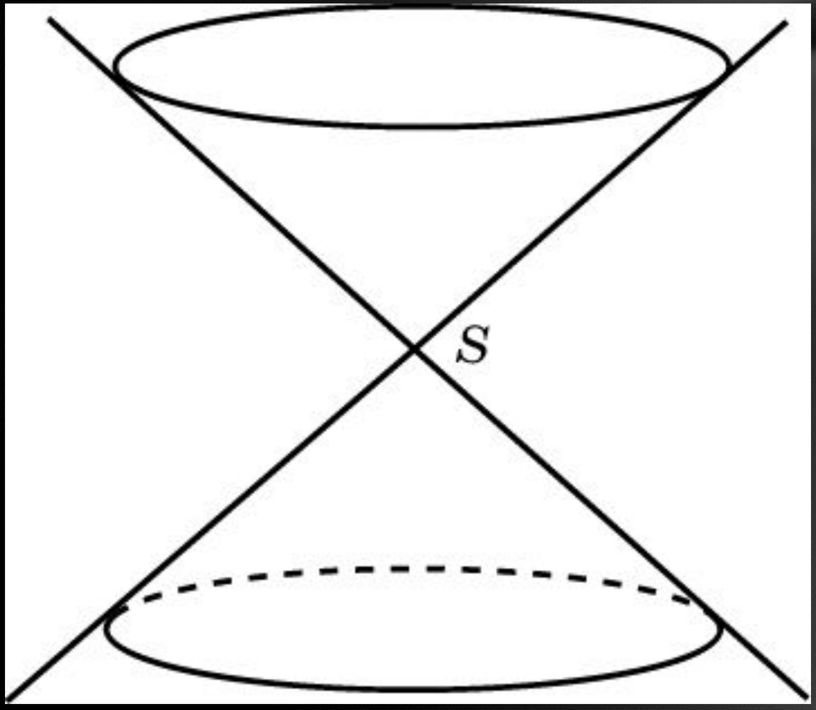
КОНИЧЕСКИЕ СЕЧЕНИЯ

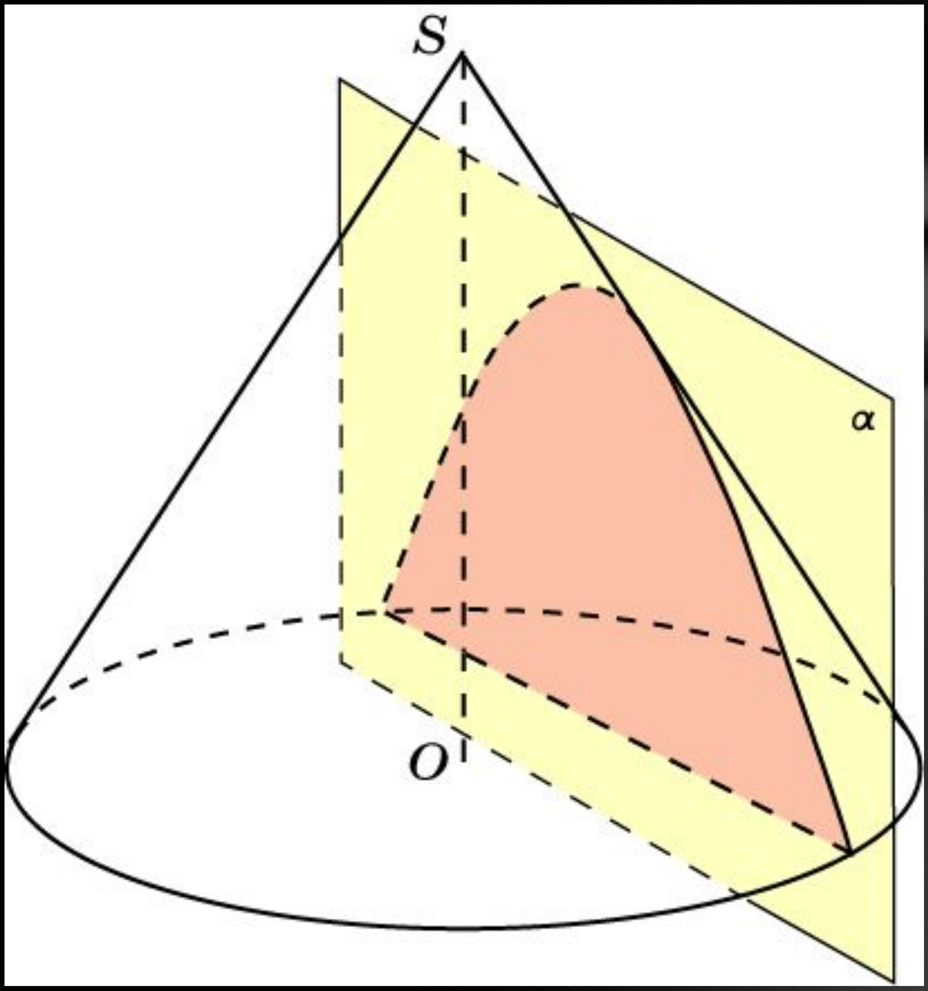
Для данного конуса рассмотрим коническую поверхность, образованную прямыми, проходящими через вершину конуса и точки окружности основания конуса.

Сечения конической поверхности плоскостью можно рассматривать как центральную проекцию окружности основания конуса на эту плоскость. Поэтому, если плоскость параллельна плоскости основания и не проходит через вершину конуса, то в сечении конической поверхности получается окружность.



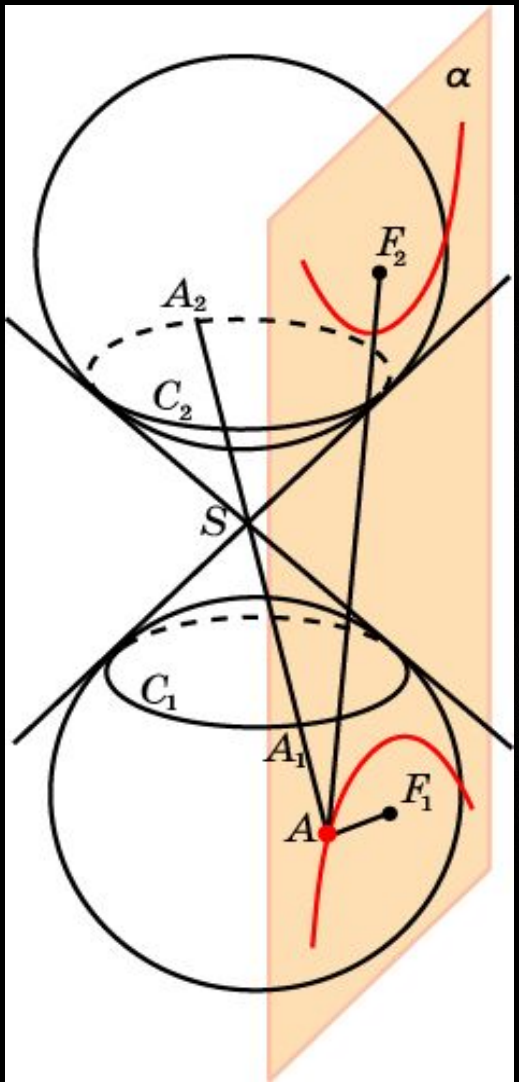
Теорема 3

Если плоскость образует с осью конуса угол, меньший угла между образующей и этой осью, то в сечении конической поверхности получается гипербола.



Доказательство

Впишем в коническую поверхность сферы, касающиеся плоскости сечения в некоторых точках F_1 и F_2 и конической поверхности по окружностям C_1 и C_2 соответственно.



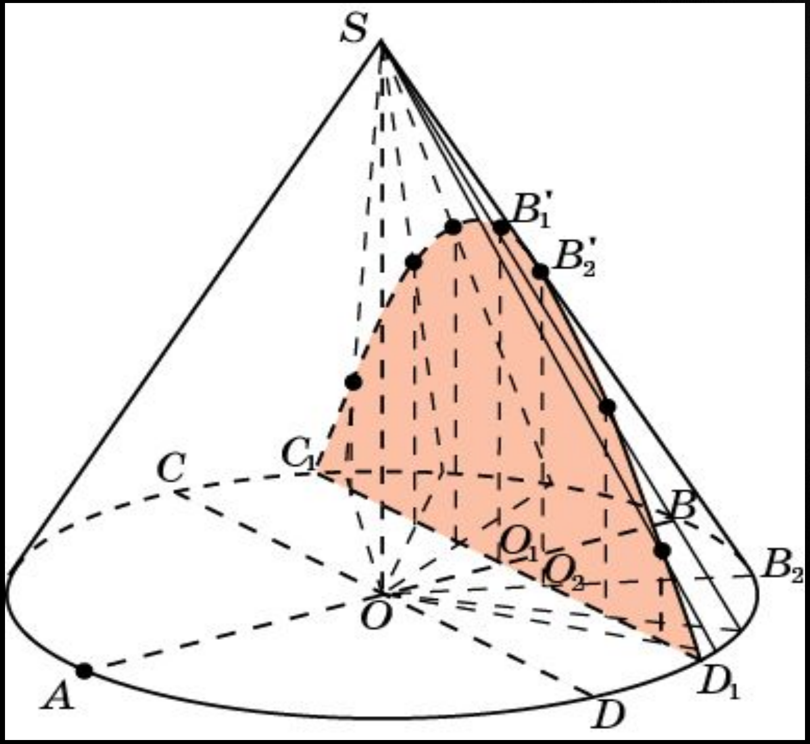
Пусть A - точка сечения, расположенная в той же части конической поверхности, что и точка F_1. Проведем образующую AS и обозначим через A_1, A_2 точки ее пересечения с окружностями C_1, C_2 соответственно. Воспользуемся тем, что отрезки касательных, проведенных к сфере из одной точки, равны. Тогда $AF_1 = AA_1$, $AF_2 = AA_2$. Поэтому AF_2 - $AF_1 = AA_2 - AA_1 = A_1A_2$. Но длина отрезка A_1A_2 не зависит от выбора точки A сечения. Она равна сумме образующих соответствующих конусов. Следовательно, разность $AF_2 - AF_1$ расстояний от точки A до точек F_1, F_2 будет постоянной. Таким образом, сечением конической поверхности в этом случае является гипербола.

Построение сечения конуса (гиперболы)

Построим сечение конуса, параллельное его оси *SO*.

В эллипсе, изображающем основание конуса, проведем сопряженные диаметры *AB* и *CD*.

Проведем хорду C_1D_1, параллельную *CD*. Через точку O_1 ее пересечения с диаметром *AB* проведем прямую, параллельную *SO* и ее точку пересечения с *SB* обозначим B'_1. Она будет принадлежать искомому сечению.



Через какую-нибудь точку O_2 хорды C_1D_1 проведем прямую OO_2 и ее точку пересечения с эллипсом обозначим B_2. Через точку O_2 проведем прямую, параллельную *SO* и ее точку пересечения с SB_2 обозначим B'_2. Она будет принадлежать искомому сечению.

Аналогичным образом построим несколько других точек.

Соединяя их плавной кривой, получим искомое сечение.