



---

# Функции многих переменных (ФМП) Частные производные высших порядков функции двух переменных

Попова Елена Александровна  
К. пед. н., доцент  
доцент кафедры ММиИТ ТЭИ,  
СФУ  
[popova\\_elena15@mail.ru](mailto:popova_elena15@mail.ru)

## Частные производные высших порядков функции двух переменных

---

Пример 6 ФМП.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = f(x, y) = 5x^3 \cdot y - 4x^2 \cdot y^5$$

## Частные производные высших порядков функции двух переменных

---

Пример 6 ФМП.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = f(x, y) = 5x^3 \cdot y - 4x^2 \cdot y^5$$

Решение.

## Частные производные высших порядков функции двух переменных

---

Пример 6 ФМП.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = f(x, y) = 5x^3 \cdot y - 4x^2 \cdot y^5$$

Решение.

$$f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} =$$

## Частные производные высших порядков функции двух переменных

---

Пример 6 ФМП.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = f(x, y) = 5x^3 \cdot y - 4x^2 \cdot y^5$$

Решение.

$$f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = 15x^2 \cdot y - 8x \cdot y^5$$

## Частные производные высших порядков функции двух переменных

---

Пример 6 ФМП.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = f(x, y) = 5x^3 \cdot y - 4x^2 \cdot y^5$$

Решение.

$$f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = 15x^2 \cdot y - 8x \cdot y^5$$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} =$$

## Частные производные высших порядков функции двух переменных

---

Пример 6 ФМП.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = f(x, y) = 5x^3 \cdot y - 4x^2 \cdot y^5$$

Решение.

$$f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = 15x^2 \cdot y - 8x \cdot y^5$$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = 5x^3 - 20x^2 \cdot y^4$$

Пример 6 ФМП. Найти частные производные функции

$$z = f(x, y) = 5x^3 \cdot y - 4x^2 \cdot y^5$$

---

Решение .  $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = 15x^2 \cdot y - 8x \cdot y^5$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = 5x^3 - 20x^2 \cdot y^4$$

$$f''_{xx}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right) =$$



Пример 6 ФМП. Найти частные производные функции

$$z = f(x, y) = 5x^3 \cdot y - 4x^2 \cdot y^5$$

---

Решение .  $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = 15x^2 \cdot y - 8x \cdot y^5$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = 5x^3 - 20x^2 \cdot y^4$$

$$f''_{xx}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right) = \left( 15x^2 \cdot y - 8x \cdot y^5 \right)'_x =$$

Пример 6 ФМП. Найти частные производные функции

$$z = f(x, y) = 5x^3 \cdot y - 4x^2 \cdot y^5$$

---

Решение .  $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = 15x^2 \cdot y - 8x \cdot y^5$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = 5x^3 - 20x^2 \cdot y^4$$

$$\begin{aligned} f''_{xx}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right) = \left( 15x^2 \cdot y - 8x \cdot y^5 \right)'_x = \\ &= 30x \cdot y - 8y^5 \end{aligned}$$

Пример 6 ФМП. Найти частные производные функции

$$z = f(x, y) = 5x^3 \cdot y - 4x^2 \cdot y^5$$

---

Решение .  $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = 15x^2 \cdot y - 8x \cdot y^5$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = 5x^3 - 20x^2 \cdot y^4$$

$$f''_{yy}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right) =$$

Пример 6 ФМП. Найти частные производные функции

$$z = f(x, y) = 5x^3 \cdot y - 4x^2 \cdot y^5$$

---

Решение .  $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = 15x^2 \cdot y - 8x \cdot y^5$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = 5x^3 - 20x^2 \cdot y^4$$

$$f''_{yy}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right) = \left( 5x^3 - 20x^2 \cdot y^4 \right)'_y =$$

Пример 6 ФМП. Найти частные производные функции

$$z = f(x, y) = 5x^3 \cdot y - 4x^2 \cdot y^5$$

---

Решение .  $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = 15x^2 \cdot y - 8x \cdot y^5$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = 5x^3 - 20x^2 \cdot y^4$$

$$\begin{aligned} f''_{yy}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right) = \left( 5x^3 - 20x^2 \cdot y^4 \right)'_y = \\ &= -80x^2 \cdot y^3 \end{aligned}$$

Пример 6 ФМП. Найти частные производные функции

$$z = f(x, y) = 5x^3 \cdot y - 4x^2 \cdot y^5$$

---

Решение .  $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = 15x^2 \cdot y - 8x \cdot y^5$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = 5x^3 - 20x^2 \cdot y^4$$

$$f''_{yx}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right) =$$

Пример 6 ФМП. Найти частные производные функции

$$z = f(x, y) = 5x^3 \cdot y - 4x^2 \cdot y^5$$

---

Решение .  $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = 15x^2 \cdot y - 8x \cdot y^5$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = 5x^3 - 20x^2 \cdot y^4$$

$$f''_{yx}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right) = (15x^2 \cdot y - 8x \cdot y^5)'_y =$$

Пример 6 ФМП. Найти частные производные функции

$$z = f(x, y) = 5x^3 \cdot y - 4x^2 \cdot y^5$$

---

Решение .  $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = 15x^2 \cdot y - 8x \cdot y^5$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = 5x^3 - 20x^2 \cdot y^4$$

$$\begin{aligned} f''_{yx}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right) = (15x^2 \cdot y - 8x \cdot y^5)'_y = \\ &= 15x^2 - 40x \cdot y^4 \end{aligned}$$



Пример 6 ФМП. Найти частные производные функции

$$z = f(x, y) = 5x^3 \cdot y - 4x^2 \cdot y^5$$

---

Решение .  $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = 15x^2 \cdot y - 8x \cdot y^5$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = 5x^3 - 20x^2 \cdot y^4$$

$$f''_{xy}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right) =$$

Пример 6 ФМП. Найти частные производные функции

$$z = f(x, y) = 5x^3 \cdot y - 4x^2 \cdot y^5$$

---

Решение .  $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = 15x^2 \cdot y - 8x \cdot y^5$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = 5x^3 - 20x^2 \cdot y^4$$

$$f''_{xy}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right) = (5x^3 - 20x^2 \cdot y^4)'_x =$$

Пример 6 ФМП. Найти частные производные функции

$$z = f(x, y) = 5x^3 \cdot y - 4x^2 \cdot y^5$$

---

Решение .  $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = 15x^2 \cdot y - 8x \cdot y^5$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = 5x^3 - 20x^2 \cdot y^4$$

$$\begin{aligned} f''_{xy}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right) = (5x^3 - 20x^2 \cdot y^4)'_x = \\ &= 15x^2 - 40x \cdot y^4 \end{aligned}$$

Пример 6 ФМП. Найти частные производные функции

$$z = f(x, y) = 5x^3 \cdot y - 4x^2 \cdot y^5$$

---

Решение .

$$f''_{yx}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right) = 15x^2 - 40x \cdot y^4$$

$$f''_{xy}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right) = 15x^2 - 40x \cdot y^4$$

Выполняется равенство:

$$f''_{yx}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right) = f''_{xy}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)$$