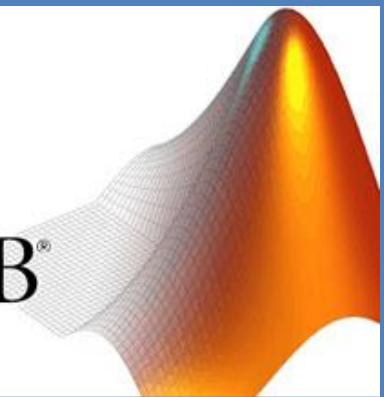




Вычислительная математика

Теория и практика в среде

MATLAB®



Что такое MATLAB?

MATLAB – это высокопроизводительный язык для технических расчетов. Он включает в себя вычисления, визуализацию и программирование в удобной среде, где задачи и решения выражаются в форме, близкой к математической. Типичное использование MATLAB – это:

- математические вычисления
- создание алгоритмов
- моделирование
- анализ данных, исследования и визуализация
- научная и инженерная графика
- разработка приложений, включая создание графического интерфейса

MATLAB – это интерактивная система, в которой основным элементом данных является массив. Это позволяет решать различные задачи, связанные с техническими вычислениями, особенно в которых используются матрицы и вектора, в несколько раз быстрее, чем при написании программ с использованием "скалярных" языков программирования, таких как Си или Фортран.

Основные компоненты MATLAB

Система MATLAB (**MAT**rix**LAB**oratory) разрабатывается фирмой MathWorks, создана для работы в среде Windows и представляет собой интерактивную среду для вычислений и моделирования, причем она может работать как в режиме непосредственных вычислений, так и в режиме интерпретации написанных программ. Сильная сторона системы – виртуозная работа с матрицами и векторами.

Среда разработки – набор инструментов и средств обслуживания (графические пользовательские интерфейсы, рабочий стол, окна, редактор-отладчик, браузеры)

Библиотека математических функций – собрание вычислительных алгоритмов

Язык – высокого уровня объектно-ориентированного программирования

Графика – функции высокого уровня для визуализации данных, обработки изображений, анимации

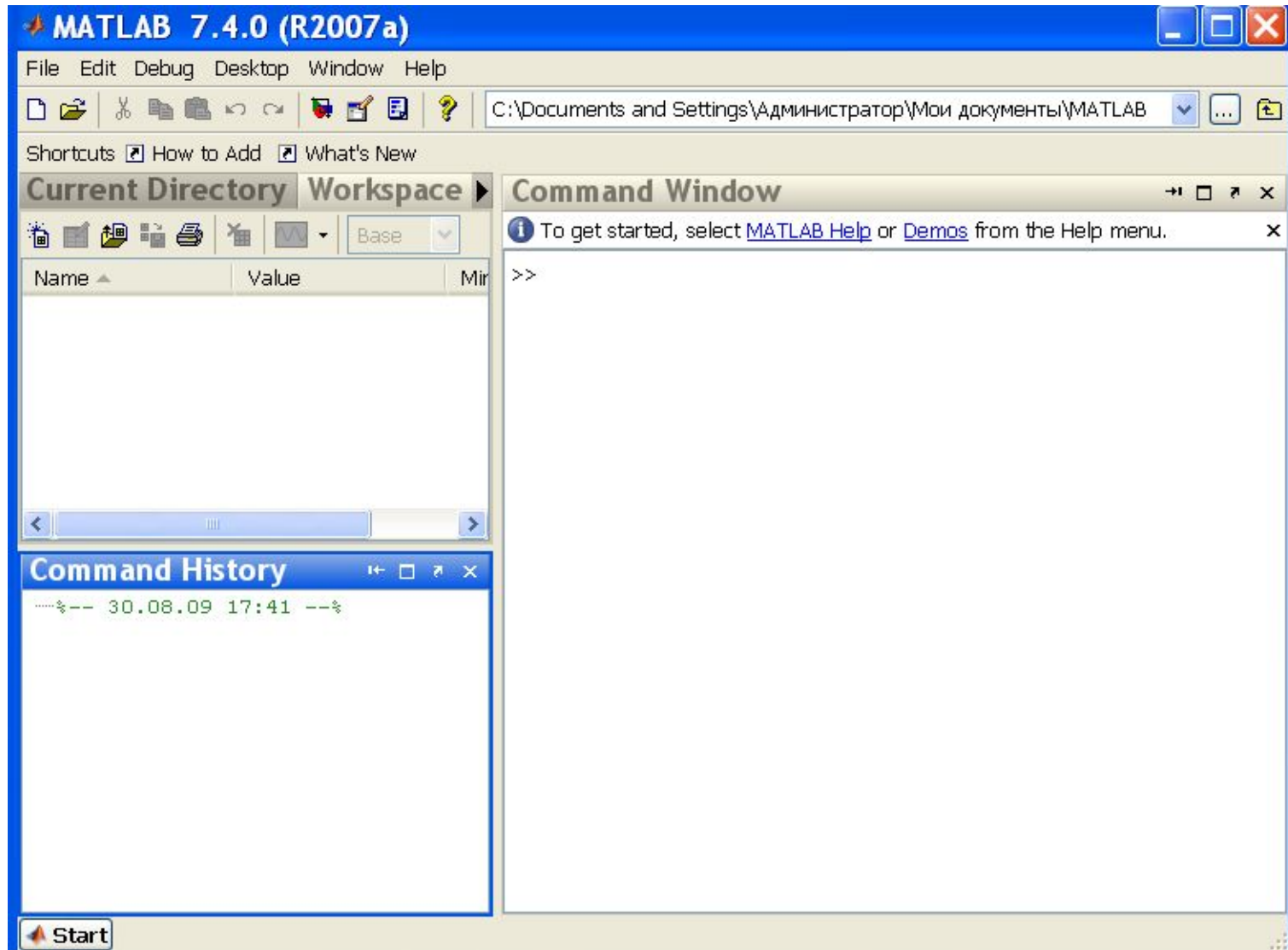
MATLAB API (Application Program Interface) – библиотека, позволяющая

Инструментальные средства рабочего стола

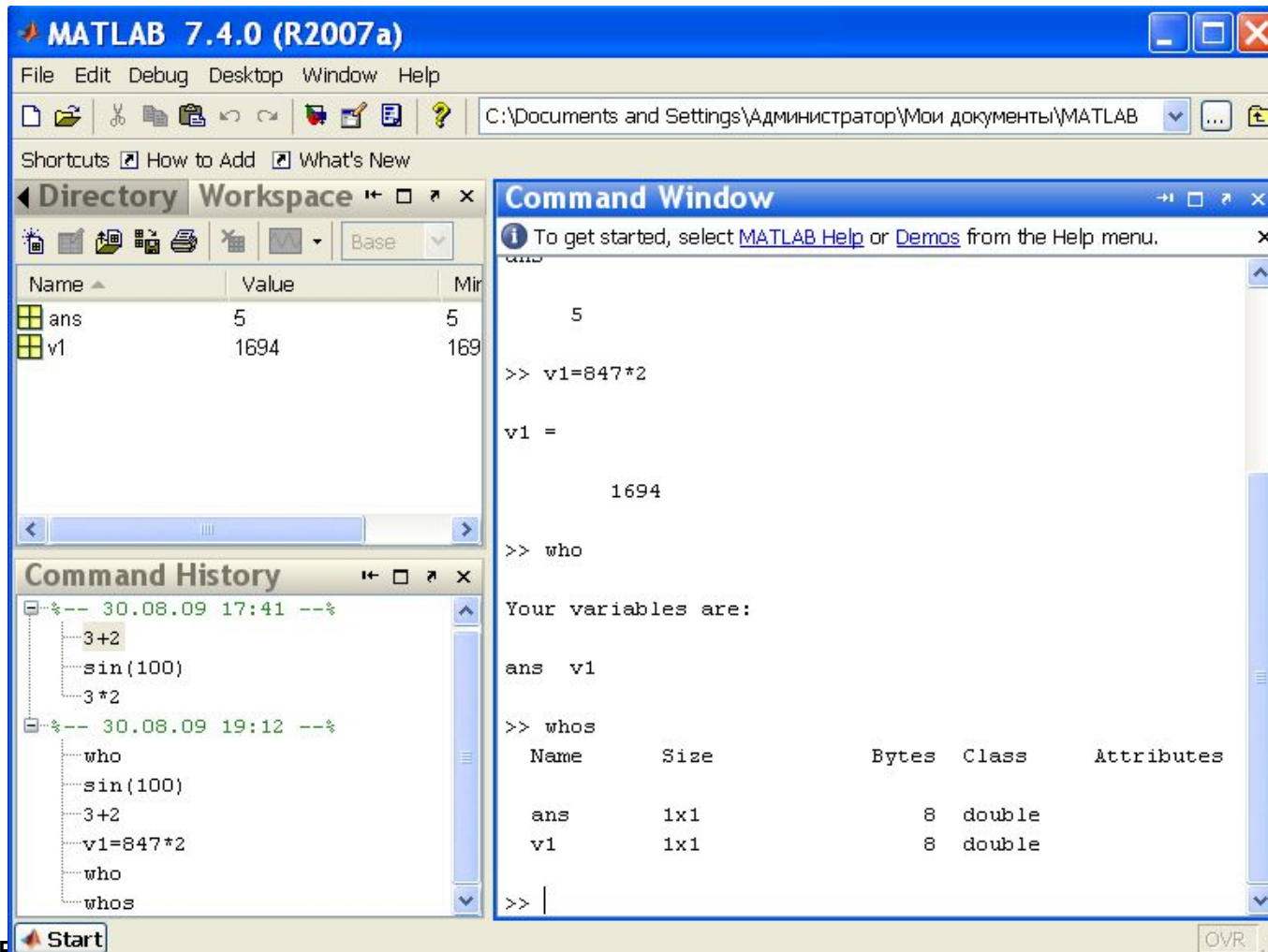
- **Командное окно (Command Window)** – ввод команд, переменных, выполнение функций и m-файлов
- **Браузер рабочей области (Workspace Browser)** – информация обо всех переменных, массивах, созданных в течение сеанса MATLAB
- **Редактор массива (Array Editor)** – для просмотра и редактирования массивов, которые находятся в рабочей области
- **История команд (Command History)** – для просмотра, копирования и выполнения выбранных команд
- **Браузер текущего каталога (Current Directory Browser)** – содержит m-файлы, которые можно выполнить в командном окне
- **Кнопка старта (Start)** – доступ к инструментальным средствам, демо-версиям и документации
- **Браузер справки (Help Browser)**
- **Редактор/отладчик (Editor/Debugger)** - создание и отладка m-файлов
- **Профилировщик (Profiler)** – графический интерфейс пользователя , помогающий улучшать работу m-файлов (команда - profile viewer)

Некоторые характеристики инструментальных средств можно определить, выбирая **Preferences** из меню **File**

Командное окно (Command Window)



Браузер рабочей области (Workspace Browser)



Delete Command Window, Save Workspace As Command File, Import Data Command File

Workspace

File Edit View Graphics Debug Desktop Window Help

Stack: Base

Name	Value	Min	Max
v1	1694	1694	1694
x	<4x4 double>	1	16
y	<4x4 double>	-8	-0.5

MATLAB 7.4.0 (R2007a)

File Edit Debug Desktop Window Help

C:\Documents and Settings\Администратор\Мои документы\MATLAB

Shortcuts How to Add What's New

Command History

```

-- 30.08.09 19:12 --
x=magic(4)
y=x*(-0.5)

```

Command Window

To get started, select [MATLAB Help](#) or [Demos](#) from the Help menu.

```

>> x=magic(4)

x =

    16     2     3    13
     5    11    10     8
     9     7     6    12
     4    14    15     1

>> y=x*(-0.5)

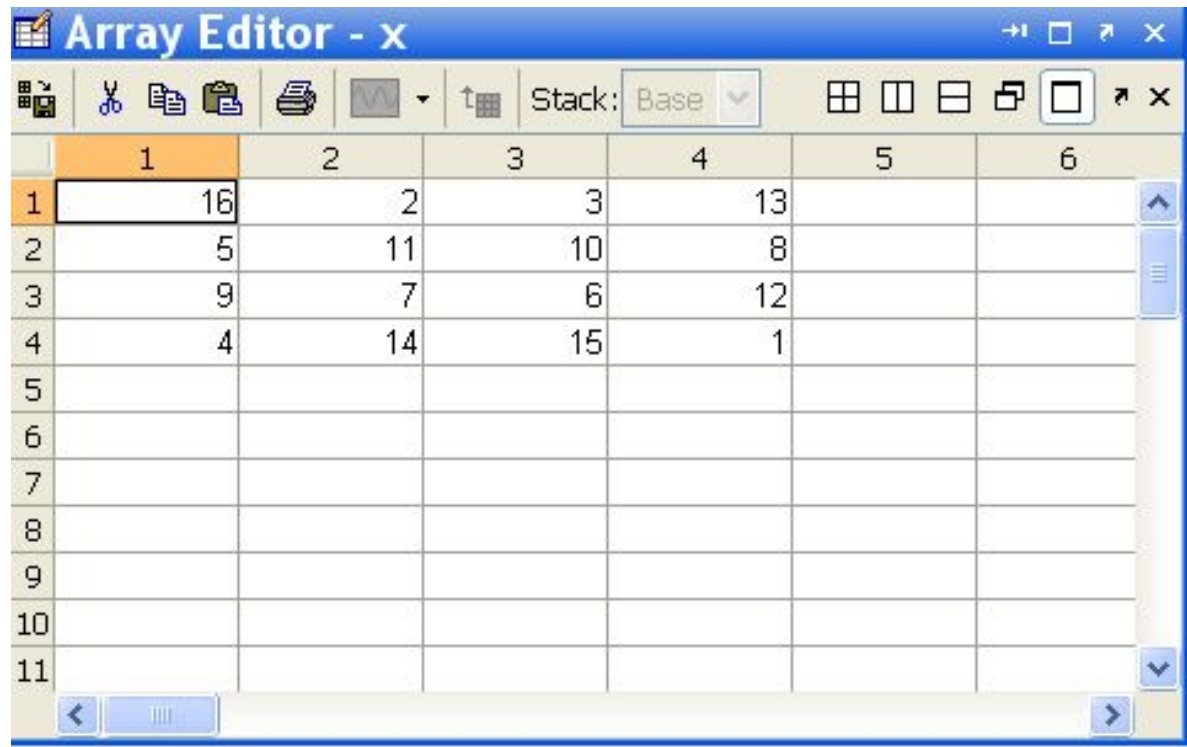
y =

 -8.0000  -1.0000  -1.5000  -6.5000
 -2.5000  -5.5000  -5.0000  -4.0000
 -4.5000  -3.5000  -3.0000  -6.0000
 -2.0000  -7.0000  -7.5000  -0.5000

>>

```


Редактор массива (Array Editor)

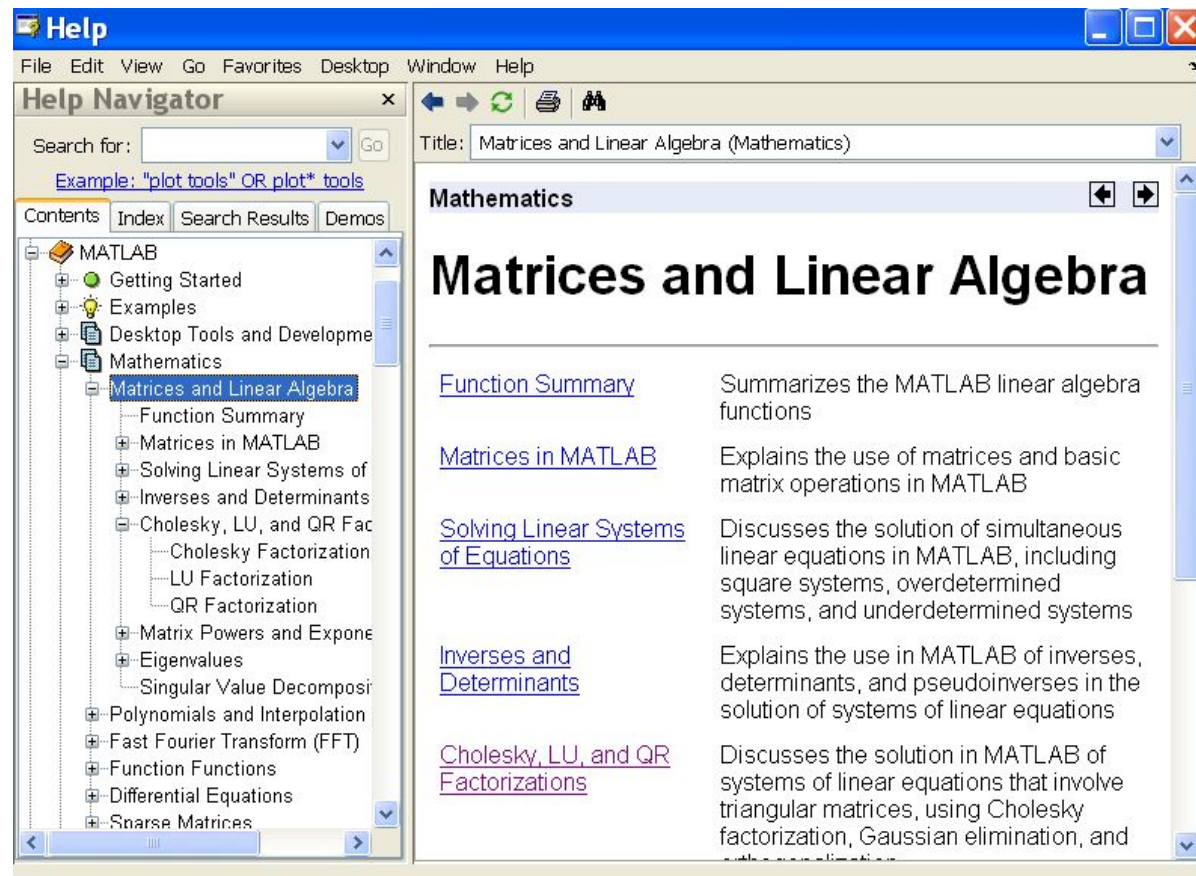


The screenshot shows a software window titled "Array Editor - x". It features a toolbar with icons for file operations (new, open, save, print), a grid icon, a "Stack" dropdown menu currently set to "Base", and window control buttons (maximize, minimize, close). The main area is a grid with 11 rows and 6 columns. The first row is highlighted in orange. The data in the grid is as follows:

	1	2	3	4	5	6
1	16	2	3	13		
2	5	11	10	8		
3	9	7	6	12		
4	4	14	15	1		
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						

Navigation controls include a vertical scrollbar on the right and horizontal/vertical arrow buttons at the bottom.

Браузер справки (Help Browser)



Вызов – кнопка справки?»» или команда **helpbrowser**

Электронные книги в формате html

help < имя m-функции> : help magic

- **clc** – эта команда очищает командное окно, но оставляет неизменным содержимое буфера команд и рабочего пространства
- **clear** – удаление всех переменных из **Workspace**
- **who** – отображение имён переменных, размещённых в данный момент в рабочем пространстве
- При вводе команды длиной в несколько физических строк каждая текущая строка завершается тремя точками и нажатием на клавишу **ENTER**
- После завершения сеанса работы с MATLAB все ранее вычисленные переменные теряются. Для сохранения в файле на диске компьютера содержимого рабочего пространства используют команды:

Save Workspace As в меню **File**; **Import Data** в меню **File**

Для загрузки в последующих сеансах работы в оперативную память компьютера ранее сохранённого файла, содержащего рабочее пространство MATLAB, нужно выполнить в меню **File** команду

Load Workspace

Дополнительные команды справочной системы

- **computer** – тип компьютера, на котором установлена текущая версия MATLAB
- **info** – информация о фирме Math Works
- **ver** – информация об установленной версии и пакетах расширений
- **version** – краткая информация об установленной версии
- **what** – имена файлов текущего каталога
- **what name** – имена файлов каталога, заданного именем
- **what newname** – содержимое файлов каталога, заданного именем
- **which name** – путь доступа к функции с данным именем
- **help demos** – список примеров в справочной системе
- **bench** – тест на быстродействие компьютера и сравнение с другими типами компьютеров

Типы данных MATLAB

- **logical** (true – 1, false – 0)
- **char** – символьная строка
- **numeric** – массивы чисел с плавающей запятой точности single или double, массивы целых чисел со знаком и без
- **int**: int8 (массив 8-разрядных целых чисел со знаком, 1 байт на одно число), int16 (2 байта на одно число), int32 (4 байта на одно число), int64 (8 байт на одно число); функция преобразования в целый тип со знаком `ix=int(x)`
- **uint**: uint8 (массив 8-разрядных чисел без знака), uint16, uint32, uint64; функция преобразования `y=uint8(x)`
- **single** – массив чисел с плавающей запятой одинарной точности (4 байта на одно число): функция

- **double** – массив чисел с плавающей запятой двойной точности (16 знаков); все вычисления MATLAB делаются с двойной точностью; функция преобразования `double(...)`
- **cell array** – массив ячеек, в которых можно хранить массивы различных типов и/или размеров
- **structure** – структурированный массив полей для хранения данных с именами
- **function handle** – дескриптор функции (описатель) содержит в виде структуры всю информацию о функции, которая используется в ссылках на неё, для определения местонахождения, выполнения и оценивания функции; обычно передаётся в списке параметров к другим функциям

Пример получения дескриптора функции sin:

```
Z=functions(@sin) %получаем массив 1 x 1 типа структура
Z=
    function: 'sin'
         type: 'simple'
         file: 'MATLAB built-in function'
```

Имя переменной:

- длина - до 63 символов;
- не должно совпадать с именами функций и процедур;
- должно начинаться с буквы;
- может содержать буквы, цифры, знак подчёркивания;
- различаются большие и маленькие буквы

Форматы представления чисел на экране

- **short** – целая часть (по модулю) менее 1000, после запятой 4 знака:

```
>> format short
```

```
x=112.1416
```

- **short e** – числа с плавающей запятой с 5 знаками: $x = 1.1214e+002$
- **long** – 16 знаков, целая часть (по модулю) менее 100:

```
>> format long
```

```
x=23.14069263277927
```

- **long e** - числа с плавающей запятой с 16 знаками:
 $x=2.314069263277927e+001$
- **rat** – числа в виде рациональной дроби: $\pi=355/113$
- **hex** – 16-ричное представление числа с двойной точностью: $\pi=400921fb54442d18$

Арифметические операции

+ - сложение

- - вычитание

* - умножение

/ - деление

^ - возведение в степень

В одной строке командного окна выражения
разделяются символом (;)

Перенос длинной командной строки с помощью (...)

Оператор присваивания: <имя переменной> =
<выражение>

Алгебраические функции

`Sin(Z), sinh(Z), asin(Z), cos(Z), cosh(Z), acos(Z), tan(Z), tanh(Z),
atan(Z), cot(Z), coth(Z), acot(Z), exp(Z), log(Z), sqrt(Z),abs(Z),
sign(Z), pi`

Переменная Z может принимать как действительные, так и комплексные значения.

Комплексные переменные вводятся следующим оператором присваивания:

`<имя переменной> = <Действительная часть> + i | j* Мнимая часть`

В MATLAB переменным `i, j` по умолчанию присвоено значение $(-1)^{0,5}$

Задание массивов

Все переменные MATLAB являются массивами

Отдельная переменная – массив 1x1

Числовые массивы по умолчанию имеют тип double

Положение элементов массивов определяется индексами:

$x(n,m)$, где n - номер строки, m - номер столбца, индексация начинается с 1

Элементы массива в строке отделяются запятыми или пробелами, а в столбце – точкой с запятой (;)

Задание одномерных массивов

Задание в командной строке: $x = [1,2,3,4]$ или $x = [1\ 2\ 3\ 4]$

Задание отдельных элементов: $x(3)=3$

Задание как диапазон значений: $X = XN[:HX] : XK$ $x = 1:0.001:5;$

Длину массива можно найти командой: `length (x)`

`ans =`

4001

(;) в конце команды предотвращает вывод результатов в командное окно

Некоторые команды для создания одномерных массивов

linspace (a,b) – массив из 100 равноотстоящих чисел между a и b , с включением конечных значений a и b ;

linspace (a,b,n) - массив из n равноотстоящих чисел на отрезке $[a,b]$ с включением конечных значений a и b ;

logspace (a,b) - массив из n чисел на отрезке $[10^a, 10^b]$, равноотстоящих в логарифмическом масштабе с включением конечных значений 10^a и 10^b

Задание двумерных массивов

Задание в командной строке: $x = [1,2,3,4;5,6,7,8]$

Задание отдельных элементов: $x(2,3)=7$

Оператор `[]` объединяет в матрицы вектор-строки $X = [u;v;w]$

и вектор-столбцы $Y = [u,v,w]$, а также матрицы:

горизонтальное объединение $X = [A,B]$

вертикальное объединение $Y = [C;D]$

При этом необходимо соответствие размерностей

Пустой массив задаётся символом `[]`, он используется и для удаления элементов и массивов

Обращение к отдельной p -ой строке массива: $y = [p,:]$

Обращение к k -ому столбцу массива: $y =[:,k]$

Команда $B = A(:, :)$ обращается ко всем элементам матрицы, т.е. создаёт копию матрицы A

Элементарные матрицы

- **zeros(n,m)** - матрица из нулей размера $n \times m$
- **ones(n,m)** – матрица из единиц размера $n \times m$
- **rand(n,m)** – матрица случайных чисел размера $n \times m$
- **eye(n)** – единичная матрица порядка n
- **eye(n,m)** – матрица из единиц на главной диагонали размера $n \times m$
- **magic(n)** – магическая матрица порядка n

Операции над матрицами

- $+$ - сложение матриц – функция `plus(A,B)`
- $-$ - вычитание матриц – функция `minus(A,B)`
- $*$ - умножение матриц – функция `mtimes(A,B)`
- $.*$ - поэлементное умножение матриц – функция `times(A,B)`
- $.^{\wedge}$ - поэлементное возведение в степень – функция `power(A,B)`
- $'$ - комплексное сопряжение и транспонирование – функция `ctranspose(A,B)`
- $.'$ – транспонирование матрицы – функция `transpose(A)`
- $/$ и \backslash - матричное деление – функции `A*inv(B)` и `inv(A)*B`
- $./$ и $.\backslash$ - поэлементное деление матриц – функции `rdivide(A,B)` и `ldivide(A,B)`

Удаление p -ой строки матрицы: `y[p,:]=[]`

Пусть A -матрица порядка $n \times m$ и $(s(1), \dots, s(n))$ – перестановка чисел индексов $(1, \dots, n)$ строк, тогда команда

`B=[A(s(1),:); A(s(2),:); ... A(s(n),:)]`; задаёт перестановку строк

Функции матриц

- $\det(A)$ – определитель матрицы
- $B=\text{inv}(A)$ – обратная матрица
- $[n,m]=\text{size}(A)$ – размерность матрицы
- $S=\text{length}(A)$ - максимальный размер матрицы A ,
 $s=\text{max}(\text{size}(A))$
- $\text{trace}(A)$ – след матрицы, сумма диагональных элементов, матрица может быть не квадратной
- $\text{sum}(A)$ – вектор, состоящий из сумм элементов столбцов
- $\text{prod}(A)$ - вектор, состоящий из произведений элементов столбцов
- $V=\text{diag}(A)$ – вектор-столбец элементов главной диагонали
- $A=\text{diag}(V)$ – диагональная матрица с вектором V элементов главной диагонали
- $U=\text{triu}(A)$ – верхняя треугольная часть матрицы
- $U=\text{tril}(A)$ – нижняя треугольная часть матрицы
- $P=\text{poly}(A)$ – характеристический полином матрицы A
- $J=\text{Jordan}(A)$ – Жорданова форма матрицы A

Символьная математика

Инструментарий символьной математики – **Symbolic Math Toolbox**

>> **help symbolic** - перечень команд и функций

>> **funtool** – вызов графического окна для выполнения операций над символьными функциями и для построения графиков функций.

Для работы с символьной математикой тип объектов `sym`.

Примеры

Задание символьного выражения (138байт):

```
expr=sym('2*x+3*y');
```

Задание символьной переменной x (126байт): `x=sym('x');`

Задание символьного числа π (128байт): `pi=sym('pi');`

Задание символьных переменных y, z, t : `syms y z t;`

Символьный вывод выровнен слева.

1) >> syms x y

>> (x-y)*(x-y)^2

ans =

$(x-y)^3$

2) >> expand(ans)

ans =

$x^3 - 3*x^2*y + 3*x*y^2 - y^3$

3) >> factor(ans)

ans =

$(x-y)^3$

Функции, задаваемые пользователем

- Задать функцию $f(x)=x^2$

1. `>> f = @ (x) x^2`

`f =`

`@ (x) x^2`

2. `>> f1 = inline ('x^2','x')`

`f1 =`

Inline function:

`f1(x) = x^2`

Обращение к заданной функции:

`>> f(4)` или `>> f1(4)`

Задания

1. Выполните несколько арифметических операций с произвольными числами.
2. Познакомьтесь с возможностями получения справочной информации.
3. Выполните несколько команд.
4. Создайте массивы размерности 2×3 и 3×2 , задав значения их элементов. Перемножьте массивы. Выполните различные математические операции с этими массивами. Изучите содержимое окон на рабочем столе.

5. Выполните примеры с символьными переменными.

a) `>> syms x y`
`>>(x-y)*(x-y)^2`
`ans =`
`(x-y)^3`

b) `>>simplify ((x^3-y^3)/(x-y))`
`ans =`
`x^2+x*y+y^2`

c) Сравните команды `simplify` и `simple`, применив их к выражению:

`sin(x)*cos(y)+cos(x)*sin(y)`

Ознакомьтесь с описанием этих функций.

d) Сравните команды:

`>> cos(pi/2)` и `>> cos(sym('pi/2'))`

`>> sym('1/2')+sym('1/3')`

6. Сравните результаты вычислений:

```
>> 3^45
```

```
ans =
```

```
2.9543e+021
```

```
>> vpa(3^45)
```

```
ans =
```

```
2954312706550833610752. - точность до 16-ого знака
```

```
>> vpa('3^45')
```

```
ans =
```

```
2954312706550833698643. - точный результат
```