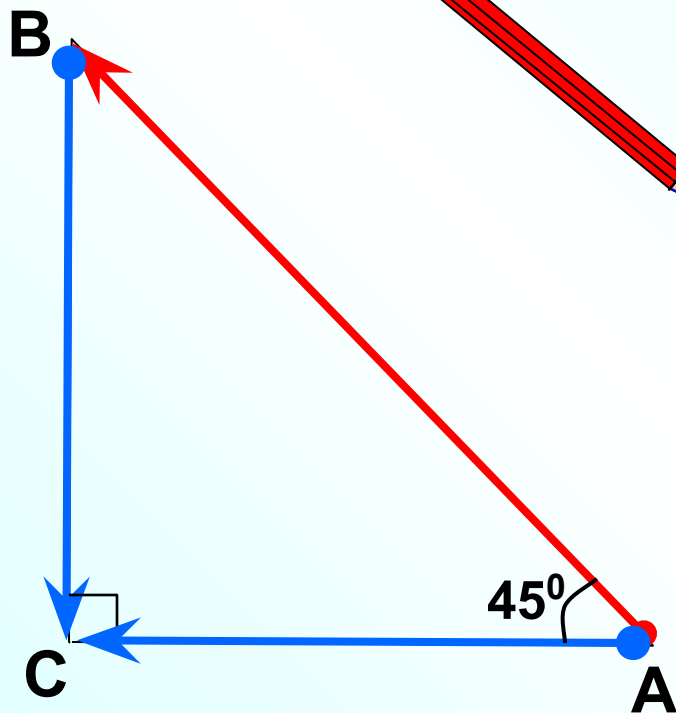




Сложение и вычитание векторов

Л.С. Атанасян "Геометрия 7-9"

Какая запись является верной?



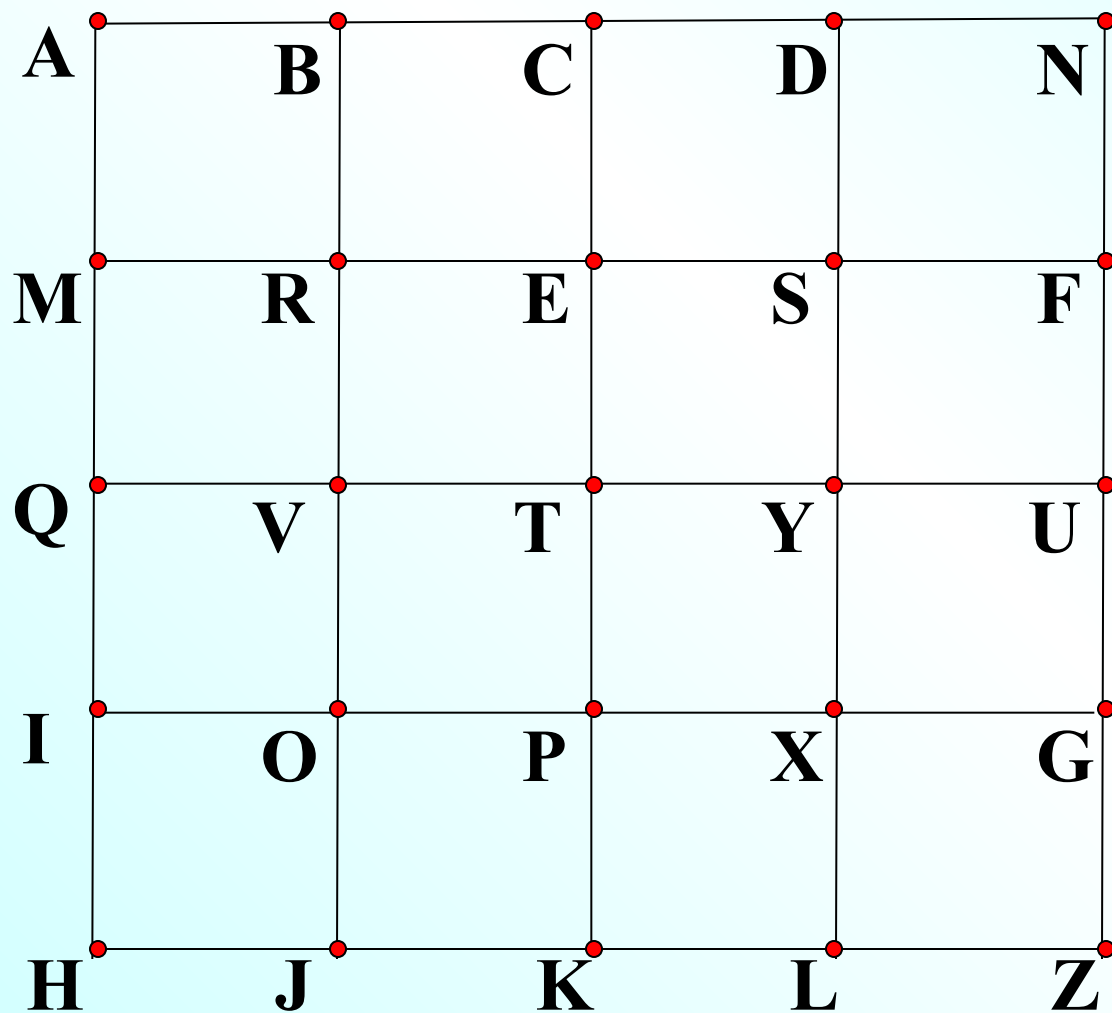
~~$\vec{AB} > \vec{BC};$~~

$|\vec{AB}| > |\vec{BC}|$

~~$|\vec{AC}| = |\vec{BC}|;$~~

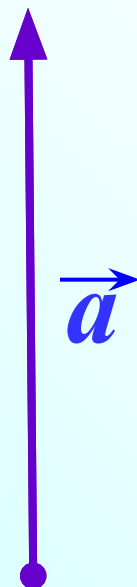
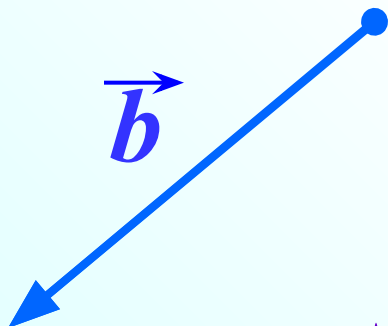
~~$\vec{AC} = \vec{BC}$~~

Назовите **равные** векторы



Сложение векторов. Правило треугольника.

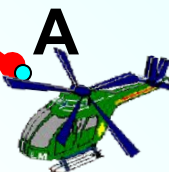
$$\vec{AB} + \vec{BC} \Leftrightarrow \vec{AC} !$$



$\vec{a}$

C

$\vec{a} + \vec{b}$



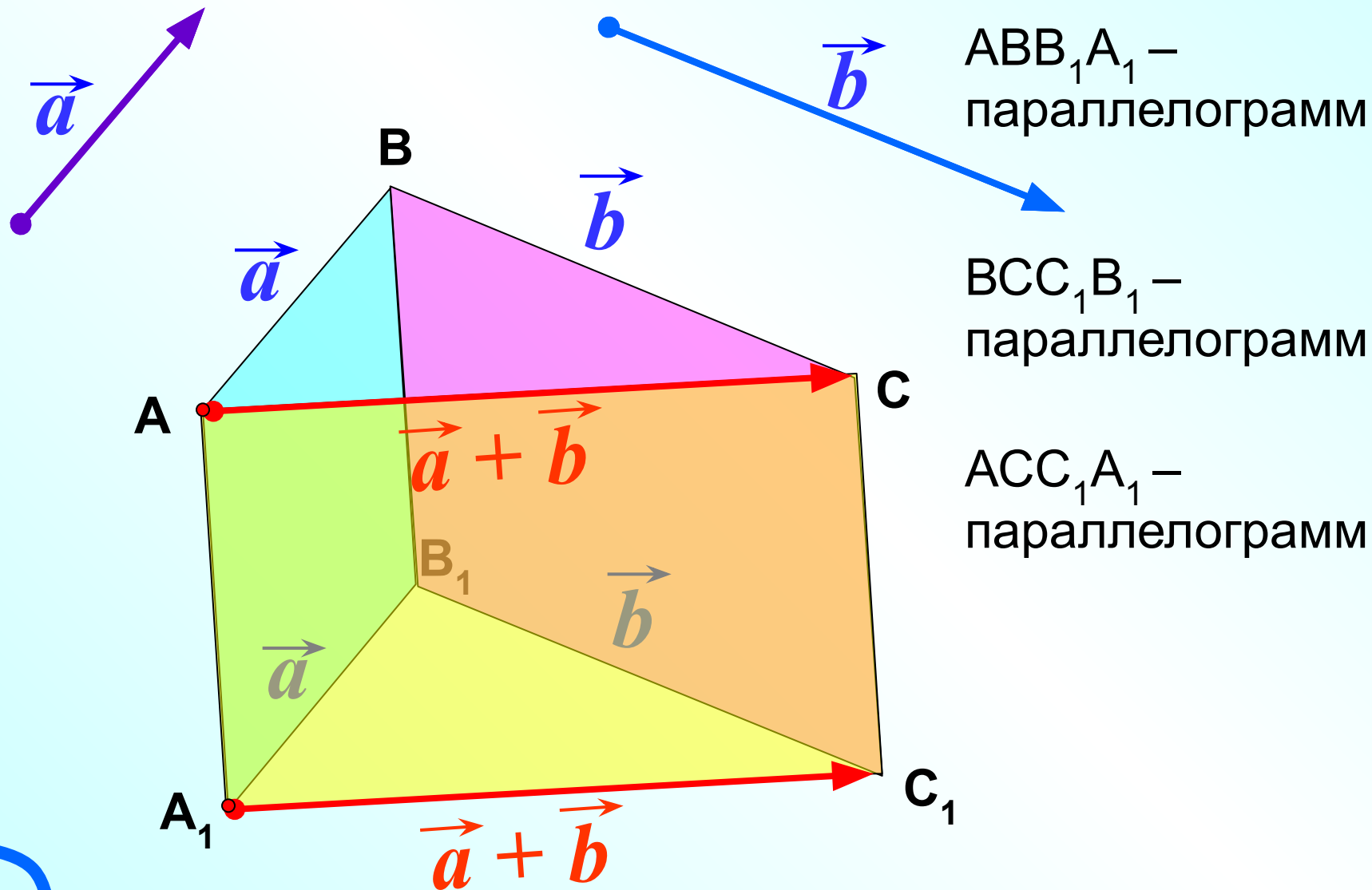
$\vec{b}$

B

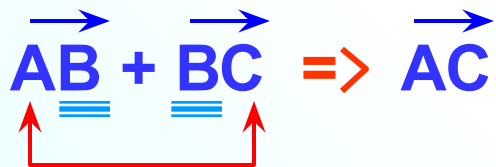
Для любого нулевого вектора
справедливо равенство

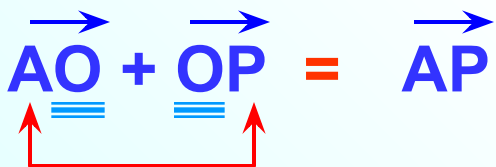
$$\vec{a} + \vec{0} = \vec{a} !$$

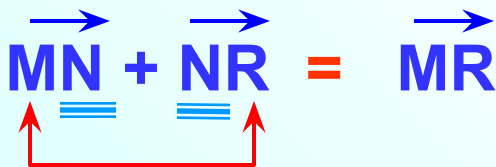
Докажем, что если при сложении векторов точку A заменить другой точкой A_1 , то полученный вектор $\vec{A_1C_1}$ будет равен $\vec{AC}$. Рассмотрим случай.

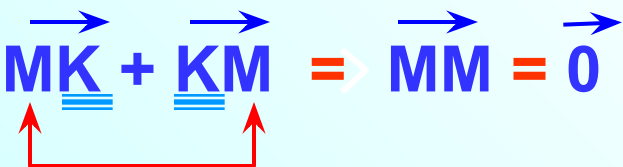


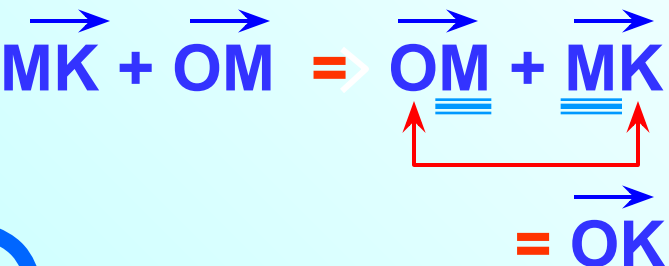
Правило треугольника.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{AC}$$


$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{AP}$$


$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NR} = \overrightarrow{MR}$$


$$\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KM} \Rightarrow \overrightarrow{MM} = \vec{0}$$


$$\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{OM} \Rightarrow \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MK} = \overrightarrow{OK}$$


$$\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{ML} = \overrightarrow{NL}$$

$$\overrightarrow{RP} + \overrightarrow{PR} = \overrightarrow{RR} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{ZK} + \overrightarrow{KZ} = \overrightarrow{ZZ} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{KD} = \overrightarrow{KD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{KE}$$

$$= \overrightarrow{KE}$$

Правило треугольника.

$$\vec{AC} \Rightarrow \vec{AB} + \vec{BC}$$

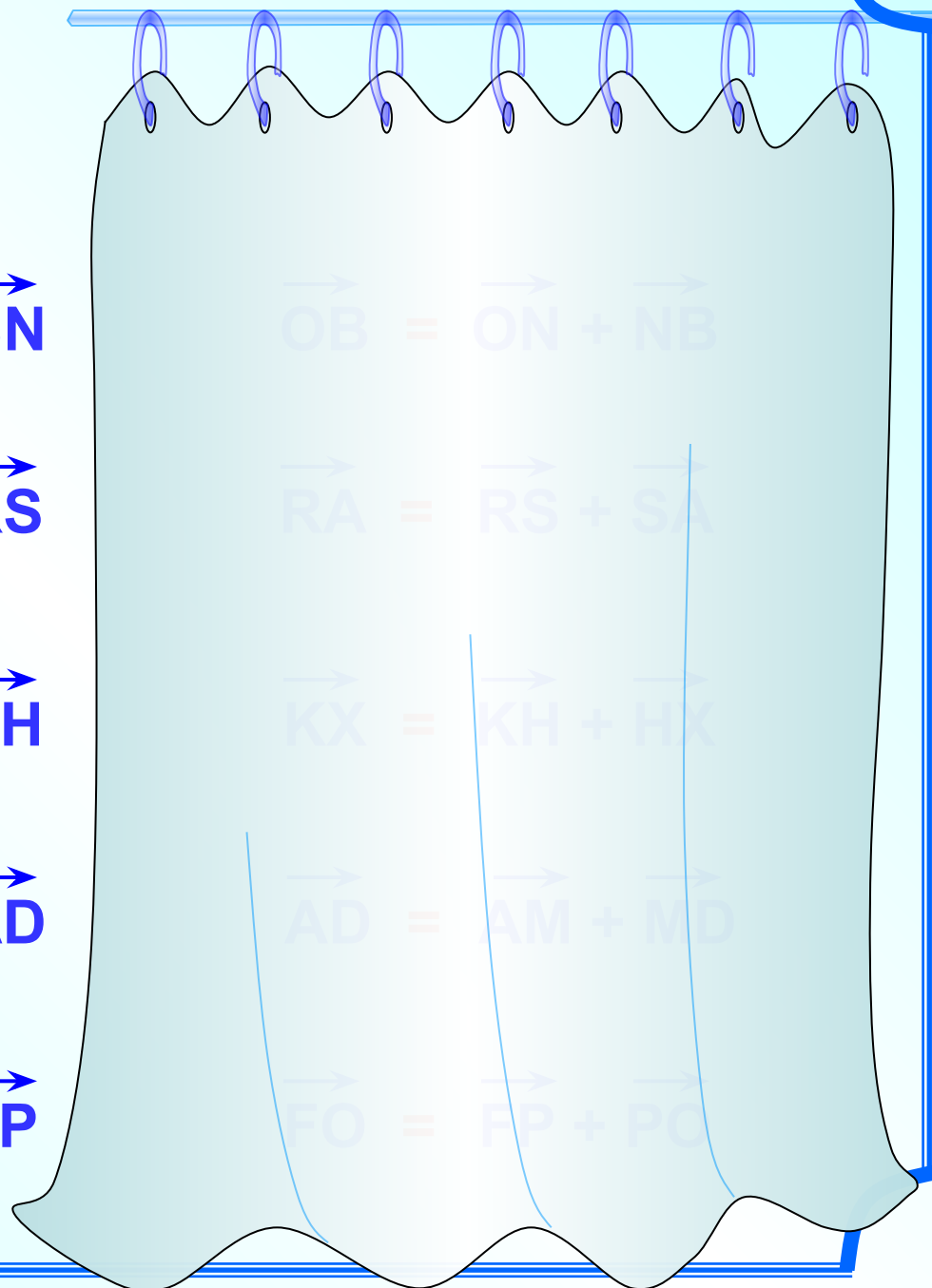
из $\triangle OBN$ $\vec{ON} = \vec{OB} + \vec{BN}$

из $\triangle ASR$ $\vec{AS} = \vec{AR} + \vec{RS}$

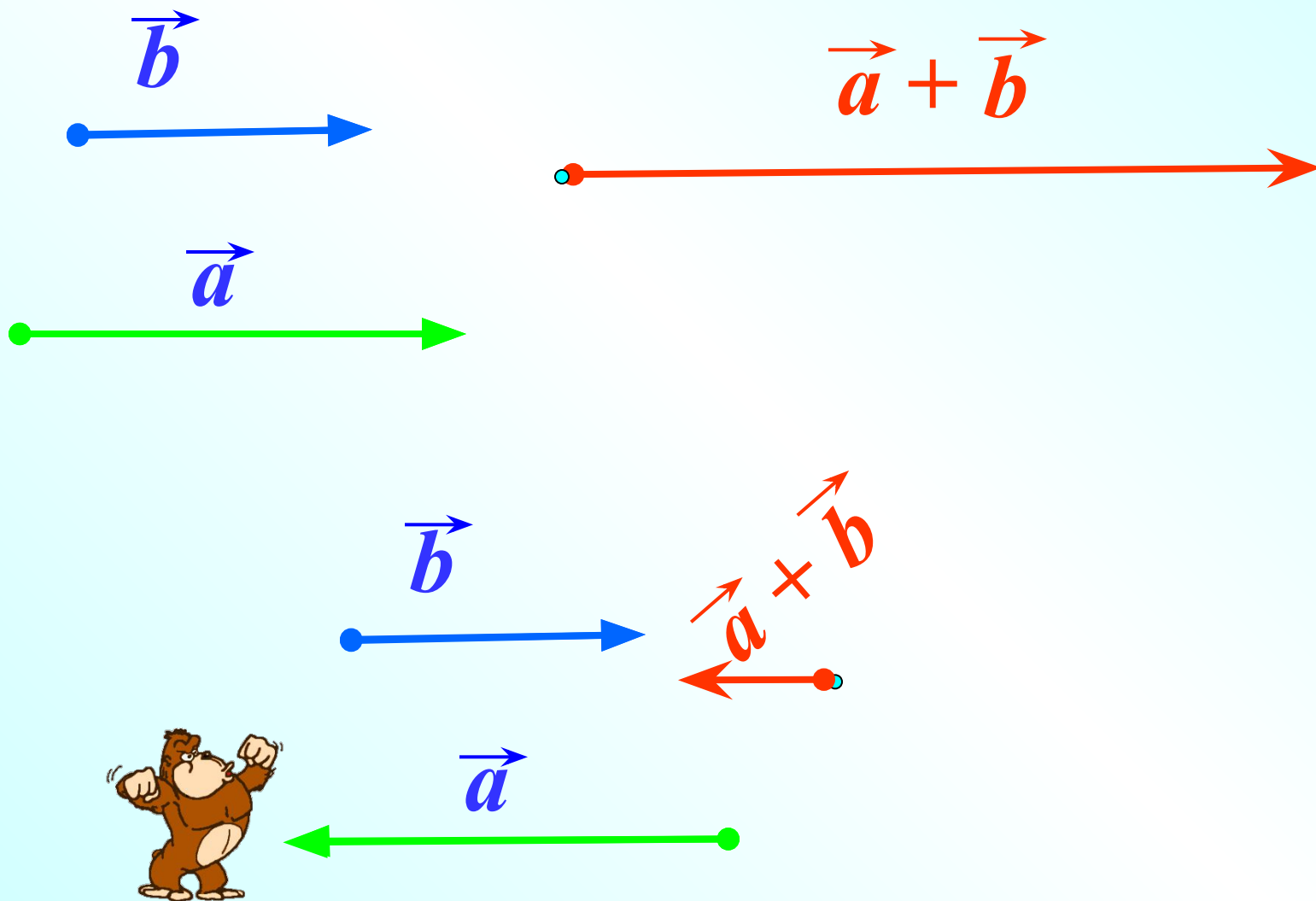
из $\triangle XKH$ $\vec{XH} = \vec{XK} + \vec{KH}$

из $\triangle AMD$ $\vec{MD} = \vec{MA} + \vec{AD}$

из $\triangle FPO$ $\vec{OP} = \vec{OF} + \vec{FP}$



По правилу треугольника складываются и коллинеарные векторы, хотя при их сложении треугольника и не получается





$\vec{b}$



$\vec{a} + \vec{b}$



$\vec{a}$



$\vec{f}$



$\vec{c} + \vec{f}$



$\vec{c}$



Законы сложения векторов

Теорема

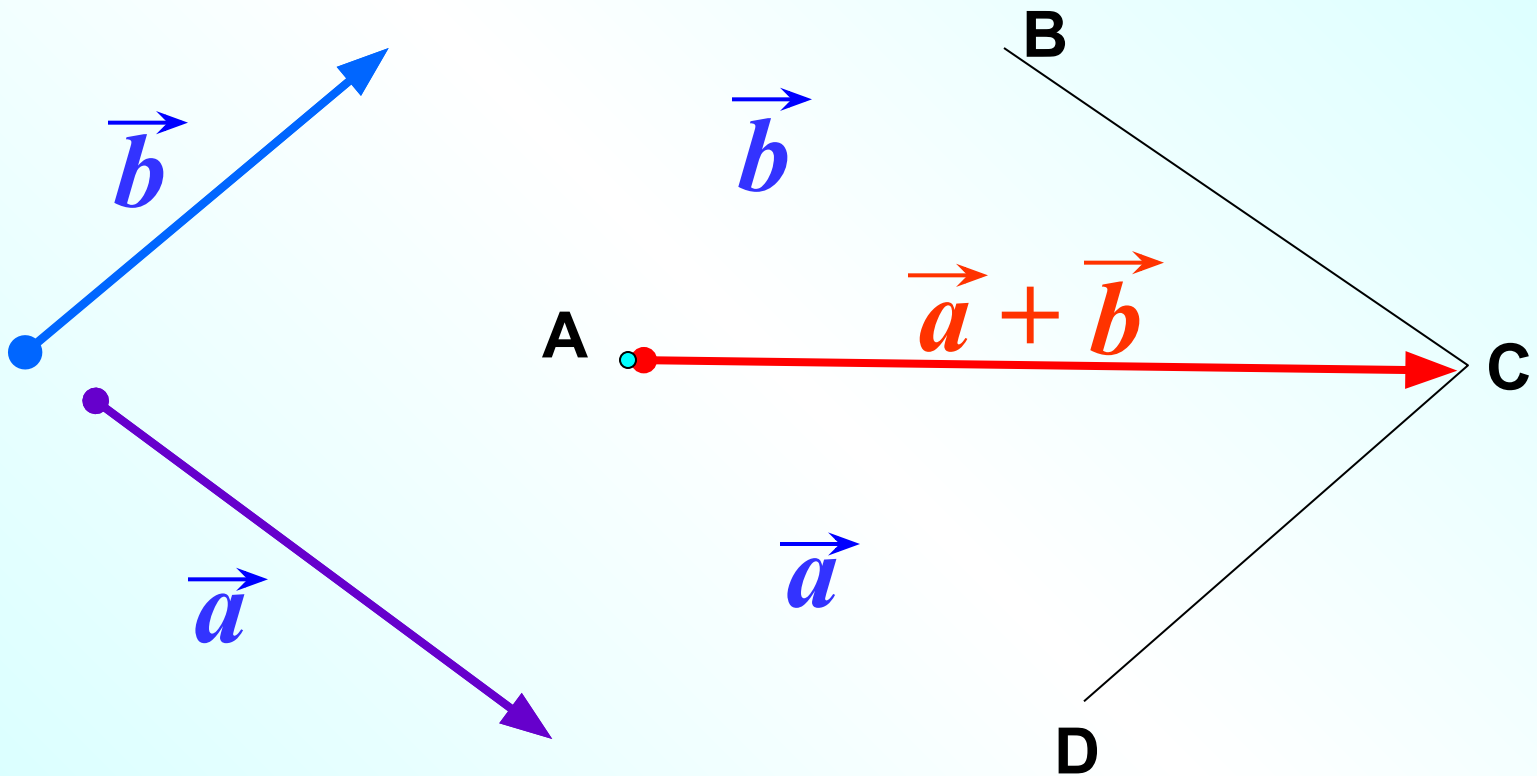
Для любых векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ справедливы равенства:

1 $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ переместительный закон !

2 $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ сочетательный закон !

Докажем свойство ①

Рассмотрим случай, когда векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ не коллинеарны.



из $\triangle ABC$

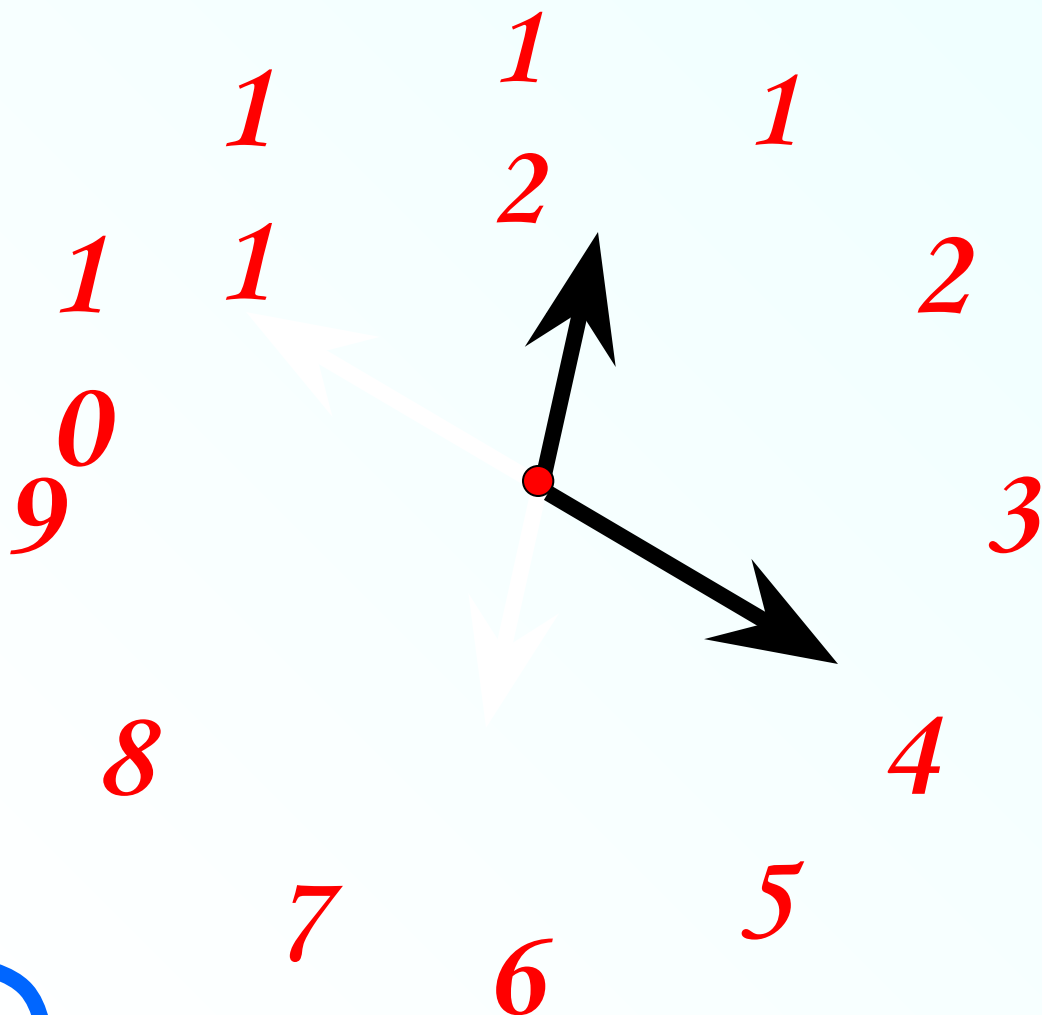
$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{b} + \vec{a}$$

из $\triangle ADC$

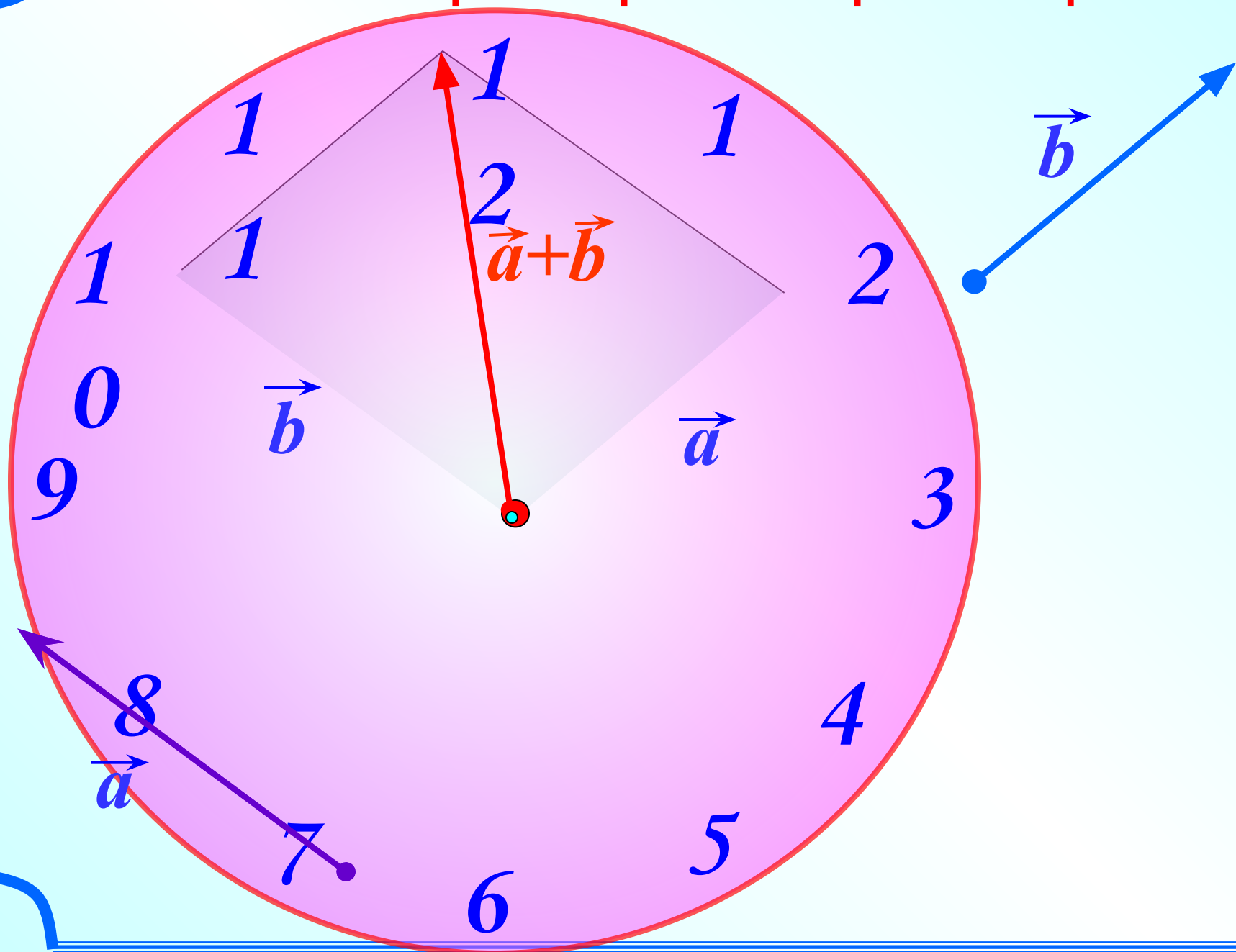
$$\vec{AC} = \vec{AD} + \vec{DC} = \vec{a} + \vec{b}$$

При доказательстве свойства 1^0 мы обосновали
правило параллелограмма сложения неколлинеарных
векторов.

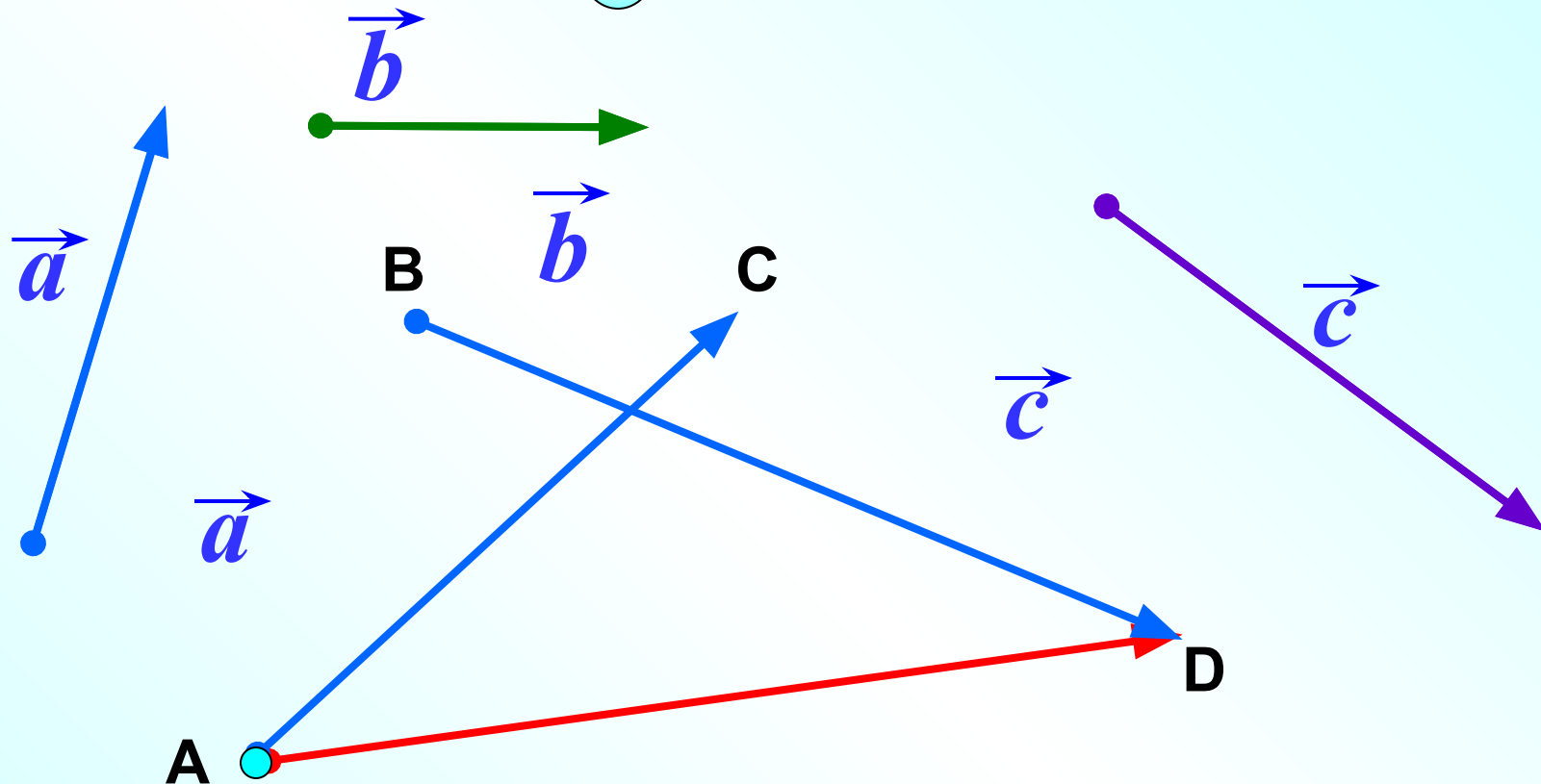
Чтобы применить
правило
параллелограмма,
надо отложить
векторы от одной
точки, как стрелки
часов.



Сложение векторов. Правило параллелограмма.



Докажем свойство 2

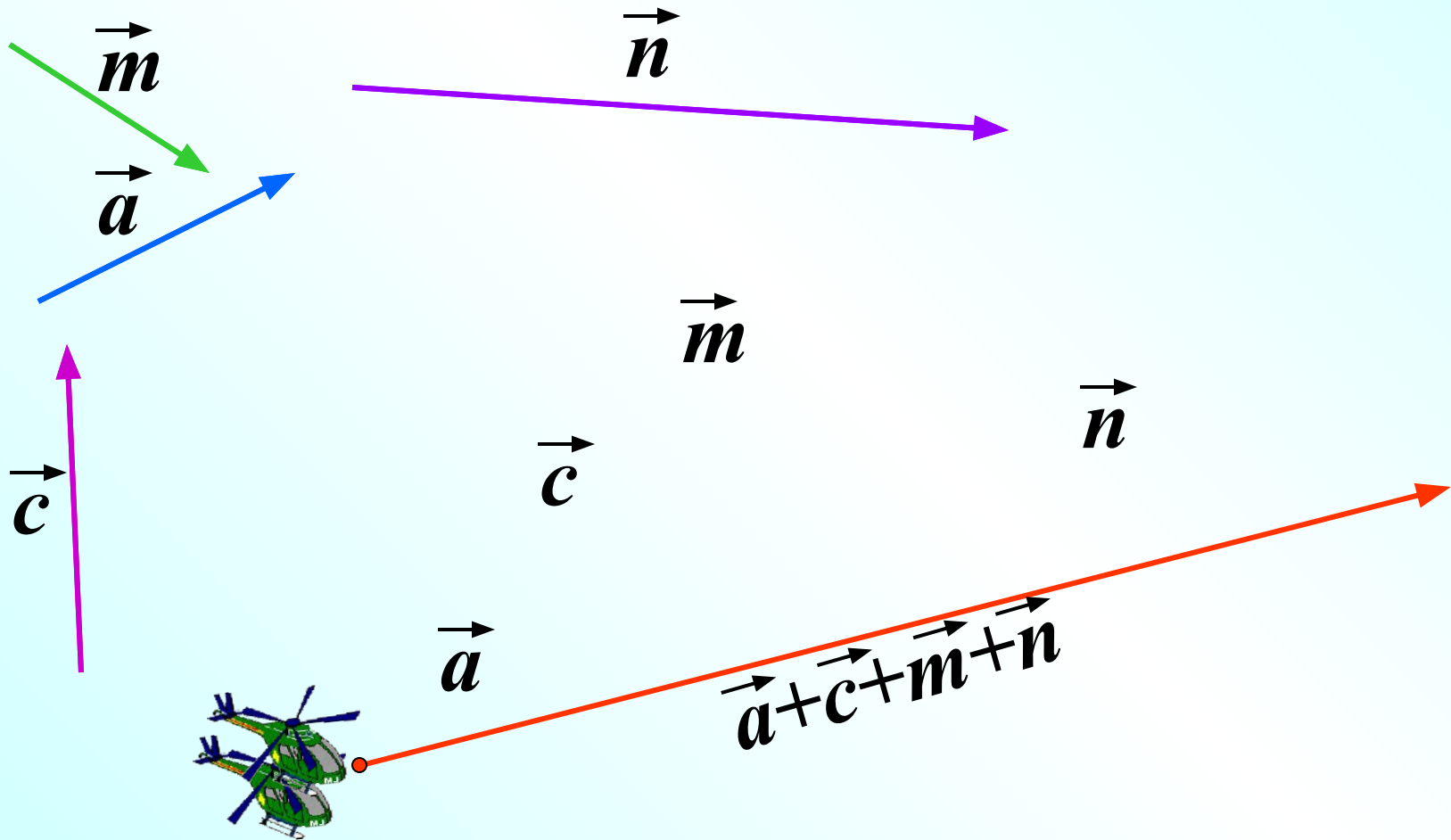


$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$$

$$\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = \overrightarrow{AB} + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$$

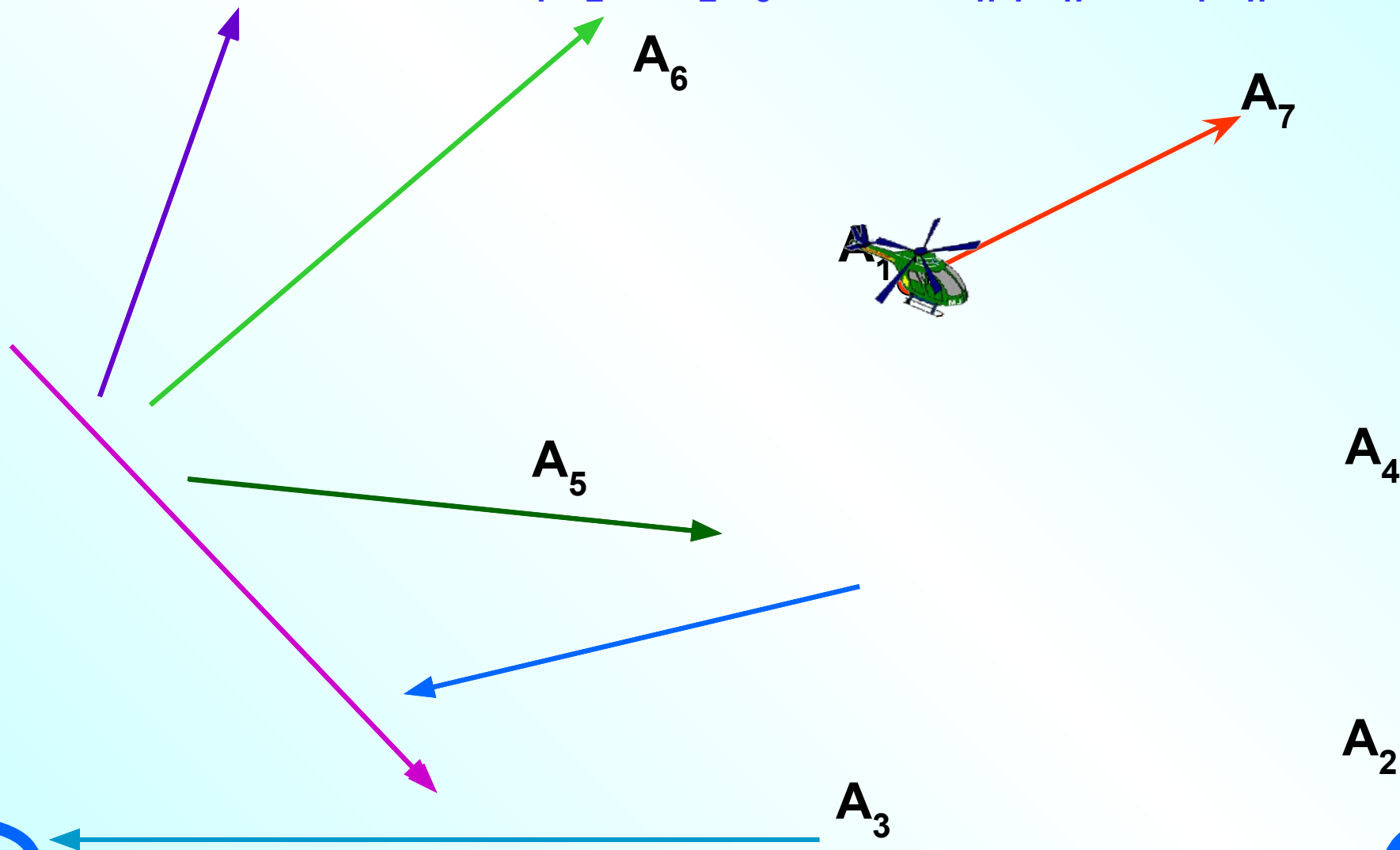
Сложение векторов. Правило многоугольника.

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DO} = \vec{AO}$$



Правило многоугольника можно сформулировать также следующим образом: если $A_1, A_2, \dots, A_n$ – произвольные точки плоскости, то

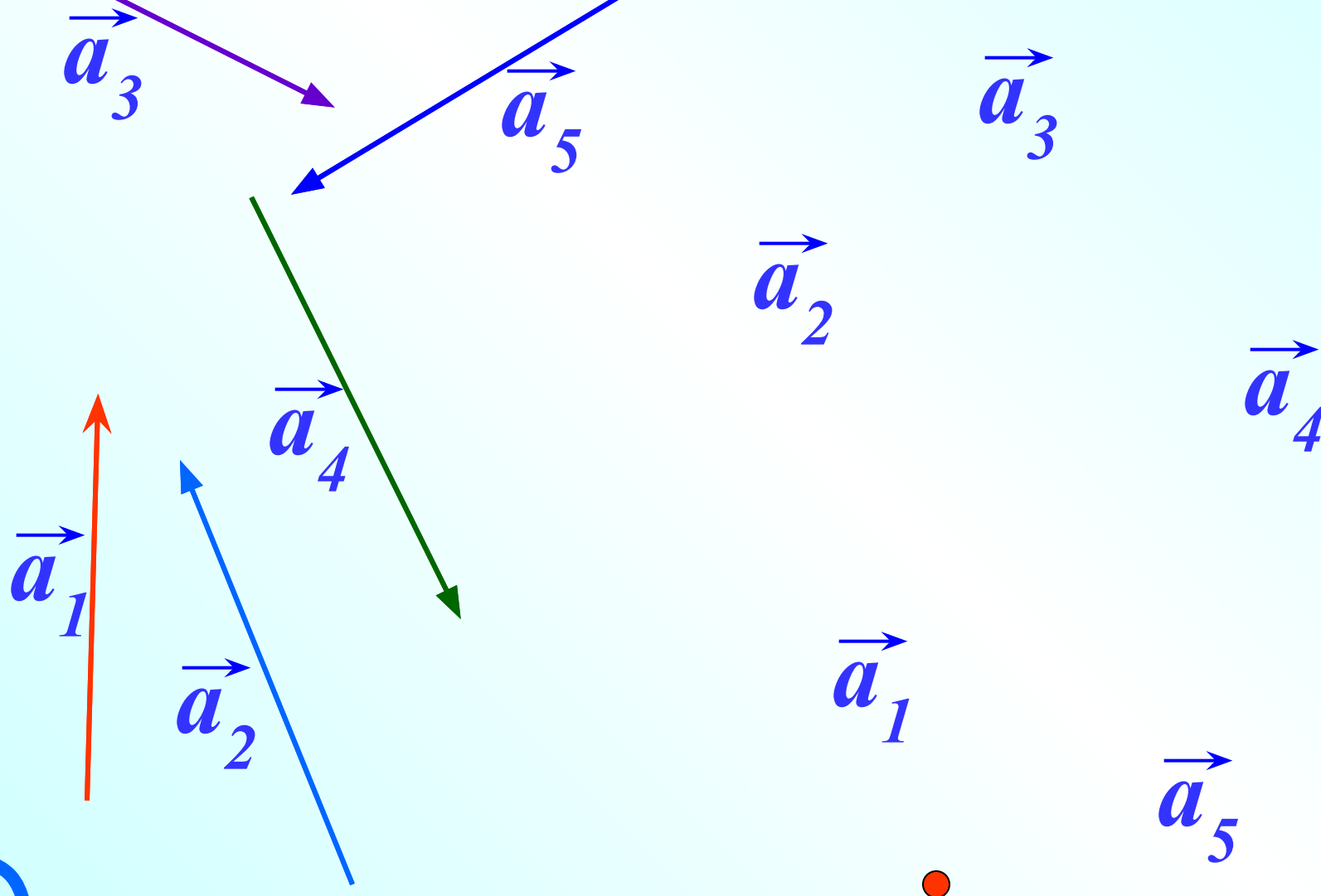
$$\overrightarrow{A_1 A_2} + \overrightarrow{A_2 A_3} + \dots + \overrightarrow{A_{n-1} A_n} = \overrightarrow{A_1 A_n}$$



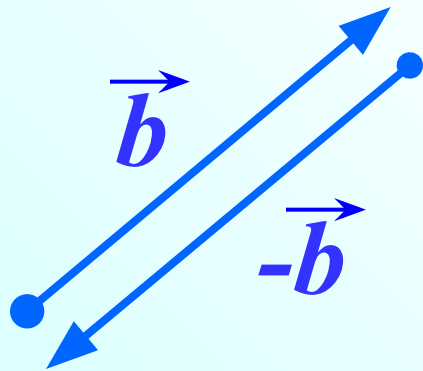
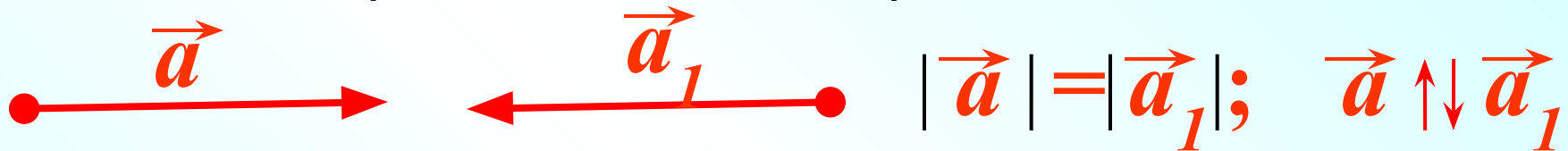
! Если начало первого вектора совпадает с концом последнего вектора, то сумма данных векторов равна нулевому вектору.

$$\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4 + \vec{a}_5$$

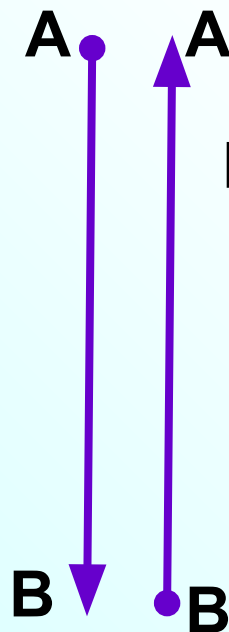
$$= \vec{0}$$



Вектор $\vec{a}_1$ называется **противоположным** вектору $\vec{a}$, если векторы $\vec{a}$ и $\vec{a}_1$ имеют равные длины и противоположно направлены.



Вектор $-\vec{b}$, противоположный вектору $\vec{b}$

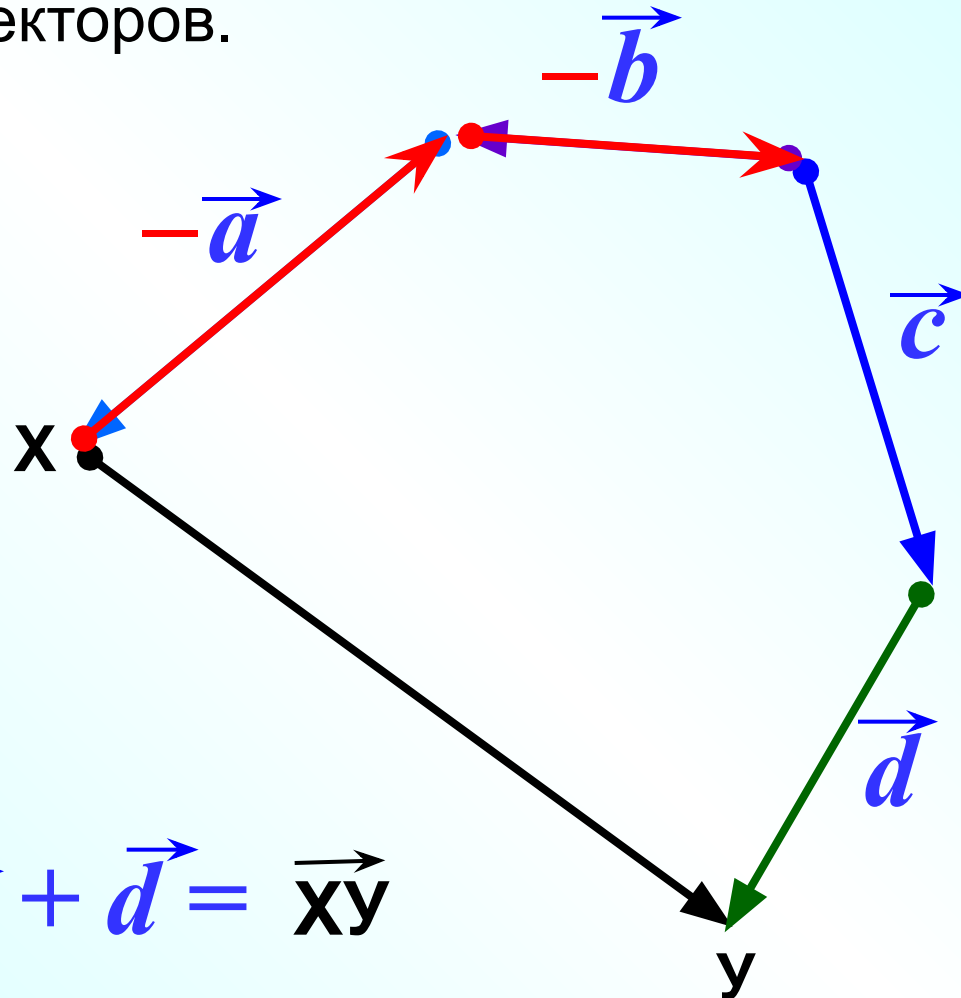


Вектор $\vec{BA}$, противоположный вектору $\vec{AB}$

$$\vec{BA} = -\vec{AB}$$

$$\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$$

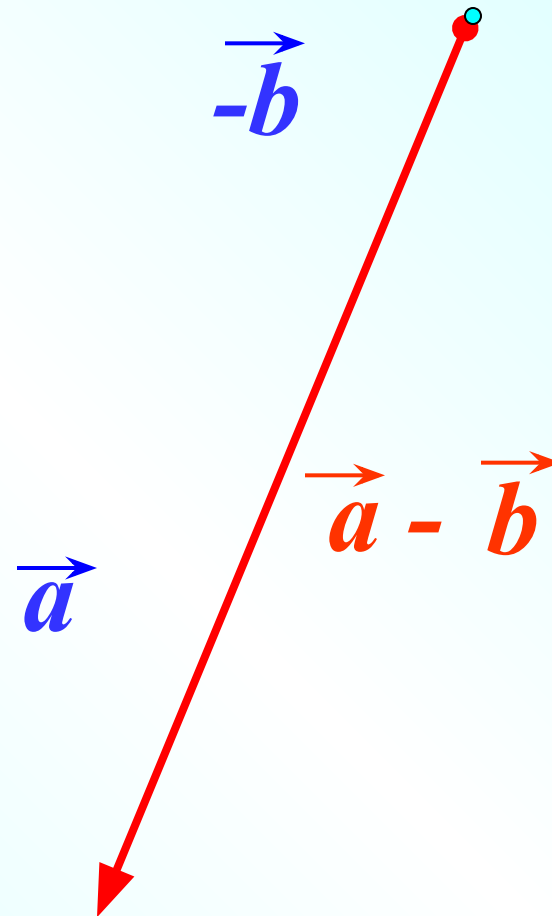
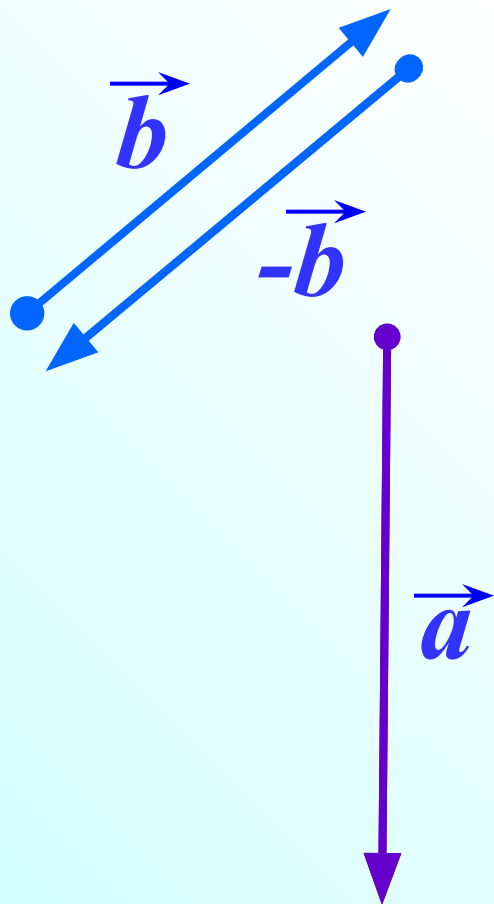
№ 766 На рисунке изображены векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ $\vec{xy}$. Представьте вектор $\vec{xy}$ в виде суммы остальных или их противоположных векторов.



$$-\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{xy}$$

Вычитание векторов.

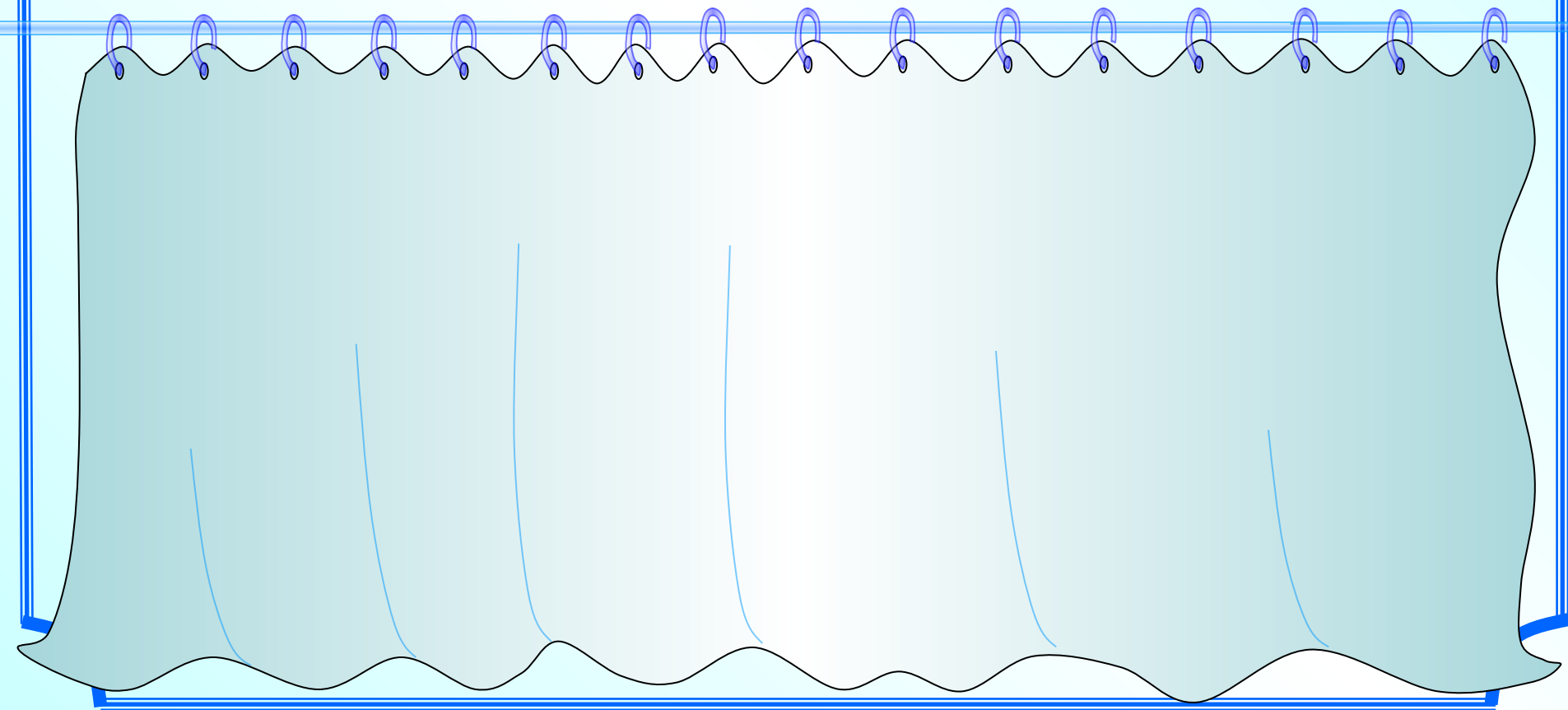
$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$



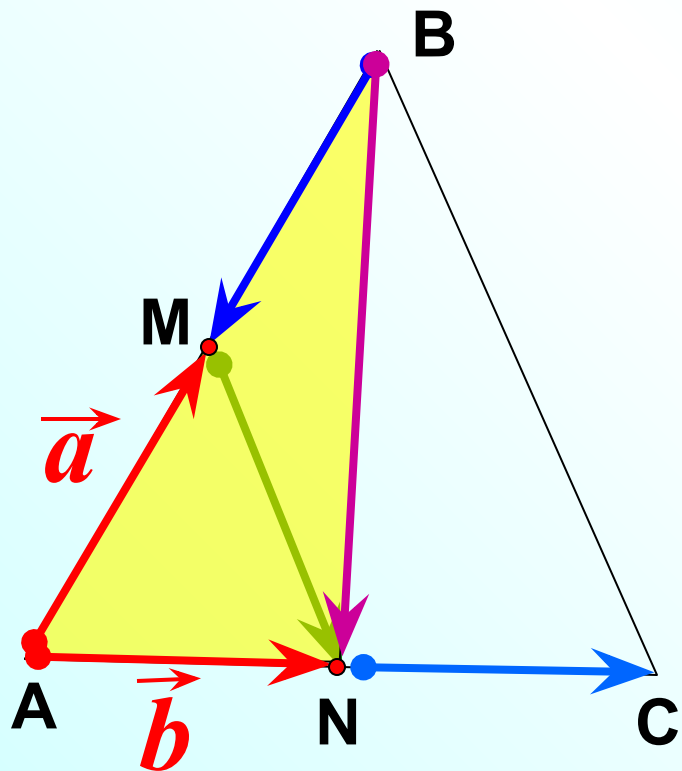
Вычитание векторов.

$$\overrightarrow{MF} - \overrightarrow{SF} = \overrightarrow{MF} + \overrightarrow{FS} = \overrightarrow{MS}$$

$$\overrightarrow{RO} - \overrightarrow{RM} = \overrightarrow{RO} + \overrightarrow{MR} = \overrightarrow{MR} + \overrightarrow{RO} = \overrightarrow{MO}$$



№ 768 Точки M и N – середины сторон AB и AC
 треугольника ABC. Выразите векторы $\vec{BM}$, $\vec{NC}$, $\vec{MN}$, $\vec{BN}$
 через векторы $\vec{a} = \vec{AM}$ и $\vec{b} = \vec{AN}$



$$\vec{BM} = -\vec{a}$$

$$\vec{NC} = \vec{b}$$

из $\triangle AMN$

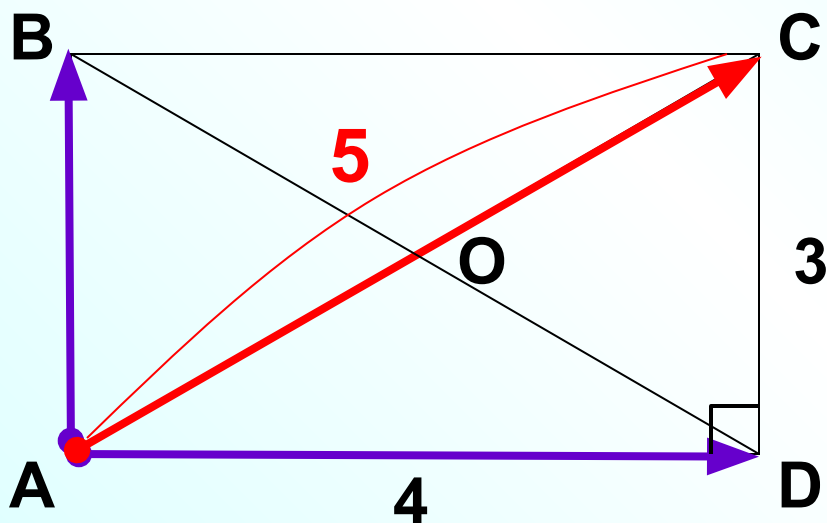
$$\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{AN} = -\vec{a} + \vec{b}$$

из $\triangle ABN$

$$\vec{BN} = \vec{BA} + \vec{AN} = -\vec{a} - \vec{a} + \vec{b}$$

Найдите $|\vec{AB} + \vec{AD} - \vec{DC} - \vec{OD}|$

ABCD - прямоугольник



$$(\vec{AB} + \vec{AD}) - (\vec{DC} + \vec{OD}) = \vec{AC} - \vec{DC} - \vec{OD} = \vec{AC} + \vec{CD} + \vec{DO} = \vec{AO}$$

$$|\vec{AO}| = \frac{1}{2} \cdot 5 = 2,5$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} =$$

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OP} =$$

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NR} =$$

$$\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KM} =$$

$$\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{OM} =$$

$$u3 \triangle OBN \quad \overrightarrow{ON} =$$

$$u3 \triangle ASR \quad \overrightarrow{AS} =$$

$$u3 \triangle XKH \quad \overrightarrow{XH} =$$

$$u3 \triangle AMD \quad \overrightarrow{MD} =$$

$$u3 \triangle FPO \quad \overrightarrow{OP} =$$

$$\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SC} =$$

$$\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{ML} =$$

$$\overrightarrow{RP} + \overrightarrow{PR} =$$

$$\overrightarrow{ZK} + \overrightarrow{KZ} =$$

$$\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{KD} =$$

$$u3 \triangle OBN \quad \overrightarrow{OB} =$$

$$u3 \triangle ASR \quad \overrightarrow{RA} =$$

$$u3 \triangle XKH \quad \overrightarrow{KX} =$$

$$u3 \triangle AMD \quad \overrightarrow{AD} =$$

$$u3 \triangle FPO \quad \overrightarrow{FO} =$$