



Вычислительная математика

Теория и практика в среде

MATLAB®



Что такое MATLAB?

MATLAB – это высокопроизводительный язык для технических расчетов. Он включает в себя вычисления, визуализацию и программирование в удобной среде, где задачи и решения выражаются в форме, близкой к математической. Типичное использование MATLAB – это:

- математические вычисления
- создание алгоритмов
- моделирование
- анализ данных, исследования и визуализация
- научная и инженерная графика
- разработка приложений, включая создание графического интерфейса

MATLAB – это интерактивная система, в которой основным элементом данных является массив. Это позволяет решать различные задачи, связанные с техническими вычислениями, особенно в которых используются матрицы и вектора, в несколько раз быстрее, чем при написании программ с использованием "скалярных" языков программирования, таких как Си или Фортран.

Основные компоненты MATLAB

Система MATLAB (**MAT**rix**LAB**oratory) разрабатывается фирмой MathWorks, создана для работы в среде Windows и представляет собой интерактивную среду для вычислений и моделирования, причем она может работать как в режиме непосредственных вычислений, так и в режиме интерпретации написанных программ. Сильная сторона системы – виртуозная работа с матрицами и векторами.

Среда разработки – набор инструментов и средств обслуживания (графические пользовательские интерфейсы, рабочий стол, окна, редактор-отладчик, браузеры)

Библиотека математических функций – собрание вычислительных алгоритмов

Язык – высокого уровня объектно-ориентированного программирования

Графика – функции высокого уровня для визуализации данных, обработки изображений, анимации

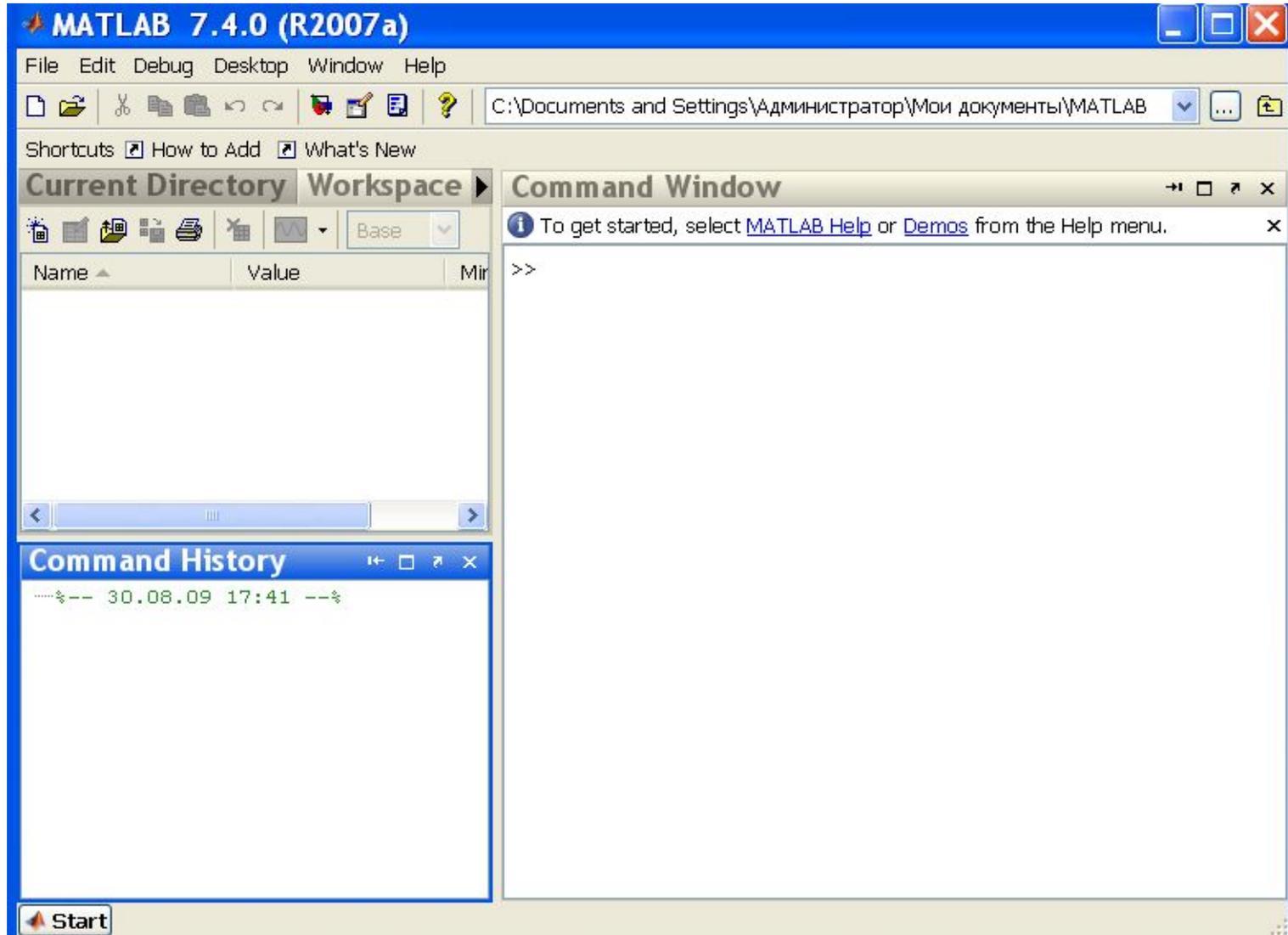
MATLAB API (Application Program Interface) – библиотека, позволяющая

Инструментальные средства рабочего стола

- **Командное окно (Command Window)** – ввод команд, переменных, выполнение функций и m-файлов
- **Браузер рабочей области (Workspace Browser)** – информация обо всех переменных, массивах, созданных в течение сеанса MATLAB
- **Редактор массива (Array Editor)** – для просмотра и редактирования массивов, которые находятся в рабочей области
- **История команд (Command History)** – для просмотра, копирования и выполнения выбранных команд
- **Браузер текущего каталога (Current Directory Browser)** – содержит m-файлы, которые можно выполнить в командном окне
- **Кнопка старта (Start)** – доступ к инструментальным средствам, демо-версиям и документации
- **Браузер справки (Help Browser)**
- **Редактор/отладчик (Editor/Debugger)** - создание и отладка m-файлов
- **Профилировщик (Profiler)** – графический интерфейс пользователя , помогающий улучшать работу m-файлов (команда - profile viewer)

Некоторые характеристики инструментальных средств можно определить, выбирая **Preferences** из меню **File**

Командное окно (Command Window)



Браузер рабочей области (Workspace Browser)

The screenshot displays the MATLAB 7.4.0 (R2007a) environment. The main window is titled "MATLAB 7.4.0 (R2007a)" and contains several panes:

- Directory Workspace:** Shows a table of variables in the workspace.
- Command Window:** Displays the execution of MATLAB commands and their output.
- Command History:** Lists previously executed commands.

Directory Workspace Table:

| Name | Value | Memory |
|------|-------|--------|
| ans | 5 | 5 |
| v1 | 1694 | 1694 |

Command Window Output:

```
To get started, select MATLAB Help or Demos from the Help menu.

5

>> v1=847*2

v1 =

    1694

>> who

Your variables are:

ans v1

>> whos

Name      Size      Bytes  Class  Attributes

ans       1x1         8  double

v1        1x1         8  double

>> |
```

Command History:

```
-- 30.08.09 17:41 --
3+2
sin(100)
3*2

-- 30.08.09 19:12 --
who
sin(100)
3+2
v1=847*2
who
whos
```

Delete Start

OVR

Workspace

File Edit View Graphics Debug Desktop Window Help

Stack: Base

| Name ^ | Value | Min | Max |
|--------|--------------|------|------|
| v1 | 1694 | 1694 | 1694 |
| x | <4x4 double> | 1 | 16 |
| y | <4x4 double> | -8 | -0.5 |

MATLAB 7.4.0 (R2007a)

File Edit Debug Desktop Window Help

C:\Documents and Settings\Администратор\Мои документы\MATLAB

Shortcuts How to Add What's New

Command History

```

-- 30.08.09 19:12 --
x=magic(4)
y=x*(-0.5)

```

Command Window

To get started, select [MATLAB Help](#) or [Demos](#) from the Help menu.

```

>> x=magic(4)

x =

    16     2     3    13
     5    11    10     8
     9     7     6    12
     4    14    15     1

>> y=x*(-0.5)

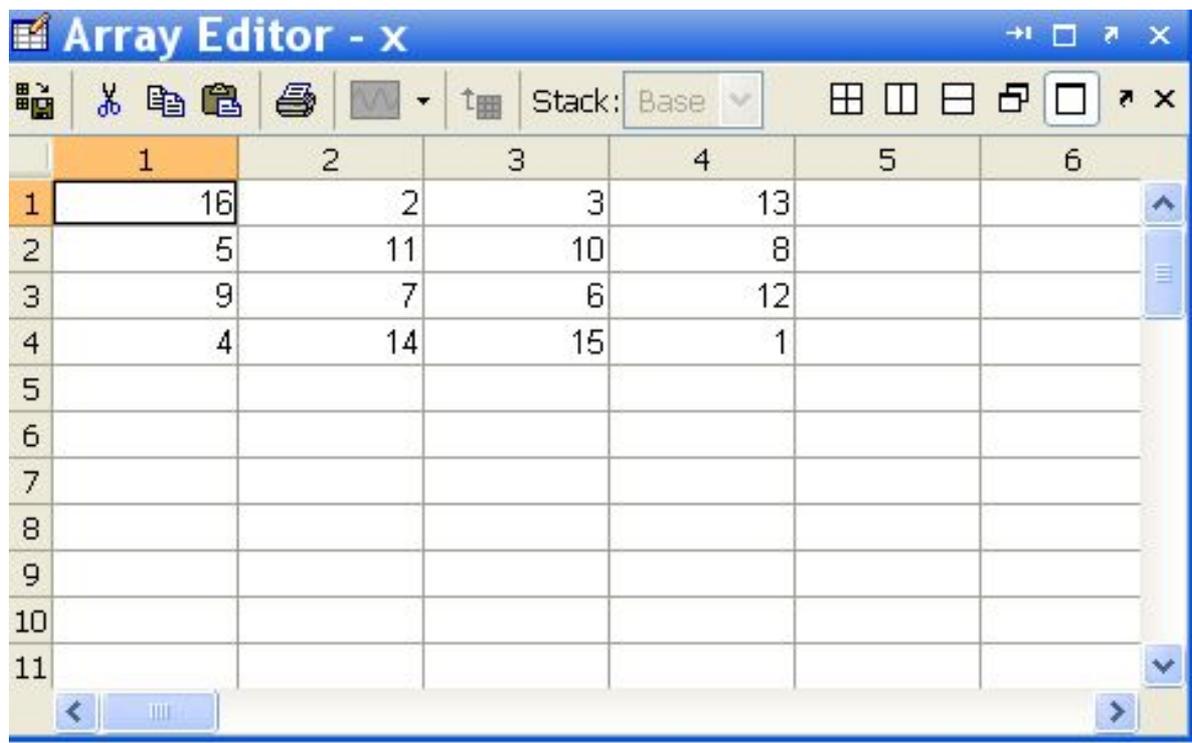
y =

 -8.0000  -1.0000  -1.5000  -6.5000
 -2.5000  -5.5000  -5.0000  -4.0000
 -4.5000  -3.5000  -3.0000  -6.0000
 -2.0000  -7.0000  -7.5000  -0.5000

>>

```

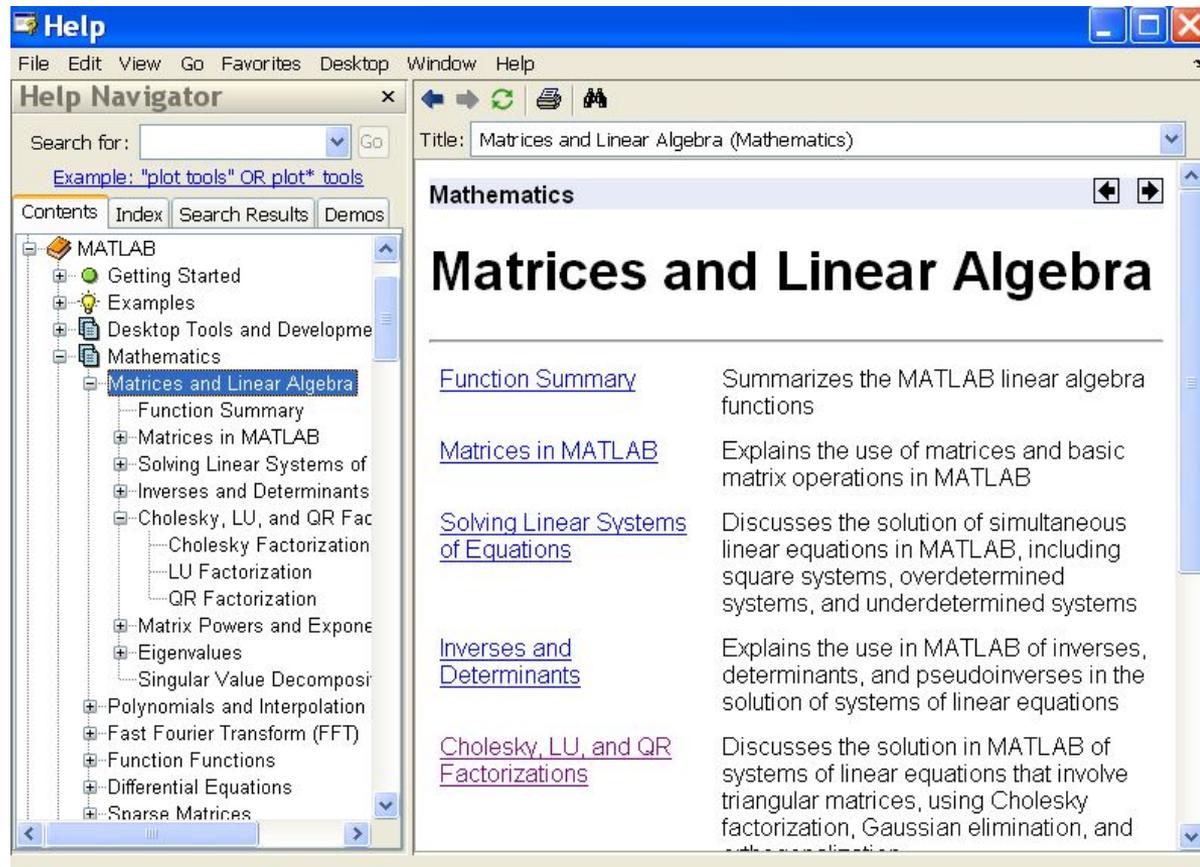
Редактор массива (Array Editor)



The screenshot shows a window titled "Array Editor - x" with a toolbar containing icons for file operations and a "Stack: Base" dropdown. The main area is a grid with 11 rows and 6 columns. The first row is highlighted in orange. The data in the grid is as follows:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----|----|----|----|----|---|---|
| 1 | 16 | 2 | 3 | 13 | | |
| 2 | 5 | 11 | 10 | 8 | | |
| 3 | 9 | 7 | 6 | 12 | | |
| 4 | 4 | 14 | 15 | 1 | | |
| 5 | | | | | | |
| 6 | | | | | | |
| 7 | | | | | | |
| 8 | | | | | | |
| 9 | | | | | | |
| 10 | | | | | | |
| 11 | | | | | | |

Браузер справки (Help Browser)



Вызов – кнопка справки»?» или команда **helpbrowser**

Электронные книги в формате html

help < имя m-функции> : help magic

- **clc** – эта команда очищает командное окно, но оставляет неизменным содержимое буфера команд и рабочего пространства
- **clear** – удаление всех переменных из **Workspace**
- **who** – отображение имён переменных, размещённых в данный момент в рабочем пространстве
- При вводе команды длиной в несколько физических строк каждая текущая строка завершается тремя точками и нажатием на клавишу **ENTER**
- После завершения сеанса работы с MATLAB все ранее вычисленные переменные теряются. Для сохранения в файле на диске компьютера содержимого рабочего пространства используют команды:

Save Workspace As в меню **File**; **Import Data** в меню **File**

Для загрузки в последующих сеансах работы в оперативную память компьютера ранее сохранённого файла, содержащего рабочее пространство MATLAB, нужно выполнить в меню **File** команду

Load Workspace

Дополнительные команды справочной системы

- **computer** – тип компьютера, на котором установлена текущая версия MATLAB
- **info** – информация о фирме Math Works
- **ver** – информация об установленной версии и пакетах расширений
- **version** – краткая информация об установленной версии
- **what** – имена файлов текущего каталога
- **what name** – имена файлов каталога, заданного именем
- **what newname** – содержимое файлов каталога, заданного именем
- **which name** – путь доступа к функции с данным именем
- **help demos** – список примеров в справочной системе
- **bench** – тест на быстродействие компьютера и сравнение с другими типами компьютеров

Типы данных MATLAB

- **logical** (true – 1, false – 0)
- **char** – символьная строка
- **numeric** – массивы чисел с плавающей запятой точности `single` или `double`, массивы целых чисел со знаком и без
- **int**: `int8` (массив 8-разрядных целых чисел со знаком, 1 байт на одно число), `int16` (2 байта на одно число), `int32` (4 байта на одно число), `int64` (8 байт на одно число); функция преобразования в целый тип со знаком `ix=int(x)`
- **uint**: `uint8` (массив 8-разрядных чисел без знака), `uint16`, `uint32`, `uint64`; функция преобразования `y=uint8(x)`
- **single** – массив чисел с плавающей запятой одинарной точности (4 байта на одно число): функция

- **double** – массив чисел с плавающей запятой двойной точности (16 знаков); все вычисления MATLAB делаются с двойной точностью; функция преобразования `double(...)`
- **cell array** – массив ячеек, в которых можно хранить массивы различных типов и/или размеров
- **structure** – структурированный массив полей для хранения данных с именами
- **function handle** – дескриптор функции (описатель) содержит в виде структуры всю информацию о функции, которая используется в ссылках на неё, для определения местонахождения, выполнения и оценивания функции; обычно передаётся в списке параметров к другим функциям

Пример получения дескриптора функции sin:

```
Z=functions(@sin) %получаем массив 1 x 1 типа структура
```

```
Z=
```

```
function: 'sin'
```

```
type: 'simple'
```

```
file: 'MATLAB built-in function'
```

Имя переменной:

длина - до 63 символов;

не должно совпадать с именами функций и процедур;

должно начинаться с буквы;

может содержать буквы, цифры, знак подчёркивания;

различаются большие и маленькие буквы

Форматы представления чисел на экране

- **short** – целая часть (по модулю) менее 1000, после запятой 4 знака:

```
>> format short  
x=112.1416
```

- **short e** – числа с плавающей запятой с 5 знаками: $x = 1.1214e+002$
- **long** – 16 знаков, целая часть (по модулю) менее 100:

```
>> format long  
x=23.14069263277927
```

- **long e** - числа с плавающей запятой с 16 знаками:
 $x=2.314069263277927e+001$
- **rat** – числа в виде рациональной дроби: $\pi=355/113$
- **hex** – 16-ричное представление числа с двойной точностью: $\pi=400921fb54442d18$

Арифметические операции

+ - сложение

- - вычитание

* - умножение

/ - деление

^ - возведение в степень

В одной строке командного окна выражения
разделяются символом (;)

Перенос длинной командной строки с помощью (...)

Оператор присваивания: <имя переменной> =
<выражение>

Алгебраические функции

**Sin(Z), sinh(Z), asin(Z), cos(Z), cosh(Z), acos(Z), tan(Z), tanh(Z),
atan(Z), cot(Z), coth(Z), acot(Z), exp(Z), log(Z), sqrt(Z),abs(Z),
sign(Z), pi**

Переменная Z может принимать как действительные, так и комплексные значения.

Комплексные переменные вводятся следующим оператором присваивания:

<имя переменной> = <Действительная часть> + i | j* Мнимая часть

В MATLAB переменным i, j по умолчанию присвоено значение $(-1)^{0,5}$

Задание массивов

Все переменные MATLAB являются массивами

Отдельная переменная – массив 1x1

Числовые массивы по умолчанию имеют тип double

Положение элементов массивов определяется индексами:

$x(n,m)$, где n - номер строки, m - номер столбца, индексация начинается с 1

Элементы массива в строке отделяются запятыми или пробелами, а в столбце – точкой с запятой (;)

Задание одномерных массивов

Задание в командной строке: $x = [1,2,3,4]$ или $x = [1\ 2\ 3\ 4]$

Задание отдельных элементов: $x(3)=3$

Задание как диапазон значений: $X = XN[:NX]:XK$ $x = 1:0.001:5;$

Длину массива можно найти командой: `length(x)`

`ans =`

4001

(;) в конце команды предотвращает вывод результатов в командное окно

Некоторые команды для создания одномерных массивов

linspace (a,b) – массив из 100 равноотстоящих чисел между a и b , с включением конечных значений a и b ;

linspace (a,b,n) - массив из n равноотстоящих чисел на отрезке $[a,b]$ с включением конечных значений a и b ;

logspace (a,b) - массив из n чисел на отрезке $[10^a, 10^b]$, равноотстоящих в логарифмическом масштабе с включением конечных значений 10^a и 10^b

Задание двумерных массивов

Задание в командной строке: $x = [1,2,3,4;5,6,7,8]$

Задание отдельных элементов: $x(2,3)=7$

Оператор `[]` объединяет в матрицы вектор-строки $X = [u;v;w]$

и вектор-столбцы $Y = [u,v,w]$, а также матрицы:

горизонтальное объединение $X = [A,B]$

вертикальное объединение $Y = [C;D]$

При этом необходимо соответствие размерностей

Пустой массив задаётся символом `[]`, он используется и для удаления элементов и массивов

Обращение к отдельной p -ой строке массива: $y = [p,:]$

Обращение к k -ому столбцу массива: $y =[:,k]$

Команда $B = A(:, :)$ обращается ко всем элементам матрицы, т.е. создаёт копию матрицы A

Элементарные матрицы

- **zeros(n,m)** - матрица из нулей размера $n \times m$
- **ones(n,m)** – матрица из единиц размера $n \times m$
- **rand(n,m)** – матрица случайных чисел размера $n \times m$
- **eye(n)** – единичная матрица порядка n
- **eye(n,m)** – матрица из единиц на главной диагонали размера $n \times m$
- **magic(n)** – магическая матрица порядка n

Операции над матрицами

- $+$ - сложение матриц – функция `plus(A,B)`
- $-$ - вычитание матриц – функция `minus(A,B)`
- $*$ - умножение матриц – функция `mtimes(A,B)`
- $.*$ - поэлементное умножение матриц – функция `times(A,B)`
- $.^{\wedge}$ - поэлементное возведение в степень – функция `power(A,B)`
- $'$ - комплексное сопряжение и транспонирование – функция `ctranspose(A,B)`
- $.'$ – транспонирование матрицы – функция `transpose(A)`
- $/$ и \backslash - матричное деление – функции `A*inv(B)` и `inv(A)*B`
- $./$ и $.\backslash$ - поэлементное деление матриц – функции `rdivide(A,B)` и `ldivide(A,B)`

Удаление p -ой строки матрицы: `y[p,:]=[]`

Пусть A -матрица порядка $n \times m$ и $(s(1), \dots, s(n))$ – перестановка чисел индексов $(1, \dots, n)$ строк, тогда команда

`B=[A(s(1),:); A(s(2),:); ... A(s(n),:)]`; задаёт перестановку строк

Функции матриц

- $\det(A)$ – определитель матрицы
- $B=\text{inv}(A)$ – обратная матрица
- $[n,m]=\text{size}(A)$ – размерность матрицы
- $S=\text{length}(A)$ - максимальный размер матрицы A ,
 $s=\text{max}(\text{size}(A))$
- $\text{trace}(A)$ – след матрицы, сумма диагональных элементов, матрица может быть не квадратной
- $\text{sum}(A)$ – вектор, состоящий из сумм элементов столбцов
- $\text{prod}(A)$ - вектор, состоящий из произведений элементов столбцов
- $V=\text{diag}(A)$ – вектор-столбец элементов главной диагонали
- $A=\text{diag}(V)$ – диагональная матрица с вектором V элементов главной диагонали
- $U=\text{triu}(A)$ – верхняя треугольная часть матрицы
- $U=\text{tril}(A)$ – нижняя треугольная часть матрицы
- $P=\text{poly}(A)$ – характеристический полином матрицы A
- $J=\text{Jordan}(A)$ – Жорданова форма матрицы A

Символьная математика

Инструментарий символьной математики – **Symbolic Math Toolbox**

>> **help symbolic** - перечень команд и функций

>> **funtool** – вызов графического окна для выполнения операций над символьными функциями и для построения графиков функций.

Для работы с символьной математикой тип объектов `sym`.

Примеры

Задание символьного выражения (138байт):

```
expr=sym('2*x+3*y');
```

Задание символьной переменной x (126байт): `x=sym('x');`

Задание символьного числа π (128байт): `pi=sym('pi');`

Задание символьных переменных y, z, t : `syms y z t;`

Символьный вывод выровнен слева.

1) >> syms x y

>> (x-y)*(x-y)^2

ans =

(x-y)^3

2) >> expand(ans)

ans =

$x^3 - 3*x^2*y + 3*x*y^2 - y^3$

3) >> factor(ans)

ans =

(x-y)^3

Функции, задаваемые ПОЛЬЗОВАТЕЛЕМ

- Задать функцию $f(x)=x^2$

1. `>> f = @ (x) x^2`

`f =`

`@ (x) x^2`

2. `>> f1 = inline ('x^2','x')`

`f1 =`

Inline function:

`f1(x) = x^2`

Обращение к заданной функции:

`>> f(4)` или `>> f1(4)`

Задания

1. Выполните несколько арифметических операций с произвольными числами.
2. Познакомьтесь с возможностями получения справочной информации.
3. Выполните несколько команд.
4. Создайте массивы размерности 2×3 и 3×2 , задав значения их элементов. Перемножьте массивы. Выполните различные математические операции с этими массивами. Изучите содержимое окон на рабочем столе.

5. Выполните примеры с символьными переменными.

a) `>> syms x y`
`>>(x-y)*(x-y)^2`
ans =
 $(x-y)^3$

b) `>>simplify ((x^3-y^3)/(x-y))`
ans =
 $x^2+x*y+y^2$

c) Сравните команды `simplify` и `simple`, применив их к выражению:

$\sin(x)*\cos(y)+\cos(x)*\sin(y)$

Ознакомьтесь с описанием этих функций.

d) Сравните команды:

`>> cos(pi/2)` и `>> cos(sym('pi/2'))`

`>> sym('1/2')+sym('1/3')`

6. Сравните результаты вычислений:

```
>> 3^45
```

```
ans =
```

```
2.9543e+021
```

```
>> vpa(3^45)
```

```
ans =
```

```
2954312706550833610752. - точность до 16-ого знака
```

```
>> vpa('3^45')
```

```
ans =
```

```
2954312706550833698643. - точный результат
```