

**прогрессии**



**Закончился двадцатый век.  
Куда стремится человек?  
Изучен космос и моря,  
Строенье звёзд и вся земля.  
Но математиков зовёт**

**Известный лозунг:**

**«Прогрессия-движение  
вперёд».**



# ОСНОВНЫЕ ЦЕЛИ:

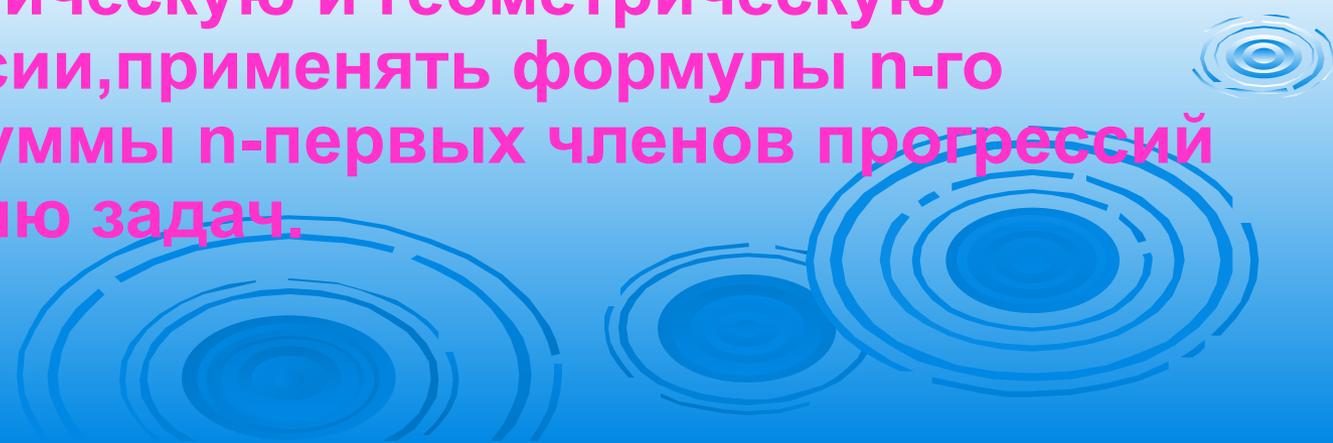
- **Формирование:** понятий последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, умений работать с формулами. Формирование умений видеть связь математики с жизнью.
- **Развитие** у учащихся познавательного интереса, памяти, речи, мышления, внимания, навыков самостоятельной работы, умения проводить аналогию, сравнивать.
- **Воспитание** у учащихся ответственности, добросовестности, дисциплины, самостоятельности, навыков общения со сверстниками, интерес к истории математики, инициативу и творчество.



# Требования к математической подготовке

Учащиеся должны знать: определение арифметической, геометрической, бесконечно убывающей геометрической прогрессий, формулы  $n$ -го члена, суммы  $n$ -первых членов прогрессий, знать, что такое числовая последовательность и способы её задания.

Учащиеся должны уметь: распознавать арифметическую и геометрическую прогрессии, применять формулы  $n$ -го члена, суммы  $n$ -первых членов прогрессий к решению задач.



# Числовая последовательность

Числовая последовательность - одно из основных понятий математики.

В математике изучаются бесконечные числовые последовательности:

$a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; \dots a_n; \dots$

Число  $a_1$  называют первым членом последовательности,  $a_2$  называют вторым членом последовательности и т.д.  $a_n$  называют  $n$ -м членом последовательности.

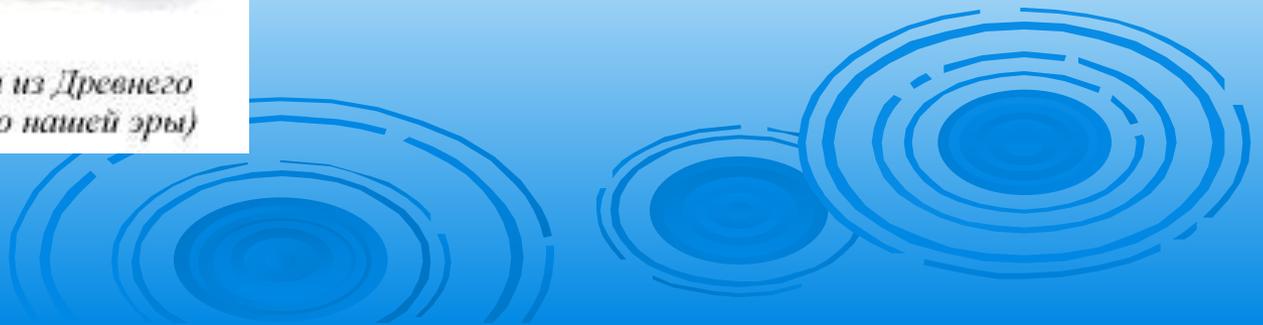


# Прогрессии



*Глиняная табличка из Древнего Вавилона (VI век до нашей эры)*

Прогрессии как частные виды последовательностей встречаются в древних египетских папирусах и в клинописных табличках вавилонян.



# Арифметическая и геометрическая прогрессии.

Прогрессии	Арифметическая	Геометрическая
Определение	$a_{n+1} = a_n + d$	$b_{n+1} = b_n q$
Формула $n$ -го члена.	$a_n = a_1 + d(n - 1)$	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
Сумма $n$ -первых членов	$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n.$	$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}.$
Свойство	$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$	$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$

***Зная эти формулы,  
можно решить много  
интересных задач  
исторического,  
литературного и  
практического  
содержания.***



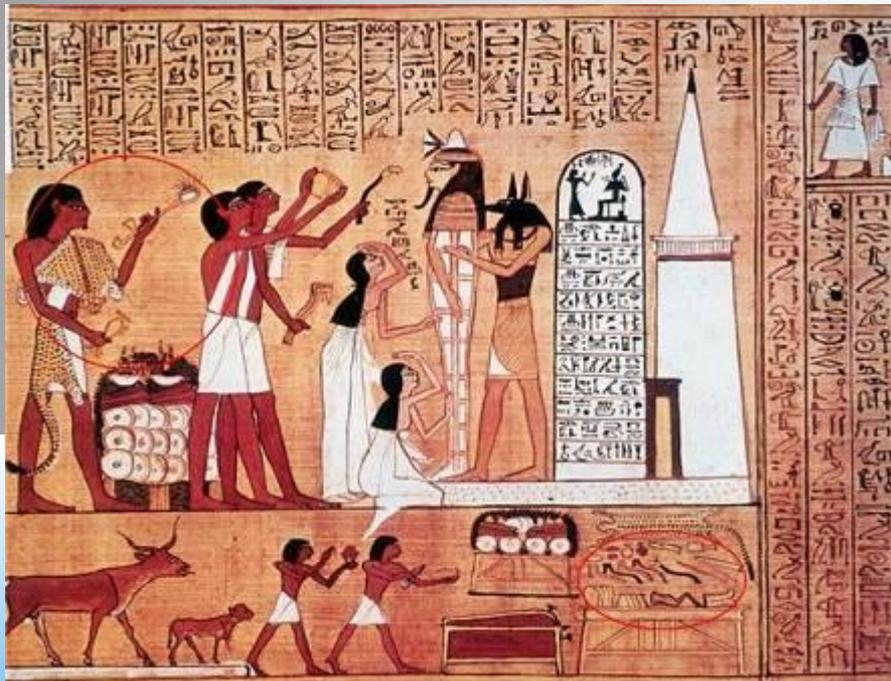


# *Старинные задачи через века и страны.*



# Прогрессии в древности

- Задачи на прогрессии – сии, дошедшие до нас из древности, были связаны с запросами хозяйственной жизни: распределение продуктов, деление наследства, строительство, размежевание земельных наделов.



# Древний Египет

- Задача из египетского папируса Ахмеса: «Пусть тебе сказано: раздели 10 мер ячменя между 10 человеками, разность же между каждым человеком и его соседом равна одной восьмой меры.



$$a = \frac{s}{n} - (n-1) \frac{d}{2}$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

# Германия



*Карл Гаусс  
(1777-1855).*

*Нашёл моментально  
сумму всех натураль  
ных чисел от 1 до 100  
будучи ещё учеником  
начальной школы.*

*Решение:  $1+2+3+4+\dots+99+100=(1+100)+(2+99)+(3+98)+\dots=101*50=5050$*





# Задача-легенда

Индийский царь Шерам позвал к себе изобретателя шахматной игры, своего подданного Сету, чтобы наградить его за остроумную выдумку.



Сета, издеваясь над царём, потребовал за первую клетку шахматной доски 1 зерно, за вторую 2 зерна, за третью 4 зерна и т.д.

Обрадованный царь посмеялся над Сетой, и приказал выдать ему такую награду.

Решение :  
Геометрическая прогрессия  
 $1; 2; 4; 8; \dots$   $b_1=1; q=2; n=64. S_{64}=?$

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

# Прогрессии в нашей жизни.



# Прогрессии в литературе

- А.С Пушкин «Евгений Онегин».
- ....Не мог он ямба от хорея,  
□ Как мы не бились отличить.....
- **Ямб**-это стихотворный размер с ударением на чётных слогах **2;4;6;8**
- Номер ударных слогов образуют арифметическую прогрессию.
- **Хорей**-это стихотворный размер с ударением на нечётных слогах стиха.
- Номер ударных слогов образуют арифметическую прогрессию: **1;3;5;7**





**Ямб:**

**«Мой дядя самых честных  
правил...»**

**Арифметическая прогрессия**

**2;4;6;8;.....**

**Хорей: «Я пропал как зверь в  
загоне .» Б.Л.Пастернак.**

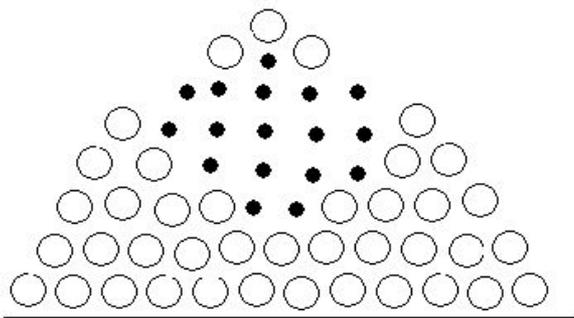
**Арифметическая прогрессия:**

**1;3;5;7;...**



# Строительство

- При хранении брёвен строевого леса, их укладывают так, как показано на рисунке.



Дано: арифметическая прогрессия:  $a_1 = 12, a_2 = 11, a_n = 1$   
Найти:  $S_n$  - ?

Сколько брёвен находится в одной кладке, если в её основании положить 12 брёвен

Решение:  $a_1 = 12; a_2 = 11; a_n = 1$   
 $d = 1; a_n = a_1 + (n-1)d; n = 12.$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

;  $S_{12} = 78.$

# Прогрессии в биологии

- В благоприятных условиях бактерии размножаются так, что на протяжении одной минуты одна из них делится на две. Указать количество бактерий, рождённых одной бактерией за 7 минут. Решение: Геометрическая прогрессия  $b_1=1; q=2; n=7$ .

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

$$S_7 = 127.$$



# Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия

- Геометрическая прогрессия называется бесконечно убывающей, если модуль её знаменателя меньше единицы.
- Суммой бесконечно убывающей геометрической прогрессии называют число, к которому стремится сумма её первых  $n$  членов при  $n \rightarrow \infty$ .

$$S = \frac{b_1}{1 - q} \quad |q| < 1$$

**Спасибо**

**за внимание**

The background of the lower half of the image is a blue gradient with several concentric white circles representing water ripples, centered around the bottom of the text.