

**РЕШЕНИЕ
НЕРАВЕНСТВ ВТОРОЙ
СТЕПЕНИ С ОДНОЙ
ПЕРЕМЕННОЙ.**

Урок

1-2.

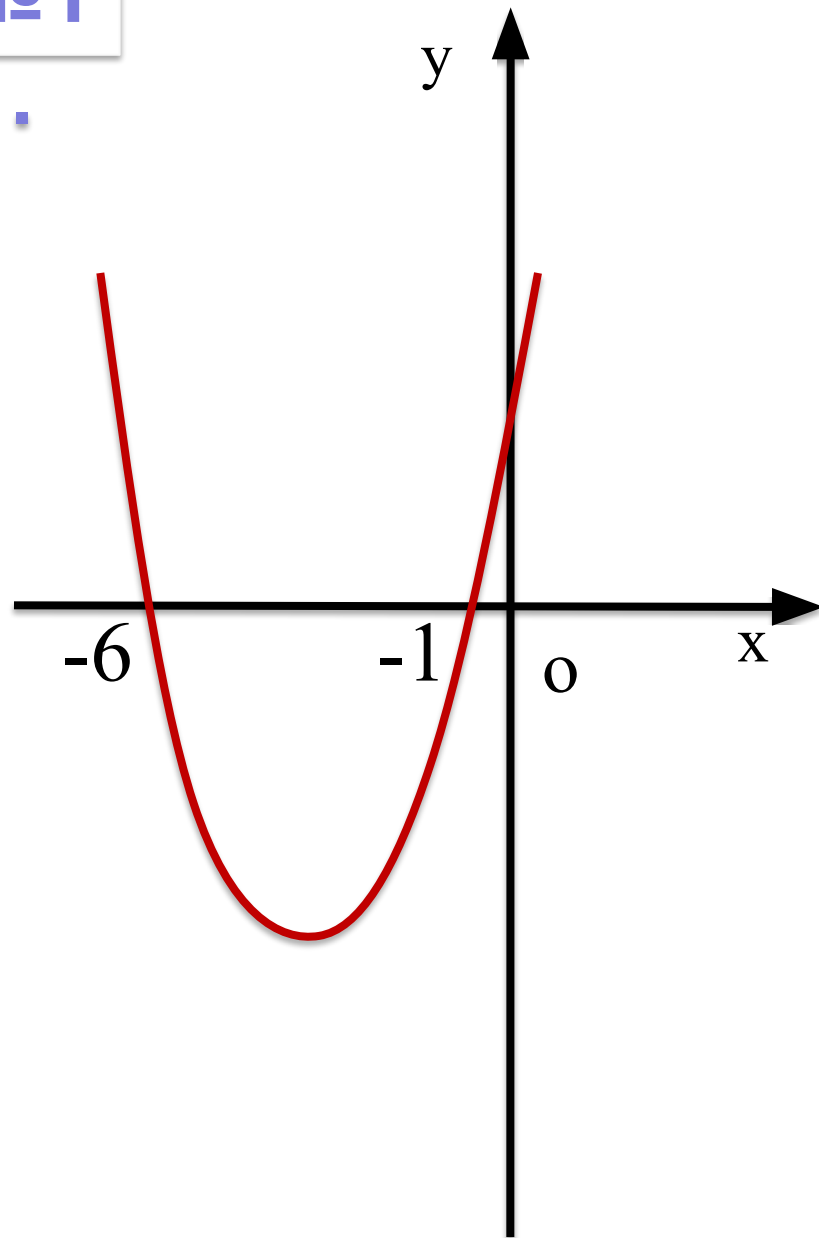
Цели урока:

- ознакомление с понятием неравенства второй степени с одной переменной
- формирование навыков решения неравенств второй степени с одной переменной на основе свойств квадратичной функции
- развитие интереса к предмету в процессе нахождения решения проблемных ситуаций и выполнения заданий творческого характера

Используя график функции

$$y = ax^2 + bx + c$$

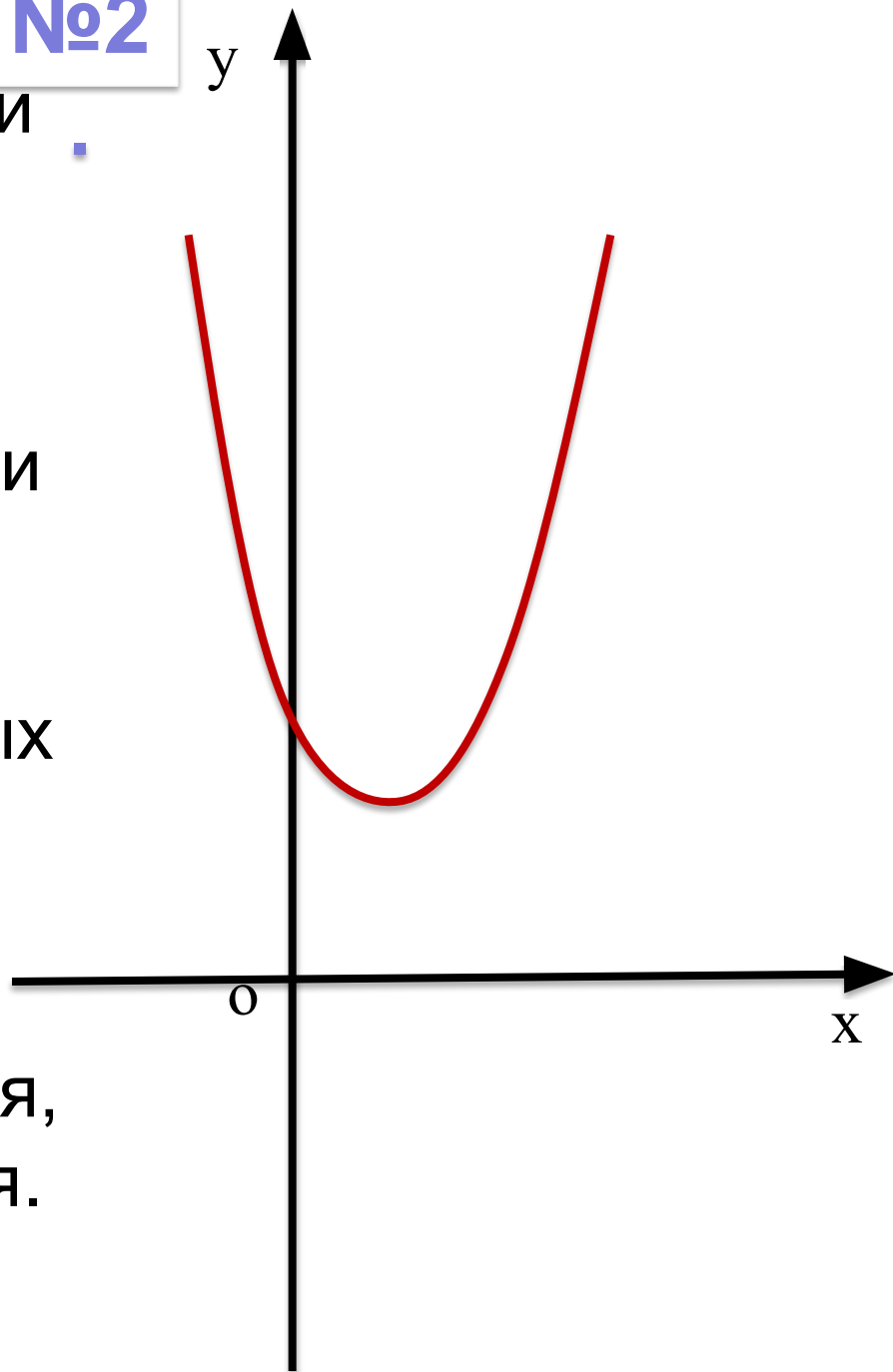
- а) охарактеризуйте знак первого коэффициента **a** и дискриминанта;
- б) назовите значения переменной **x**, при которых функция принимает значения,
- равные нулю,
 - положительные значения,
 - отрицательные значения.



Используя график функции

$$y = ax^2 + bx + c$$

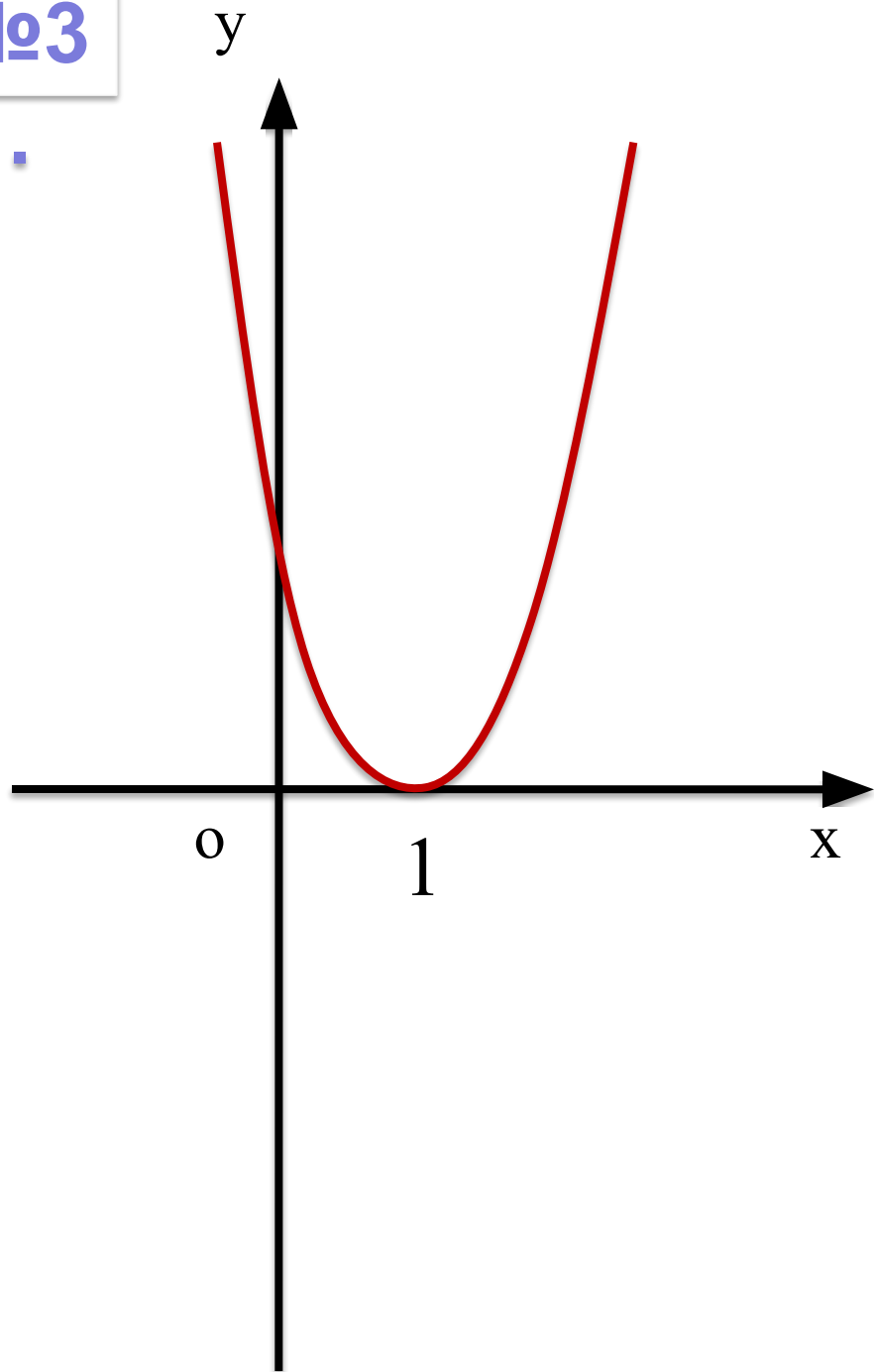
- а) охарактеризуйте знак первого коэффициента **a** и дискриминанта;
- б) назовите значения переменной **x**, при которых функция принимает значения,
- равные нулю,
 - положительные значения,
 - отрицательные значения.



Используя график функции

$$y = ax^2 + bx + c$$

- а) охарактеризуйте знак первого коэффициента **a** и дискриминанта;
- б) назовите значения переменной **x**, при которых функция принимает значения,
- равные нулю,
 - положительные значения,
 - отрицательные значения.



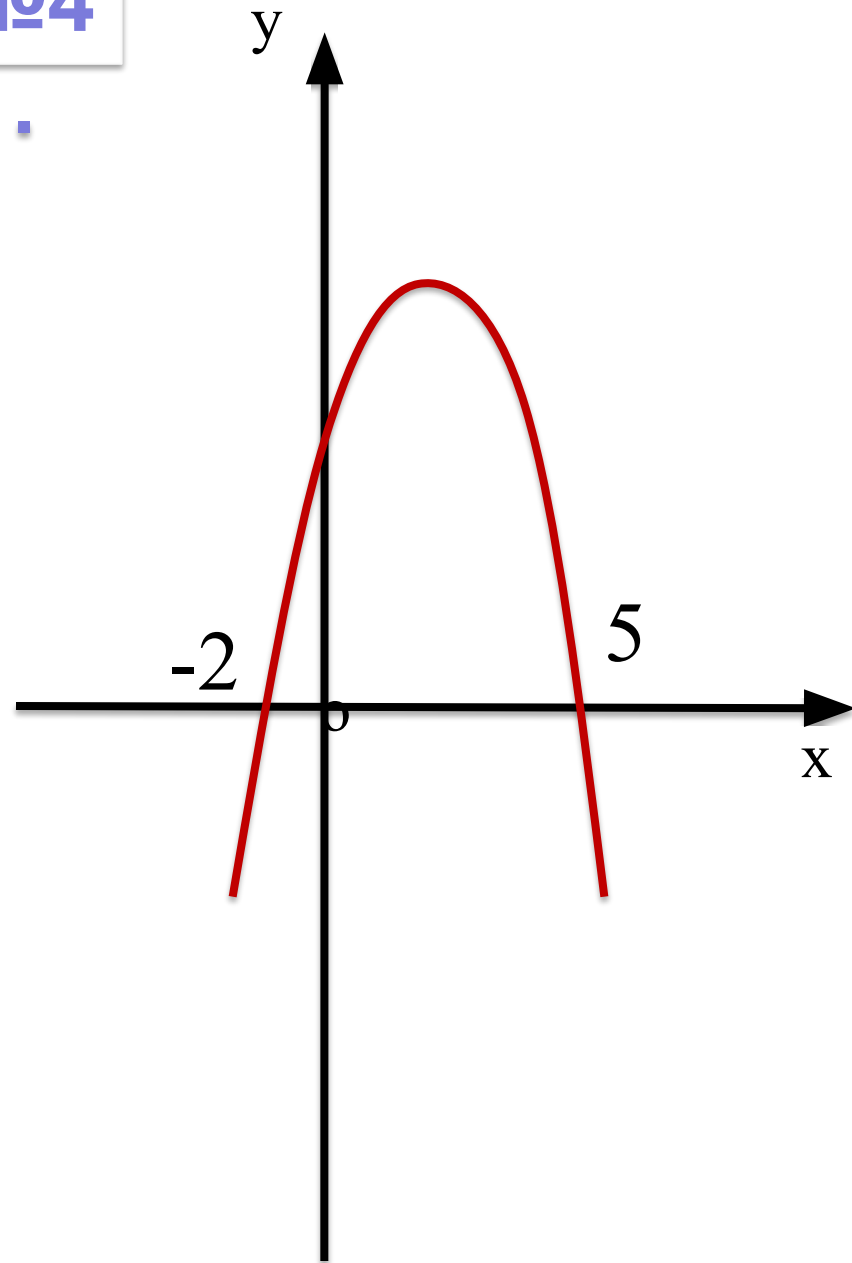
Используя график функции

$$y = ax^2 + bx + c$$

а) охарактеризуйте знак первого коэффициента **a** и дискриминанта;

б) назовите значения переменной **x**, при которых функция принимает значения,

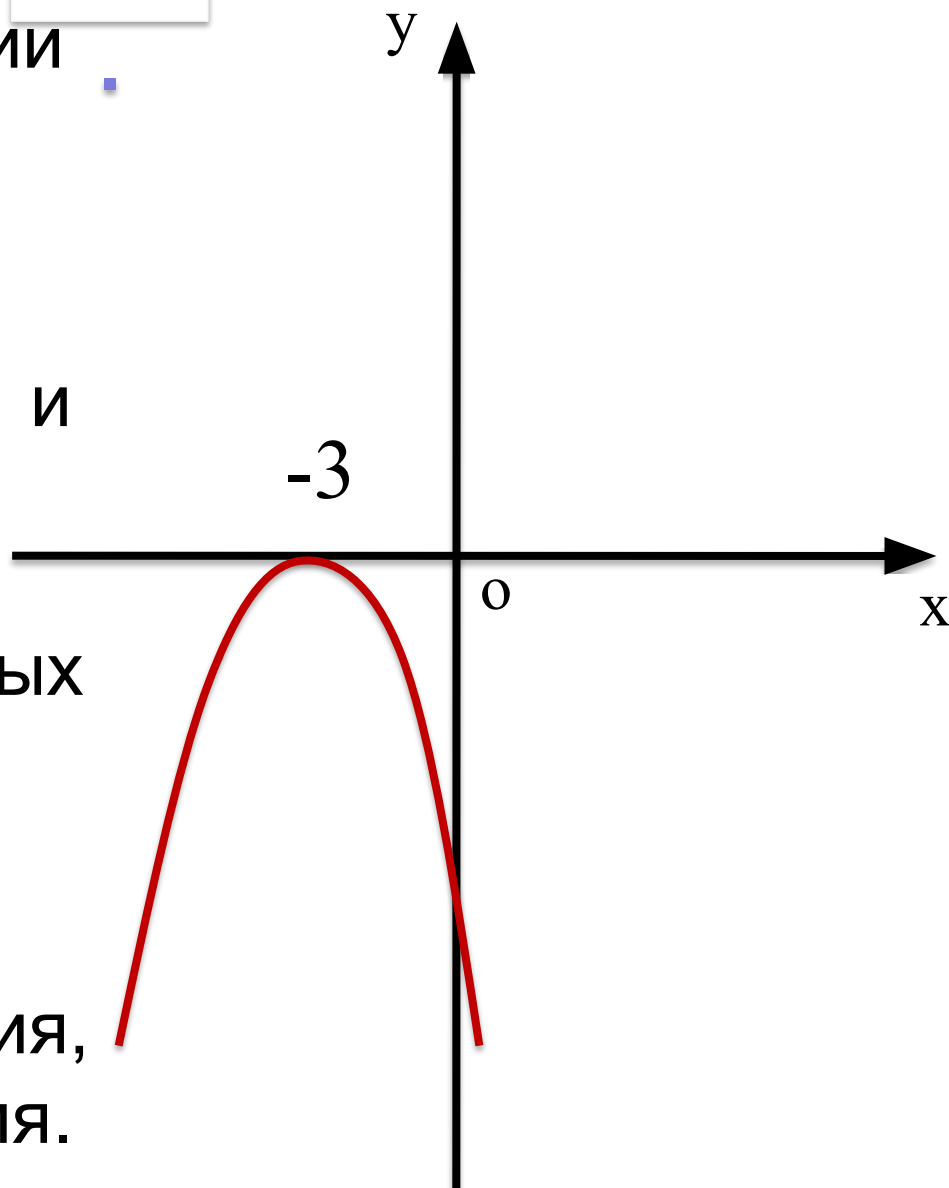
- равные нулю,
- положительные значения,
- отрицательные значения.



Используя график функции

$$y = ax^2 + bx + c$$

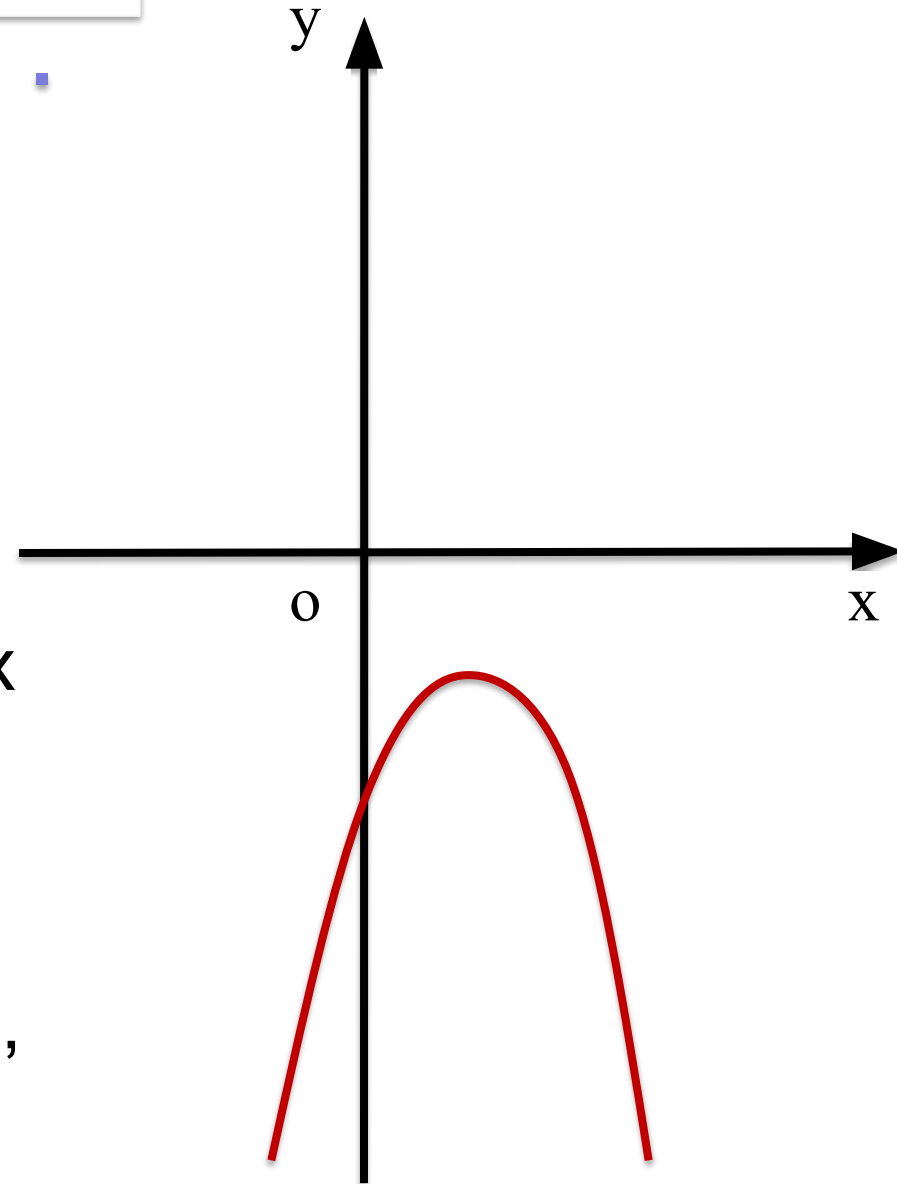
- а) охарактеризуйте знак первого коэффициента **a** и дискриминанта;
- б) назовите значения переменной **x**, при которых функция принимает значения,
- равные нулю,
 - положительные значения,
 - отрицательные значения.



Используя график функции

$$y = ax^2 + bx + c$$

- а) охарактеризуйте знак первого коэффициента **a** и дискриминанта;
- б) назовите значения переменной **x**, при которых функция принимает значения,
- равные нулю,
 - положительные значения,
 - отрицательные значения.



Пересекает ли ось ОХ график функции, заданной уравнением:

(Если «да», то в каких точках?)

а) $y = x^2 - 16$

б) $y = (x + 3)^2$

в) $y = (x - 5)^2$

г) $y = (x - 2)^2 + 4$

д) $y = x^2 + 7$





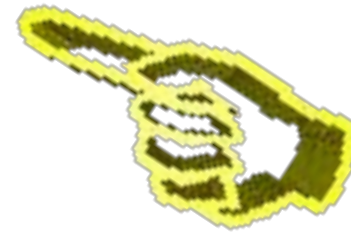
а) Да.

Ось ОХ пересекает график функции, заданной уравнением

$$y = x^2 - 16$$

в двух точках с координатами

$(4;0)$ и $(-4;0)$





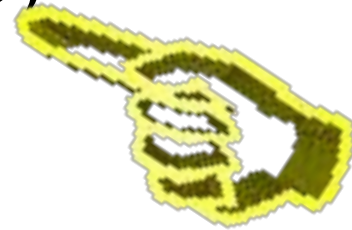
б) Да.

Ось Ox пересекает график функции, заданной уравнением

$$y = (x + 3)^2$$

в одной точке с координаты

которой $(-3; 0)$





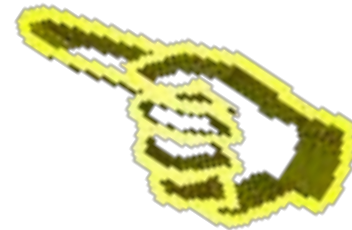
в) Да.

Ось Ox пересекает график функции, заданной уравнением

$$y = (x - 5)^2$$

в одной точке с координаты

которой $(5;0)$

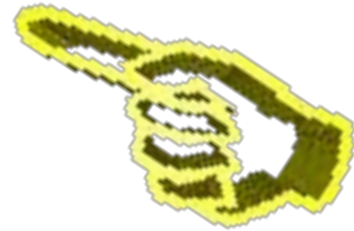
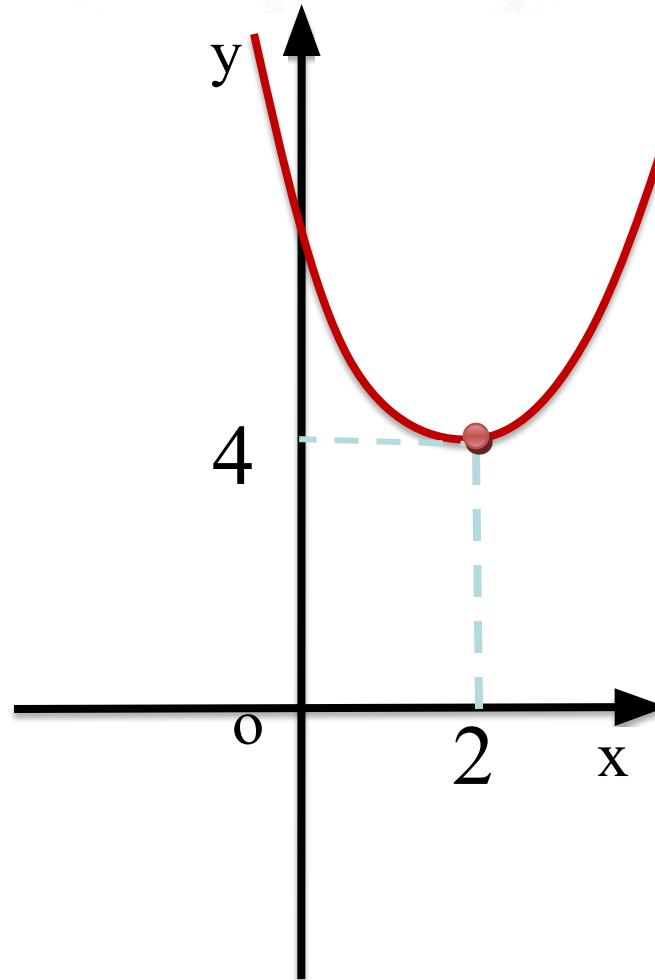




г) Нет.

Ось Ox **не** пересекает график функции, заданной уравнением

$$y = (x - 2)^2 + 4$$

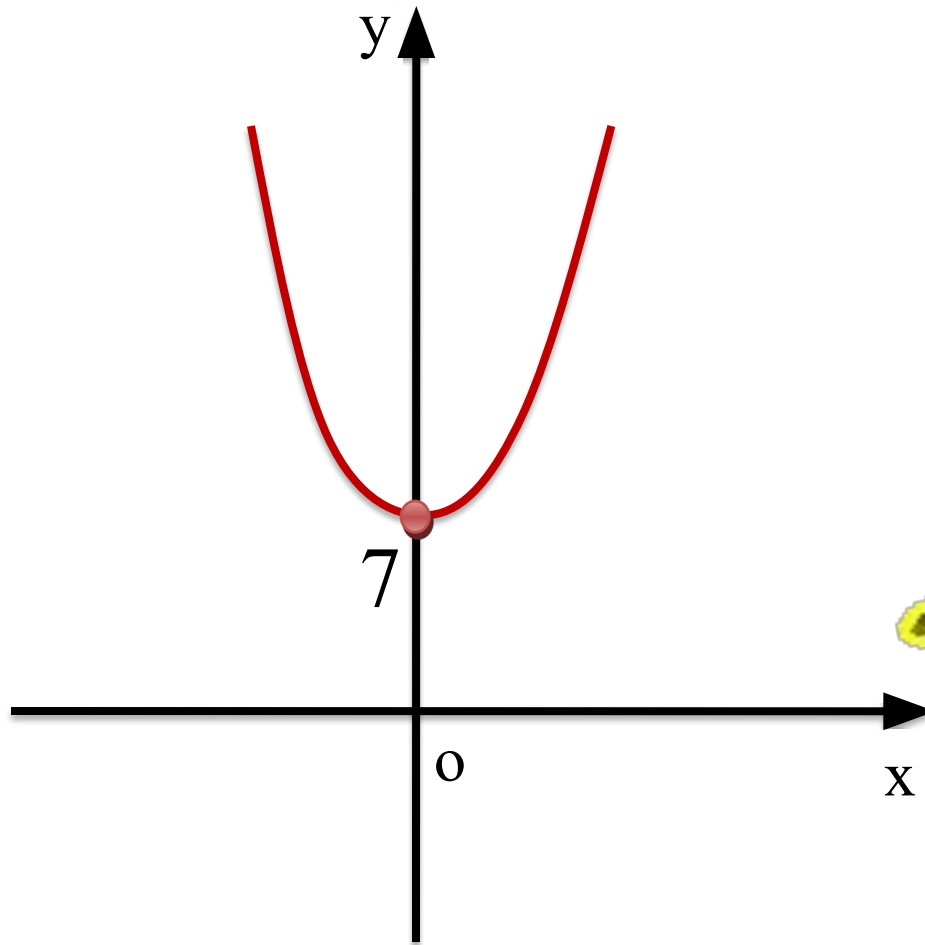




д) Нет.

Ось OX **не** пересекает график функции, заданной уравнением

$$y = x^2 + 7$$



II Изучение нового

Неравенства вида

$$ax^2 + bx + c > 0 \text{ и}$$

$$ax^2 + bx + c < 0$$

где x - переменная,

a, b, c –некоторые числа,

причем $a \neq 0$,

называют неравенствами

второй степени с одной

переменной.

Историческая миниатюра

А знаете ли вы что?

Современные знаки неравенств

появились лишь в XVII—XVIII вв.

Знаки $<$ и $>$ ввел английский математик
Томас Гарриот (1560—1621),

знаки \geq и \leq ввел французский
математик Пьер Буге (1698—1758).

Алгоритм решения неравенств вида $ax^2+bx+c>0$ и $ax^2+bx+c<0$

(см. схему стр.180)

Рассмотрим функцию $y = ax^2 + bx + c$

1. График функции – парабола, ветви направлены вверх (т.к. $a>0$) или вниз (т.к. $a < 0$).

$$D(y) = (-\infty; +\infty)$$

2. Найдем нули функции.
3. На ось OX нанесем нули функции.
Построим эскиз графика.
4. Найдем значения переменной x , при которых функция принимает нужные значения.
5. Записать ответ.

№1. Найдите множество решений неравенства:

$$a) 2x^2 + 3x - 5 \geq 0$$

Рассмотрим функцию $y = 2x^2 + 3x - 5$

1. График – парабола, ветви – вверх (т.к. $2 > 0$).

$$D(y) = (-\infty; +\infty)$$

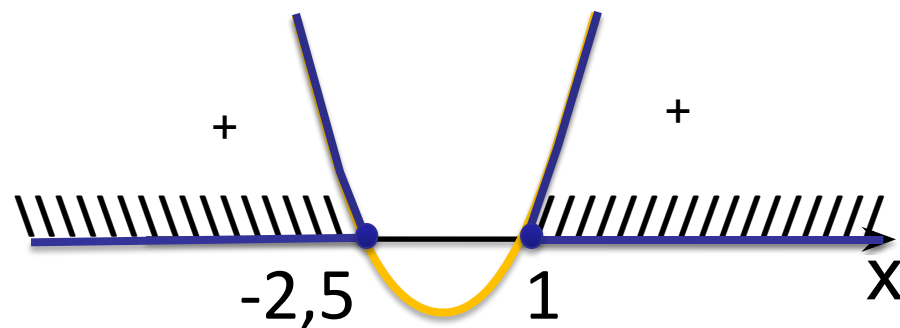
2. Найдем нули функции: $y = 0$, если $2x^2 + 3x - 5 = 0$

$$x_1 = -2,5; x_2 = 1$$

3. На ось OX нанесем нули функции. Нарисуем

4. ~~параболу~~ параболу значения x , при которых $y \geq 0$:

$$y \geq 0 \text{ при } x \leq -2,5 \text{ и } x \geq 1$$



5. Ответ: $(-\infty; -2,5] \cup [1; +\infty)$

Найдите множество решений неравенства:

$$б) -6x^2 + 6x + 36 \geq 0$$

Рассмотрим функцию $y = -6x^2 + 6x + 36$

1. График функции – парабола, ветви – вниз (т.к. $-6 < 0$).

$$D(y) = (-\infty; +\infty)$$

2. Найдем нули функции:

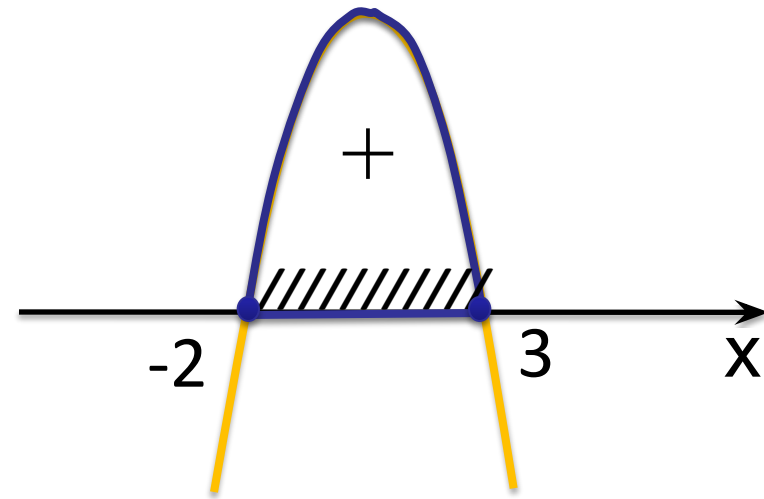
$$y = 0, \text{ если } -6x^2 + 6x + 36 = 0$$

$$D = 25 \quad x_1 = -2; x_2 = 3$$

3. На ось Ox нанесем нули функции. Нарисуем параболу.

4. Найдем значения x , при которых $y \geq 0$:

$$y \geq 0 \quad \text{при } -2 \leq x \leq 3$$



Ответ : $[-2; 3]$

№2. Решите неравенство:

$$а) x^2 + 2x - 48 < 0$$

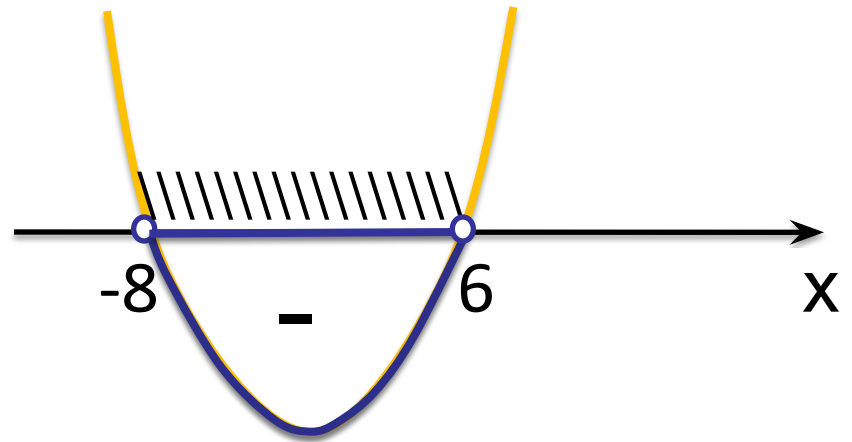
$$y = x^2 + 2x - 48$$

График – парабола, ветви – вверх (т.к. $1 > 0$).

$$x^2 + 2x - 48 = 0$$

$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1 + 48}$$

$$x_1 = -8; x_2 = 6$$



Проверь себя

$$y < 0 \text{ при } -8 < x < 6$$

Ответ: $(-8; 6)$

Решите неравенство:

$$в) -x^2 + 2x + 15 < 0$$

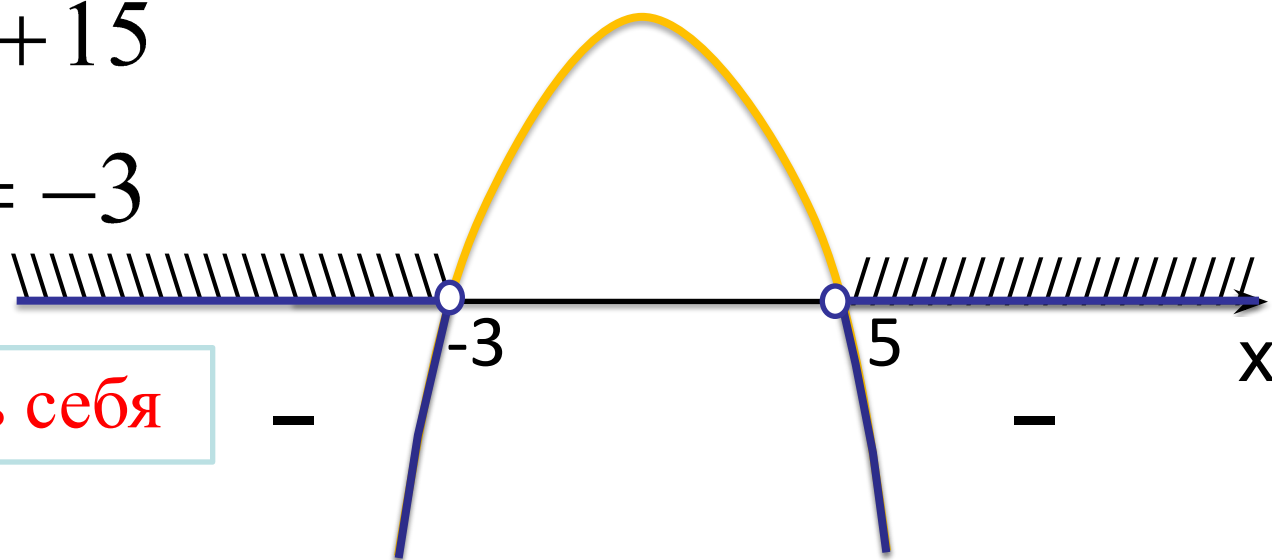
$$y = -x^2 + 2x + 15$$

График – парабола, ветви – вниз (т.к. $-1 < 0$).

$$-x^2 + 2x + 15 = 0 \quad x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+15}$$

$$x_1 = 5, x_2 = -3$$



Проверь себя

$$y < 0 \text{ при } x < -3 \text{ и } x > 5$$

Ответ: $(-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$



Решите неравенство:

$$\text{д) } 4x^2 - 12x + 9 > 0$$

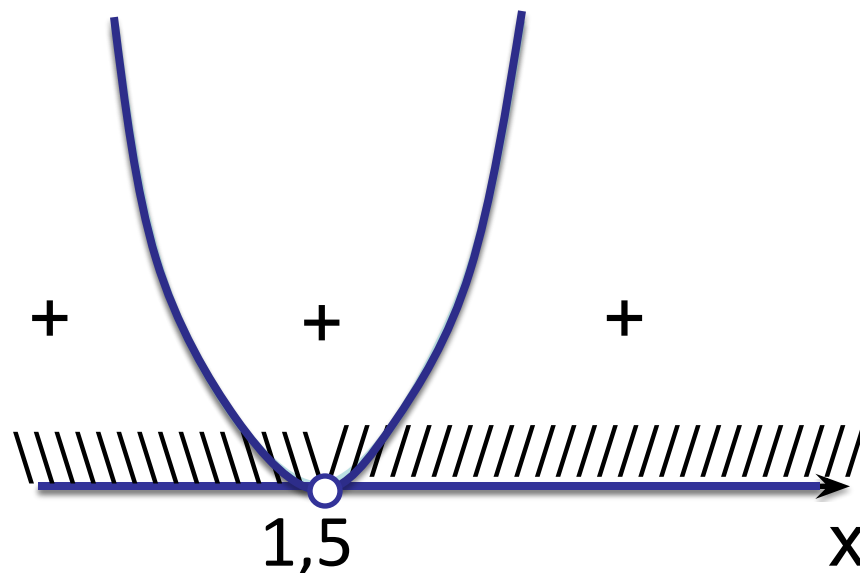
$$y = 4x^2 - 12x + 9$$

График – парабола,
ветви – вверх (т.к. $4 > 0$).

$$4x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$(2x - 3)^2 = 0$$

$$x = 1,5$$



Проверь себя



$y > 0$ при $x < 1,5$ и $x > 1,5$

Ответ: $(-\infty; 1,5) \cup (1,5; +\infty)$

Решите неравенство: ж) $-10x^2 + 9x > 0$

$$y = -10x^2 + 9x$$

График – парабола, ветви – вниз.

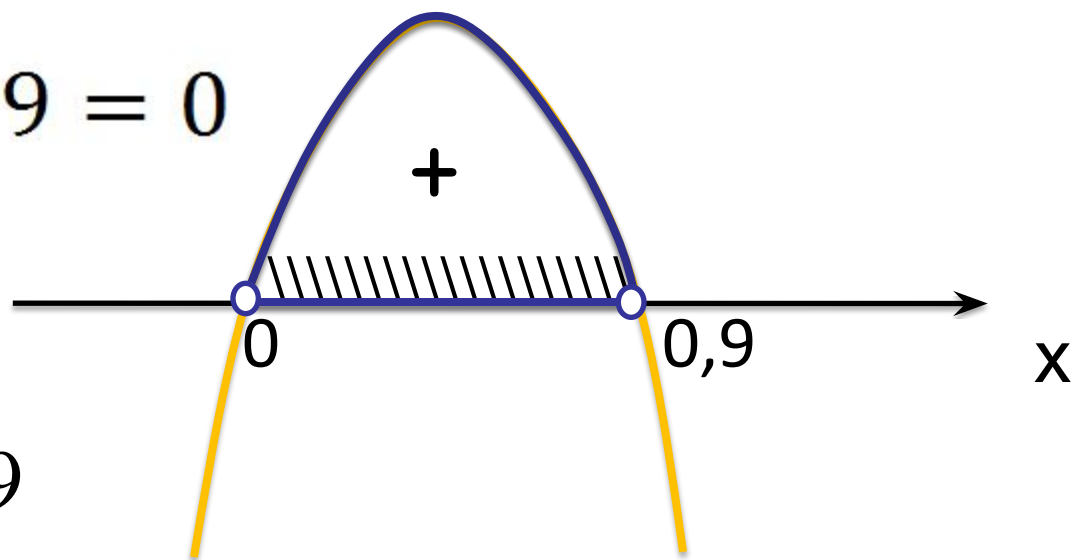
$$-10x^2 + 9x = 0$$

$$x(-10x + 9) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } -10x + 9 = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = 0,9$$

$$y > 0 \text{ при } 0 < x < 0,9$$



Ответ: $(0; 0,9)$

№3. а) Найдите, при каких значениях x трехчлен:

$$2x^2 + 5x + 3$$

принимает **положительные** значения.

Решение:

$$2x^2 + 5x + 3 > 0$$

$$y = 2x^2 + 5x + 3$$

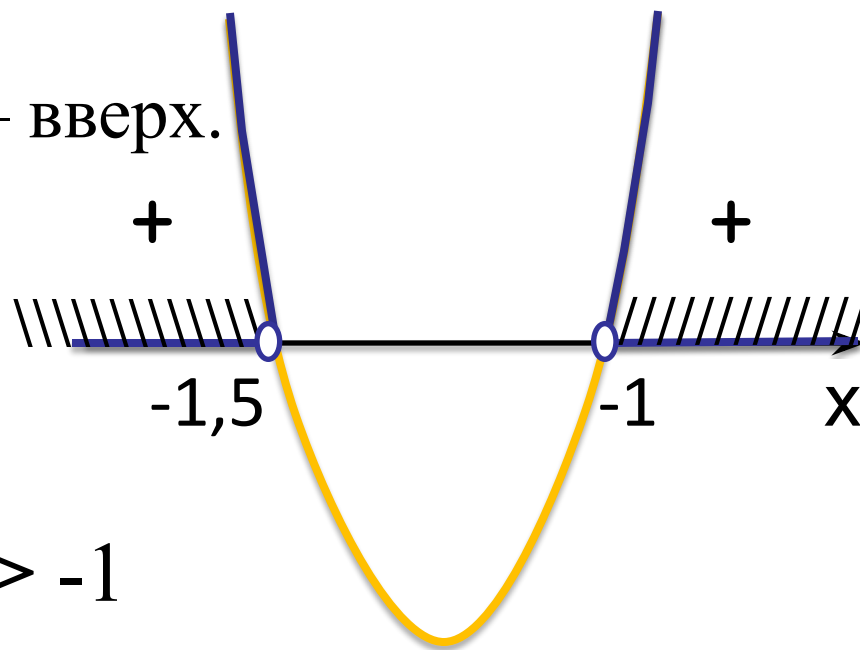
График – парабола, ветви – вверх.

$$2x^2 + 5x + 3 = 0$$

$$D = 1$$

$$x_1 = -1,5; x_2 = -1$$

$$y > 0 \text{ при } x < -1,5 \text{ и } x > -1$$



Ответ: $(-\infty; -1,5) \cup (-1; +\infty)$

№3. Решите неравенство:

$$\text{б) } x^2 < 16$$

$$x^2 - 16 < 0$$

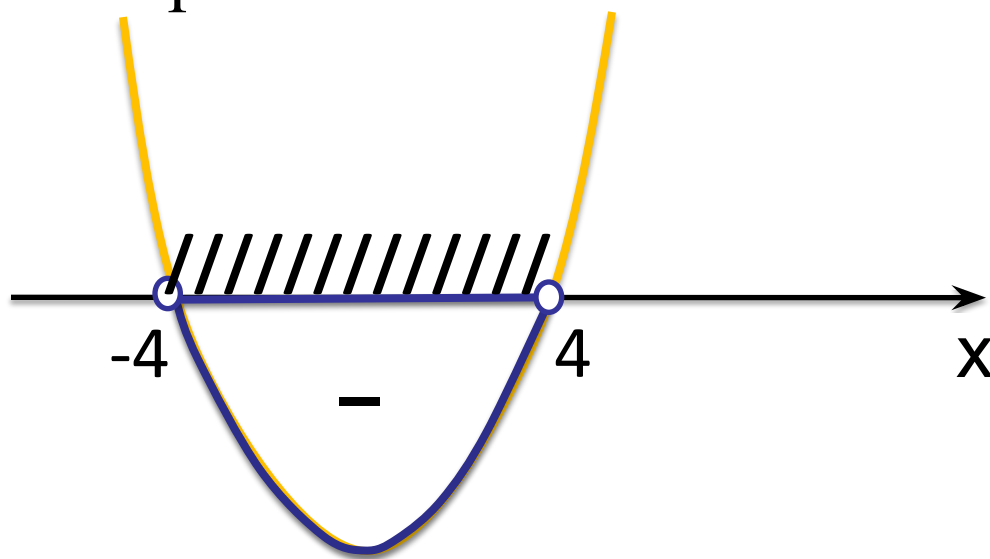
$$y = x^2 - 16$$

График – парабола, ветви – вверх.

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x_1 = 4; x_2 = -4$$

$$y < 0 \text{ при } -4 < x < 4$$



Ответ: $(-4; 4)$

Решите неравенство: е) $0,2x^2 > 1,8$

$$0,2x^2 - 1,8 > 0$$

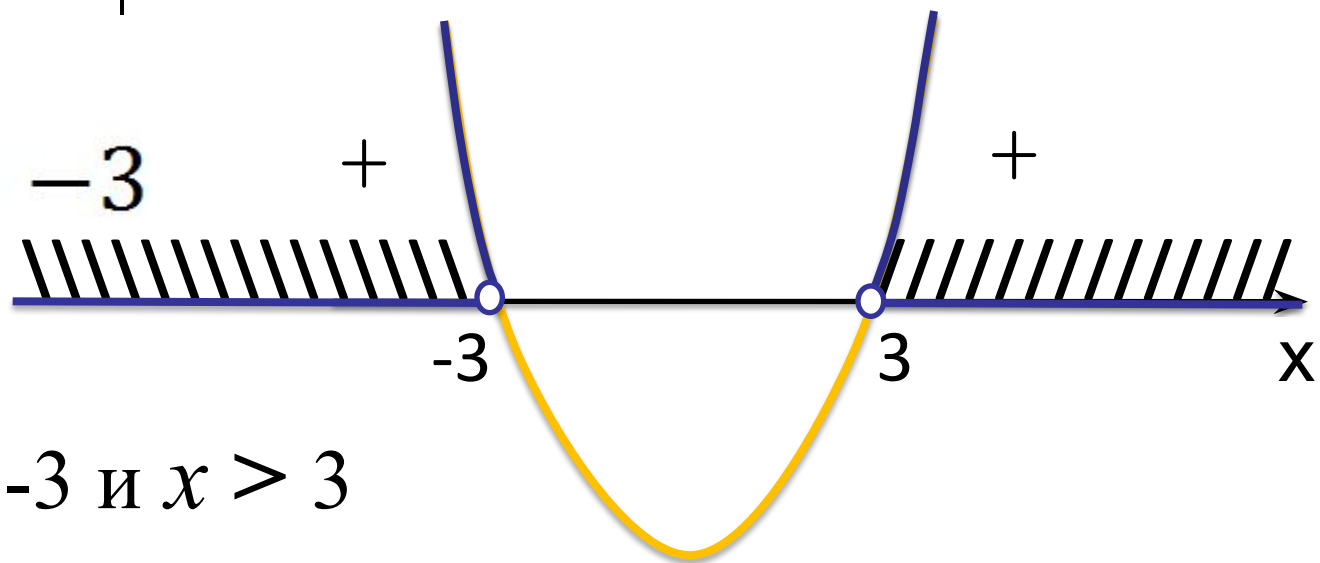
$$y = 0,2x^2 - 1,8$$

График – парабола, ветви – вверх.

$$0,2x^2 - 1,8 = 0 \quad | \cdot 5$$

$$x^2 - 9 = 0$$

$$x_1 = 3; x_2 = -3$$



$y > 0$ при $x < -3$ и $x > 3$

Ответ: $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$

Решите неравенство:

$$\Gamma) -5x^2 \leq x$$

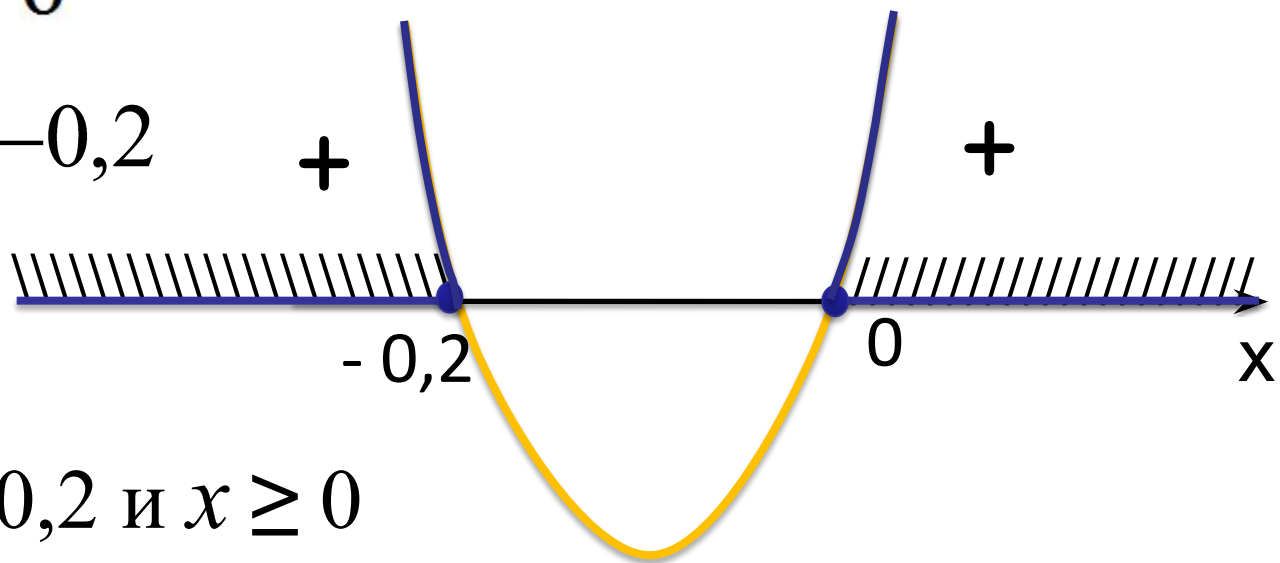
$$-5x^2 - x \leq 0; \quad 5x^2 + x \geq 0;$$

$$y = 5x^2 + x$$

График – парабола, ветви – вверх

$$x(5x + 1) = 0$$

$$x_1 = 0; \quad x_2 = -0,2$$



$y \geq 0$ при $x \leq -0,2$ и $x \geq 0$

Ответ : $(-\infty; -0,2] \cup [0; +\infty)$

№5. При каких значениях b уравнение

$$3x^2 + bx + 3 = 0 \text{ имеет два корня?}$$

Решение:

данное уравнение имеет два различных корня, если $D > 0$.

$$D = b^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = b^2 - 36$$

$$D > 0, \text{ если } b^2 - 36 > 0$$

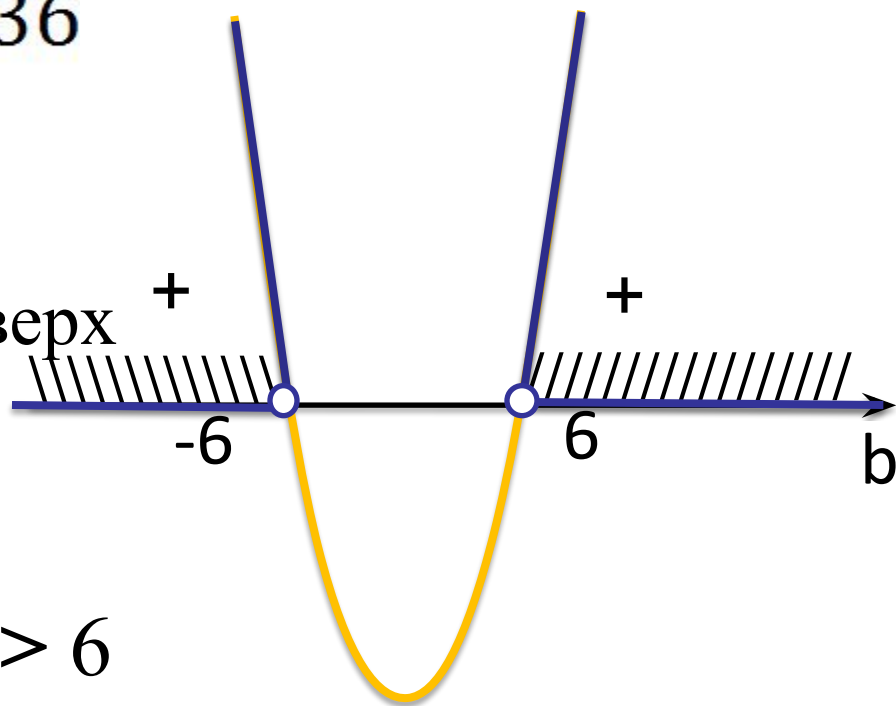
$$y = b^2 - 36,$$

график – парабола, ветви - вверх

$$b^2 - 36 = 0$$

$$b = 6; \quad b = -6$$

$$b^2 - 36 > 0 \text{ при } b < -6 \text{ и } b > 6$$



Ответ: уравнение имеет два корня при $b < -6$ и $b > 6$.



Итог
урока



Домашнее задание:

§41, учить алгоритм стр.180

№ 668, 669 (чет).

Спасибо за внимание.

До новых встреч.

