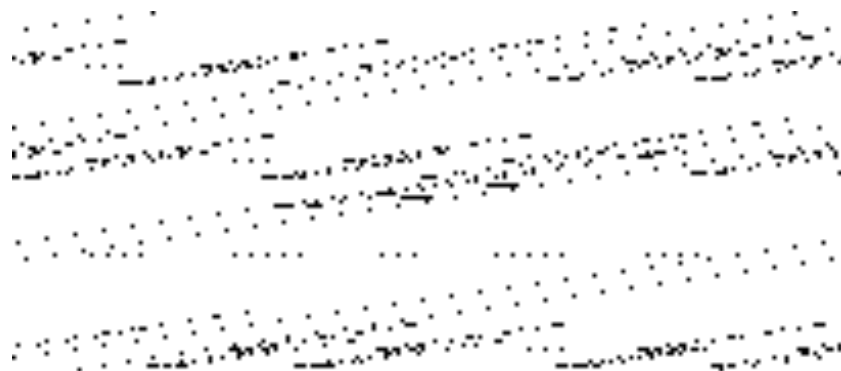
Формулы:

Запишем систему линейных уравнений следующим образом:

$$A\bar{x} = \bar{b} . \quad (1)$$

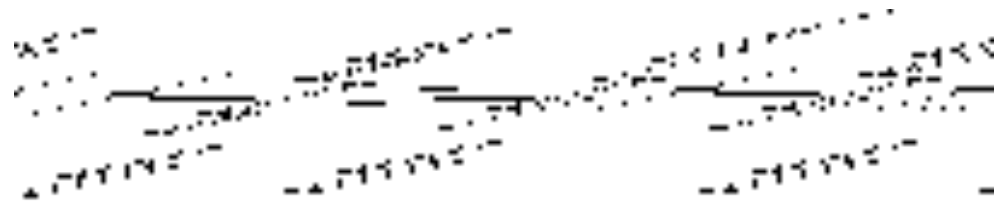
Расширенная матрица A этой системы имеет вид:

(2)



продолжение

- На первом шаге элемент $a_{11} \neq 0$ называется ведущим. Разделим на него первую строку матрицы A , в результате получим:


$$(3)$$

продолжение

- Найдем x_1 из (3), подставим его значение во все остальные уравнения и тем самым исключим x_1 из всех уравнений, кроме первого. Взяв теперь полученную систему без первого уравнения, повторяем этот процесс, беря в качестве ведущего элемента коэффициент при x_2 и т.д. Этот процесс, называемый прямым ходом метода Гаусса, продолжается до тех пор, пока в левой части последнего ($n - \text{ого}$) уравнения не останется лишь один член с неизвестным x_n , т.е. матрица системы будет приведена к треугольному виду. Обратный ход метода Гаусса состоит в последовательном вычислении искомых неизвестных: решая последнее уравнение, находим единственное неизвестное x_n . Далее, используя это значение, из предыдущего уравнения вычисляем x_{n-1} и т.д. Последним находим x_1 из первого уравнения.

Схему вычислений по методу Гаусса с выбором главного элемента поясняет следующий пример:

- $$2,74x_1 - 1,18x_2 + 3,17x_3 = 2,18;$$
$$1,12x_1 + 0,83x_2 - 2,16x_3 = -1,15;$$
$$0,18x_1 + 1,27x_2 + 0,76x_3 = 3,23.$$

Решение ведется в таблице 1.

mi	Коэф-ты при неизвестных			Сво-бодн. члены	Σ	Σ'	
	x1	x2	x3				
A	-1 0,6814 -0,2397	2,74 1,12 0,18	-1,18 0,83 1,27	3,17 -2,16 0,76	2,18 -1,15 3,23	6,91 -1,36 5,44	—
Б	-1 0,1596	2,9870 -0,4768	0,0259 1,5528	— —	0,3355 2,7075	3,3484 3,7835	3,3485 3,7837
B	—	—	1,5569	—	2,7601	4,3170	4,3181

продолжение

- Выбираем максимальный элемент в столбцах x_1, x_2, x_3 раздела A ($a_{13}=3,17$). Заполняем столбец m_i раздела A , полученный делением элементов столбца x_3 (результат деления берется с обратным знаком) на максимальный элемент $a_{13} = 3,17$:

продолжение

- В столбец Σ записываются суммы коэффициентов строк матрицы A:

$$2,74+(-1,18)+3,17+2,18=6,91;$$

$$1,12+0,83+(-2,16)+(-1,15)= -1,36;$$

$$0,18+1,27+0,76+3,23=5,44.$$

продолжение

- Переход к разделу Б ведется следующим образом: строку, содержащую главный (ведущий) элемент, умножаем на m_i и прибавляем к соответствующей i – ой строке. Результат записываем в раздел Б. Строка с ведущим элементом в раздел Б не переписывается.

$$2,74 \times 0,6814 + 1,12 = 2,9870;$$

$$(-1,18) \times 0,6814 + 0,83 = 0,0259;$$

$$2,28 \times 0,6814 + (-1,15) = 0,3355;$$

$$6,91 \times 0,6814 + (-1,36) = 3,3485$$

(результат заносится в столбец Σ').

продолжение

- Далее считает сумму \sum в каждой строке раздела Б.

$$2,9870+0,0259+0,3355=3,3484;$$

$$-0,4768+1,5528+2,7075=3,7835.$$