ТЕМА:

Объемы тел

- Проект выполнили ученики11 класса МОУ «Речушинская СОШ»

Содержание:

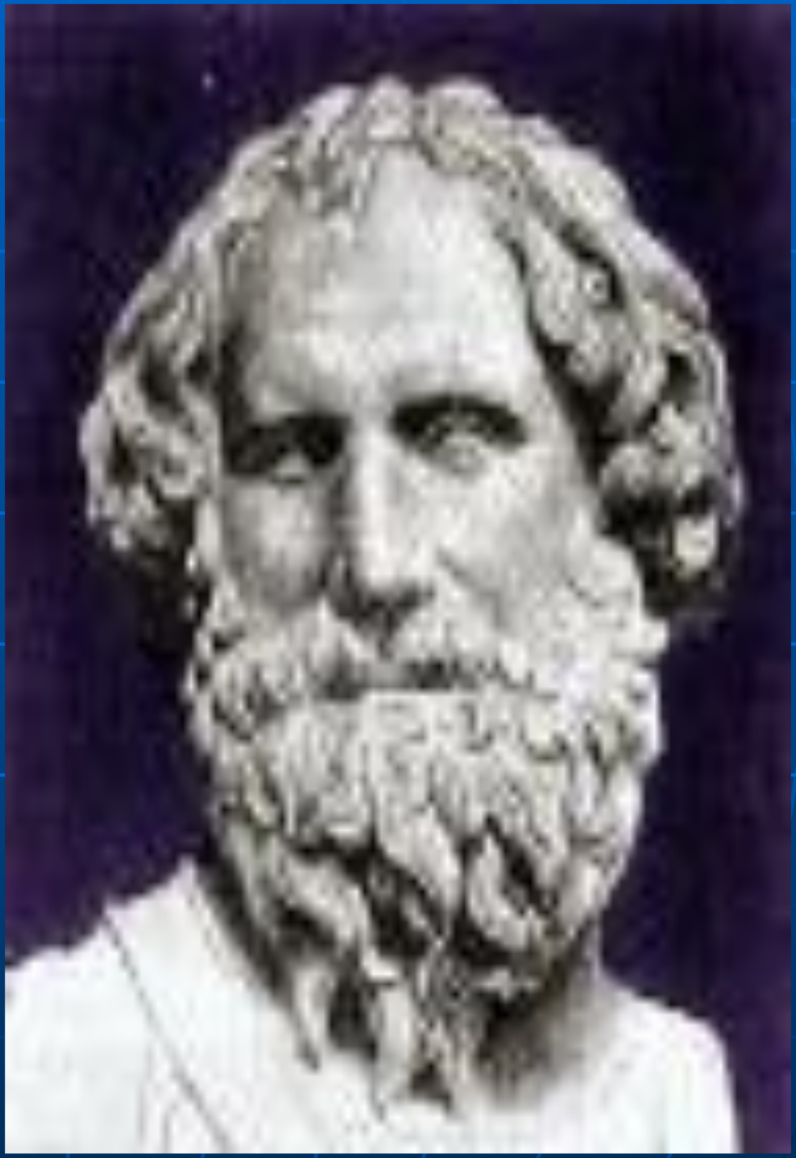
- История изучения объемов тел.
- История измерения объемов тел.
- Понятие объема.
- Свойства объемов тел.
- Объем куба.
- Объем прямоугольного параллелепипеда.
- Объем прямой призмы.
- Объем цилиндра.
- Объем пирамиды.
- Объем конуса.
- Объем шара.
- Нерассмотренные формулы объемов.
- Вывод.

История изучения объемов тел:

- Начало геометрии было положено в древности при решении чисто практических задач. Со временем, когда накопилось большое количество геометрических фактов, у людей появилось потребность обобщения, уяснения зависимости одних элементов от других, установления логических связей и доказательств. Постепенно создавалась геометрическая наука. Примерно в VI - V вв. до н. э. в Древней Греции в геометрии начался новый этап развития, что объясняется высоким уровнем, которого достигла общественно-политическая и культурная жизнь в греческих государствах.

- Архимед

- В древнеегипетских папирусах, в вавилонских клинописных табличках встречаются правила для определения объема усеченной пирамиды, но не сообщаются правила для вычисления объема полной пирамиды. Определять объем призмы, пирамиды, цилиндра и конуса умели древние греки и до Архимеда. И только он нашел общий метод, позволяющий определить любую площадь или объем. Идеи Архимеда легли в основу интегрального исчисления. Сам Архимед определил с помощью своего метода площади и объемы почти всех тел, которые рассматривались в античной математике. Он вывел, что объем шара, составляет две трети от объема описанного около него цилиндра. Он считал это открытие самым большим своим достижением.

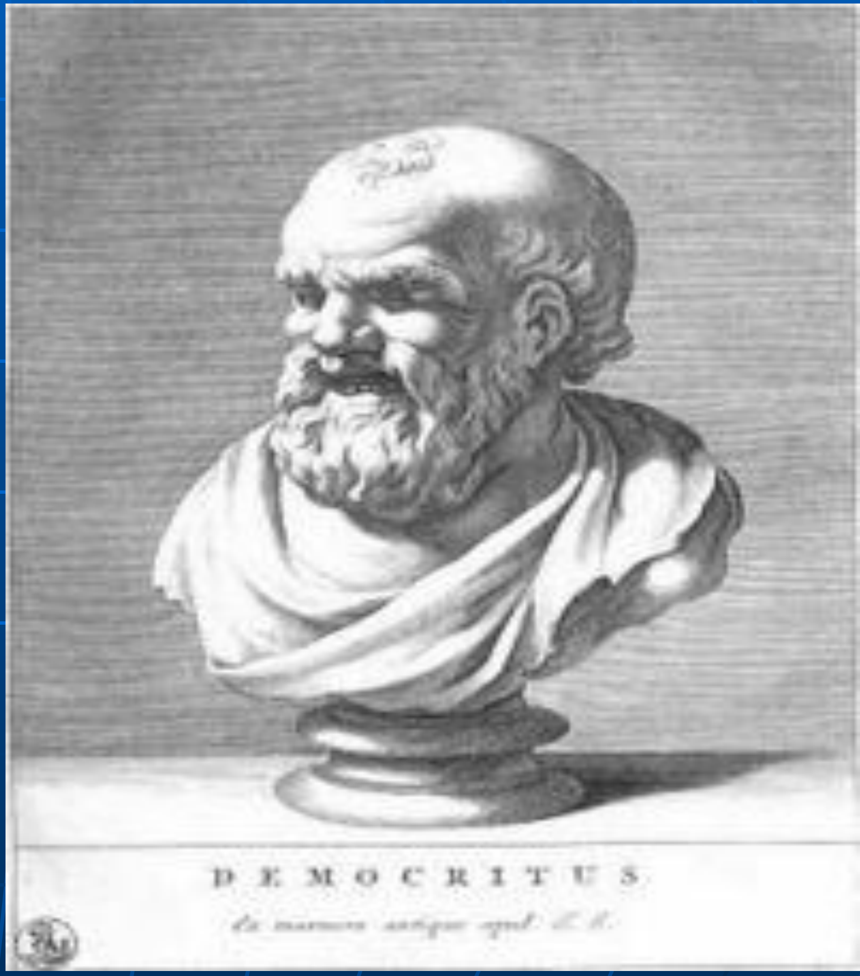


История измерения объемов тел:

- В Древнем Египте гробницы фараонов имели форму пирамид. В III тысячелетии до н.э. египтяне сооружали ступенчатые пирамиды, сложенные из каменных блоков; позже египетские пирамиды приобрели геометрически правильную форму, например пирамида Хеопса, высота которой достигает почти 147м, и др. Внутри пирамид находились погребальные склепы и коридоры.

Демокрит

- Согласно Архимеду, еще в V до н.э. Демокрит из Абдеры установил, что объем пирамиды равен одной трети объема призмы с тем же основанием и той же высотой.



Евклид

- Полное доказательство этой теоремы дал Евдокс Книдский в IV до н.э.

- **Теоремы Евклида**
- Объемы зерновых амбаров и других сооружений в виде кубов, призм и цилиндров египтяне и вавилоняне, китайцы и индийцы вычисляли путем умножения площади основания на высоту. Однако древнему Востоку были известны в основном только отдельные правила, найденные опытным путем, которыми пользовались для нахождения объемов для площадей фигур. В более позднее время, когда геометрия сформировалась как наука, был найден общий подход к вычислению объемов многогранников.
  Евклид не применяет термина “объем”. Для него термин “куб”, например, означает, и объем куба. В XI книге “Начал” изложены среди других и теоремы следующего содержания.

- **Параллелепипеды с одинаковыми высотами и равновеликими основаниями равновелики.**
- **Отношение объемов двух параллелепипедов с равными высотами равно отношению площадей их оснований.**

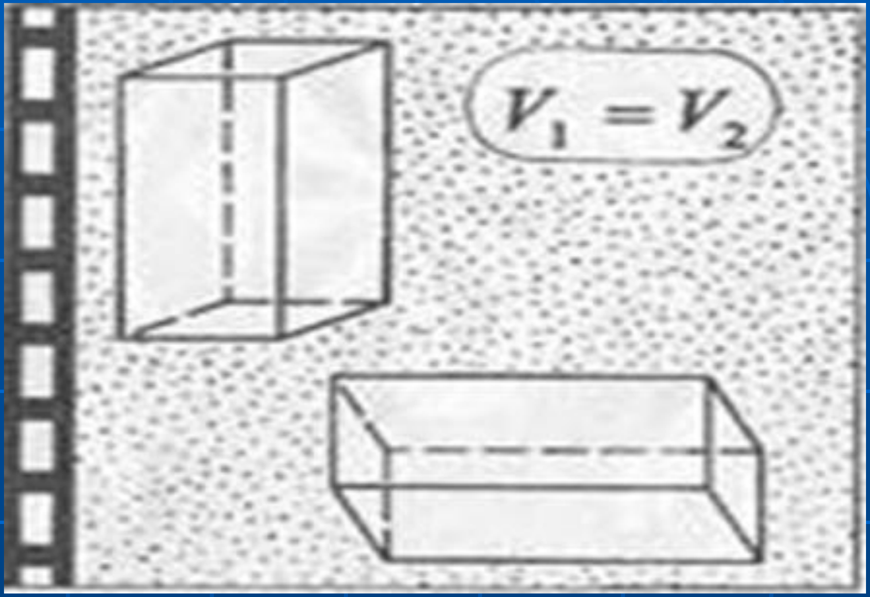
Понятие объема:

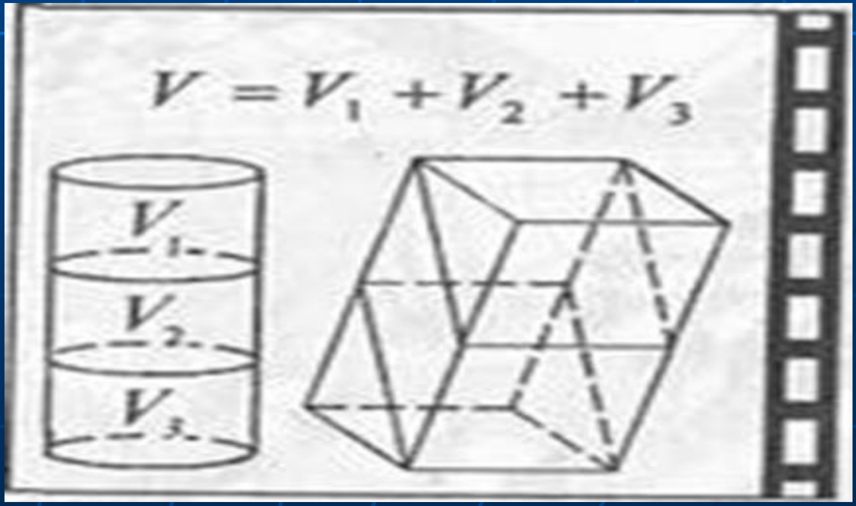
- Объем — это вместимость геометрического тела, т. е. части пространства, ограниченной одной или несколькими замкнутыми поверхностями. Вместимость или емкость выражается числом заключающихся в объеме кубических единиц. Процедура измерения объемов аналогична процедуре измерения площадей. При выбранной единице измерения объем каждого тела выражается положительным числом, которое показывает, сколько единиц измерения объемов и частей единицы содержится в данном теле. Ясно, что число, выражающее объем тела, зависит от выбора единицы измерения объемов, и поэтому единица измерения объемов указывается после этого числа.
- **Например, если в качестве единицы измерения объемов взят 1см3 и при этом объем *V* некоторого тела оказался равным 2, то пишут *V* = 2 см3.**

- Объемом тела называется положительная величина, характеризующая часть пространства, занимаемую телом, и обладающая следующими свойствами:
- **равные тела имеют равные объемы; при параллельном переносе тела его объем не изменяется;**
- **если тело разбить на части, являющиеся простыми телами, то объем тела равен объему его частей;**
- **за единицу объема принят объем куба, ребро которого равно единице длины;**

Свойства объемов тел:

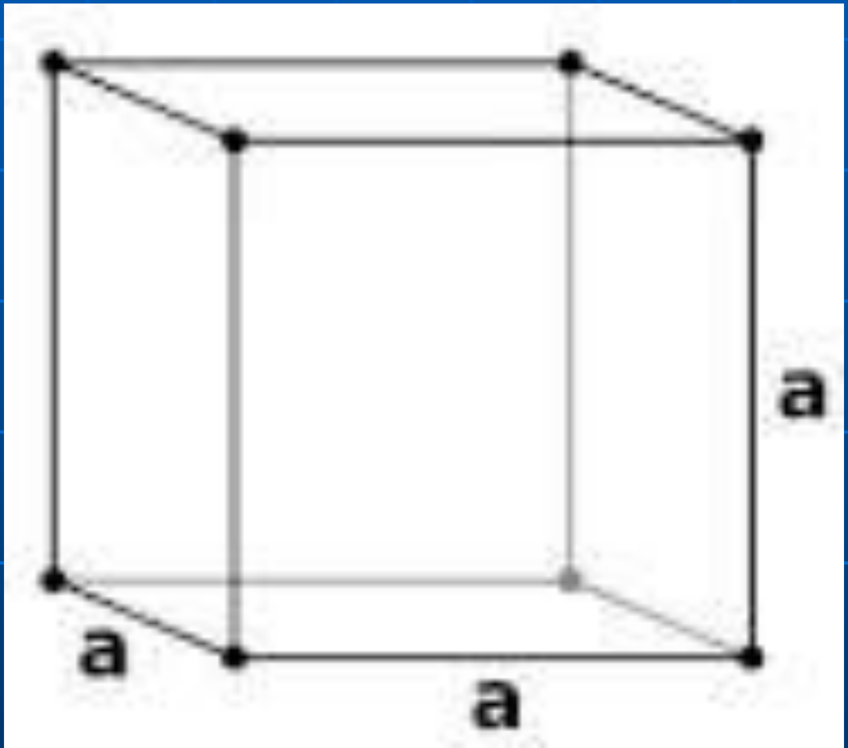
- Объем тела есть неотрицательное число;
- Если геометрическое тело составлено из геометрических тел, не имеющих общих внутренних точек, то объем данного тела равен сумме объемов тел его составляющих;
- Объем куба, ребро которого равно единице измерения длины, равен единице;
- Равные геометрические тела имеют равные объемы.
- **Следствие.** Если тело имеет объем *V*1 и содержится в теле, имеющем объем *V*2, то *V*1 < *V*2.





Объем куба:

- **$V = a^3$**
- где V - объем куба,
- а - длина грани куба.



Пример из жизни

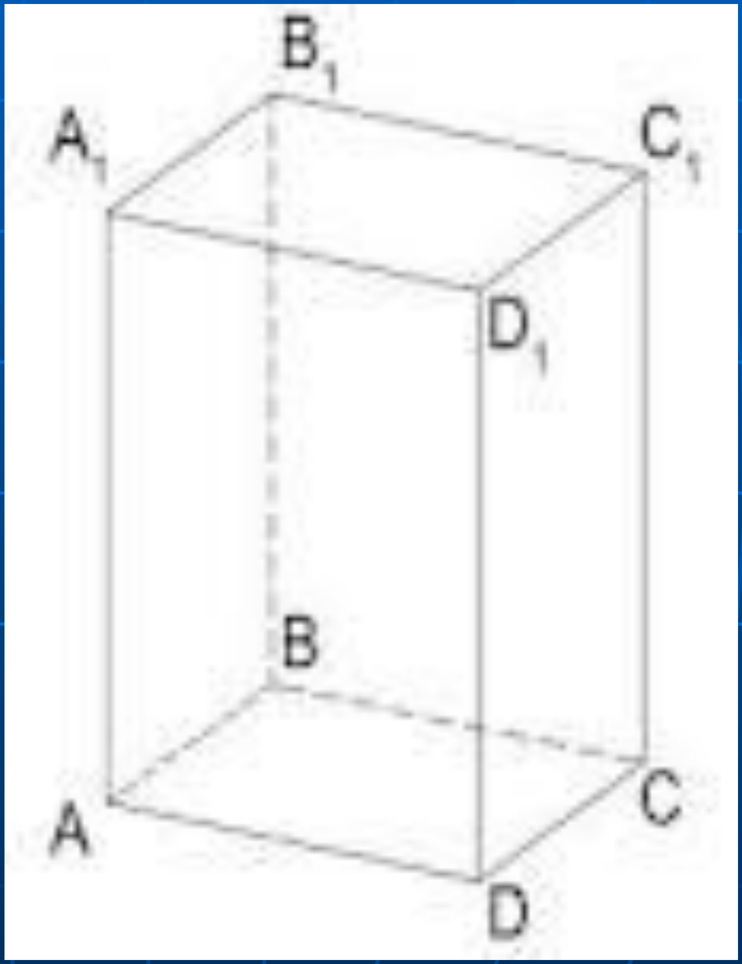
- В Берлине создан проект о построении многоэтажного здания в форме куба с ребром 50м. Найдите объем здания.

Решение

- Так как нам все дано, мы можем найти объем по формуле: <u>**$V = a^3$**</u>
- $V = (50м)^3 = 125000м^3$
- <u>Ответ</u>: $V = 125000м^3$

Объем прямоугольного параллелепипеда:

- Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению его длины, ширины и высоты.
- Формула объема прямоугольного параллелепипеда
- **$V = a \cdot b \cdot h$**
- где V - объем прямоугольного параллелепипеда,
- a - длина,
- b - ширина, h – высота



Пример из жизни

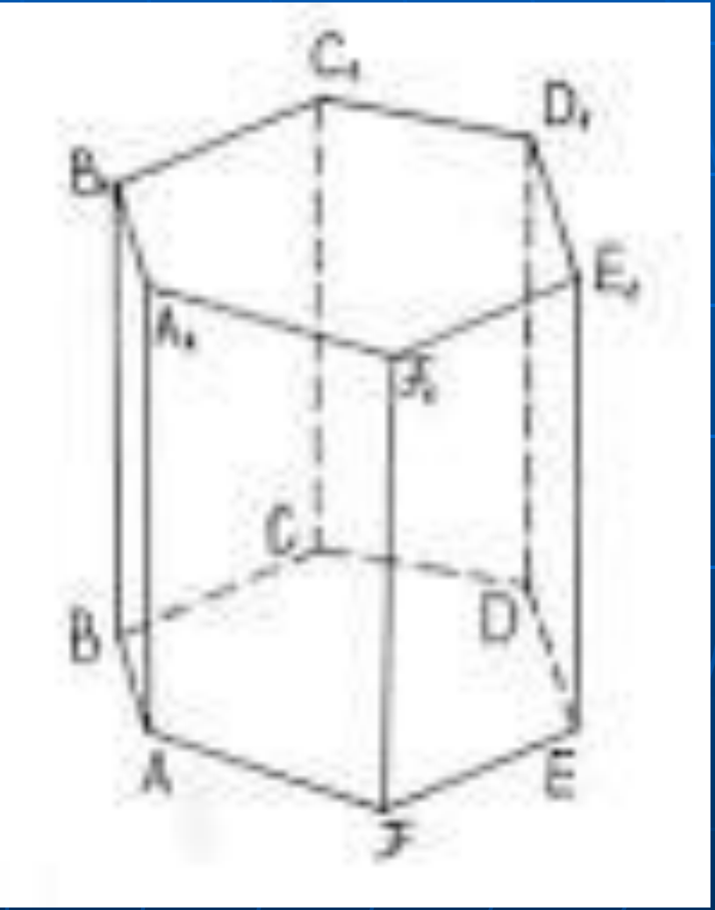
- Кирпич имеет форму прямоугольного параллелепипеда с измерениями 23см, 13см, 7,5см. Найдите объем кирпича.

Решение

- : Так как нам даны все три ребра, то мы можем с легкостью найти объем кирпича, по формуле:
- **$\underline{V = a \cdot b \cdot h}$**
- V= 23см * 13см * 7,5см= 2242,5см^3
- <u>Ответ</u>: V= 2242,5 см^3

Объем прямой призмы:

- Объем призмы равен произведению площади основания призмы, на высоту.
- Формула объема призмы
- $V = S_{\text{осн}}\, h$
- где V - объем призмы,
- $S_{\text{осн}}$ - площадь основания призмы,
- h - высота призмы.



Пример из жизни

- Из металлической заготовки в форме шестиугольной правильной призмы было заготовлено 20 ключей шестигранников , в основании ребро равно 5мм, а его высота в прямом состоянии равна 15см. Найдите объем металлической заготовки.

Решение

Решение: $\underline{V = S_{осн}\ h}$

Найдем площадь основания шестигранника по формуле: $3a^2\sqrt{3}/2$.

$S = 3 *(5мм)^2 * \sqrt{3} / 2 = 37{,}5\sqrt{3}мм^2$

Найдем объем шестигранника: 15см = 150мм

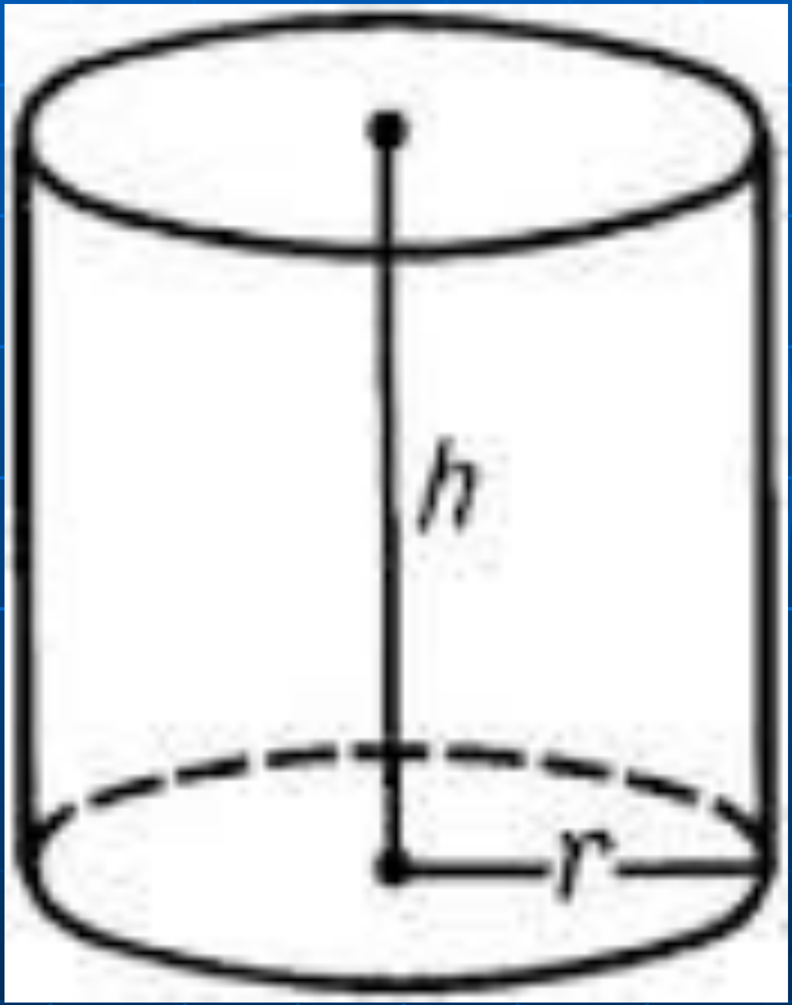
$V = 37{,}5\sqrt{3}мм^2 * 150мм = 5625\sqrt{3}мм^3$

<u>Ответ</u>: $V = 5625\sqrt{3}мм^3$

Объем цилиндра:

Объем цилиндра равен произведению площади его основания на высоту.

- Формулы объема цилиндра
- **$V = S_{осн} h$**
- **$V = п R^2 h$**
- где V - объем цилиндра,
- $S_{осн}$ - площадь основания цилиндра,
- R - радиус цилиндра,
- h - высота цилиндра,
- п = 3.141592.



Пример из жизни

- Сколько тонн нефти может перевезти поезд, имеющий в своём составе 15 цистерн, если диаметр котла каждой 3м, а длина 10,8 м, а плотность нефти составляет 850 кг/м^3?

Решение

Решение: <u>**$V = п R^2 h$**</u>

Найдем площадь основания котла по формуле: $S = п R^2$

$S = (1{,}5м)^2 3{,}14 = 7{,}065м^2$

Найдем объем котла по формуле: <u>**$V = п R^2 h$**</u>

$V = 7{,}065м^2 * 10{,}8м = 76{,}302м^3$

Теперь найдем массу нефти, вмещаемую в котел по формуле: <u>**m = pv**</u>

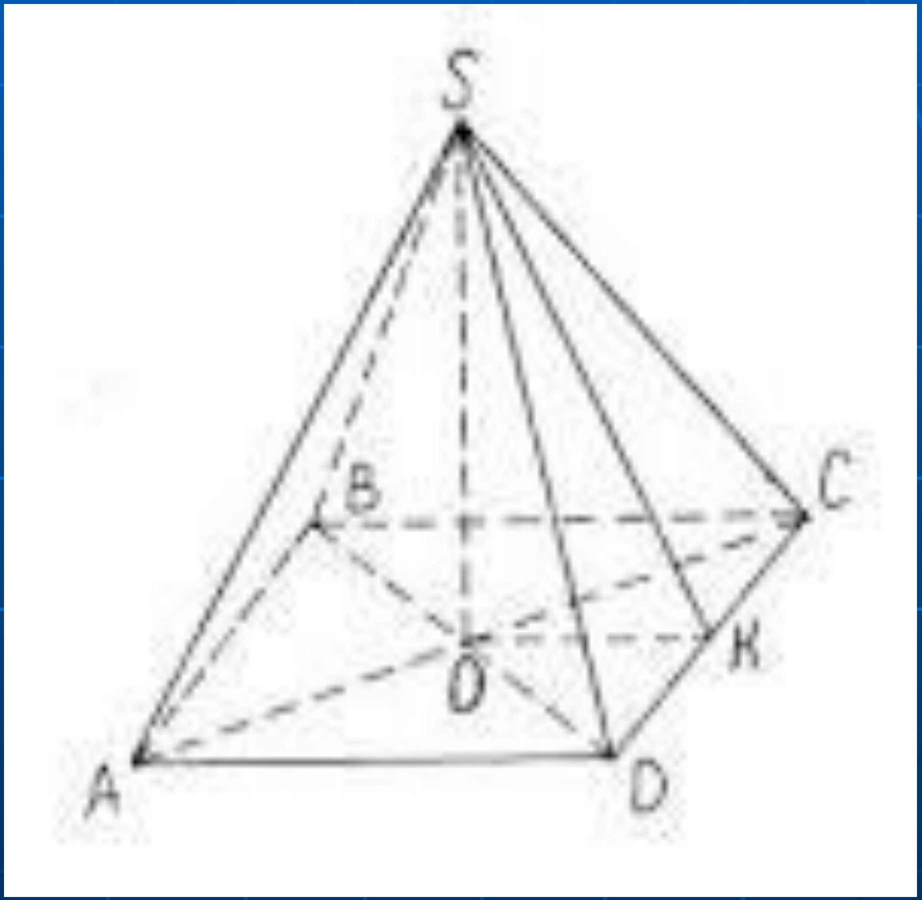
$m = 850$ кг/м^3 * 76,302м^3 = 64856,7кг, теперь переведем в тонны m = 64,8567т

Теперь умножаем на количество цистерн: 64,8567т * 15 = 972,8505т

<u>Ответ</u>: V = 972,8505т

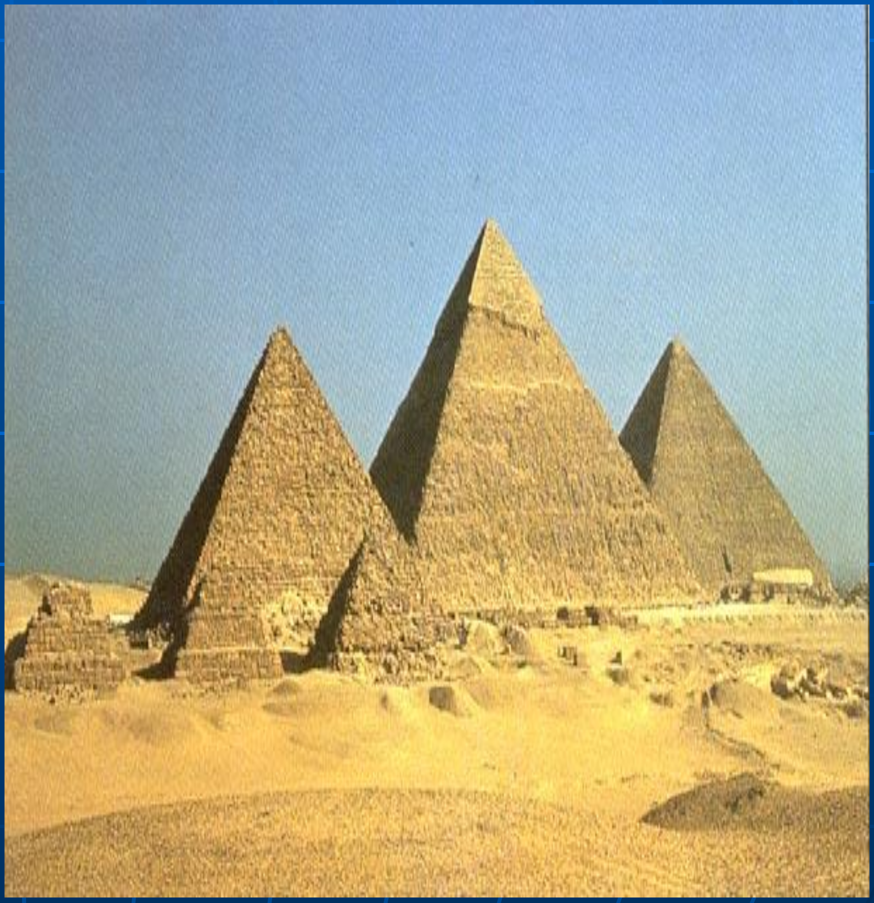
Объем пирамиды:

- Объем пирамиды равен одной третьей от произведения площади ее основания на высоту.
- Формула объема пирамиды
- $V = 1/3 S_{осн} \cdot h$
- где V - объем пирамиды,
- $S_{осн}$ - площадь основания пирамиды,
- h - длина высоты пирамиды.



Пример из жизни

- Найдите объем пирамиды Хеопса, если в основании лежит квадрат, и его сторона равна 230м, а высота пирамиды равна 146,6м.



Решение

Решение: **$V = 1/3S_{осн} \cdot h$**

Найдем площадь основания по формуле: $S=a^2$

$S= (230м)^2 = 52900м^2$

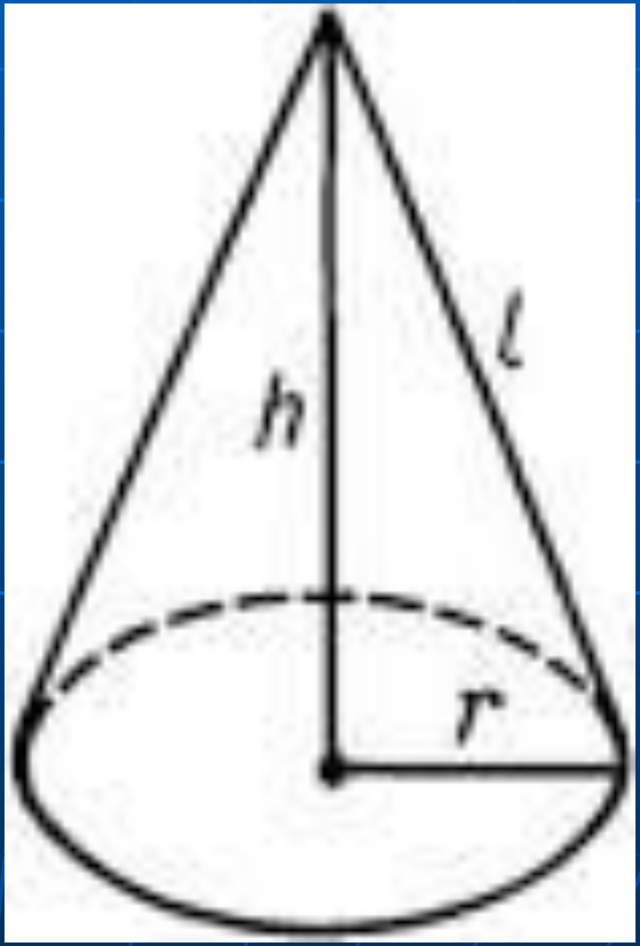
Найдем объем:

$V= 52900м^2 * 146,6м /3= 2585046,7$ $м^3$

Ответ : $V= 2585046,7м^3$

Объем конуса:

- Объем конуса равен одной третьей от произведения площади его основания на высоту.
- Формулы объема конуса
- **$V = 1/3(п\ R^2\ h)$**
- **$V = 1/3\ S_{осн}\ h$**
- где V - объем конуса,
- $S_{осн}$ - площадь основания конуса,
- R - радиус основания конуса,
- h - высота конуса, п = 3.141592.



Пример из жизни

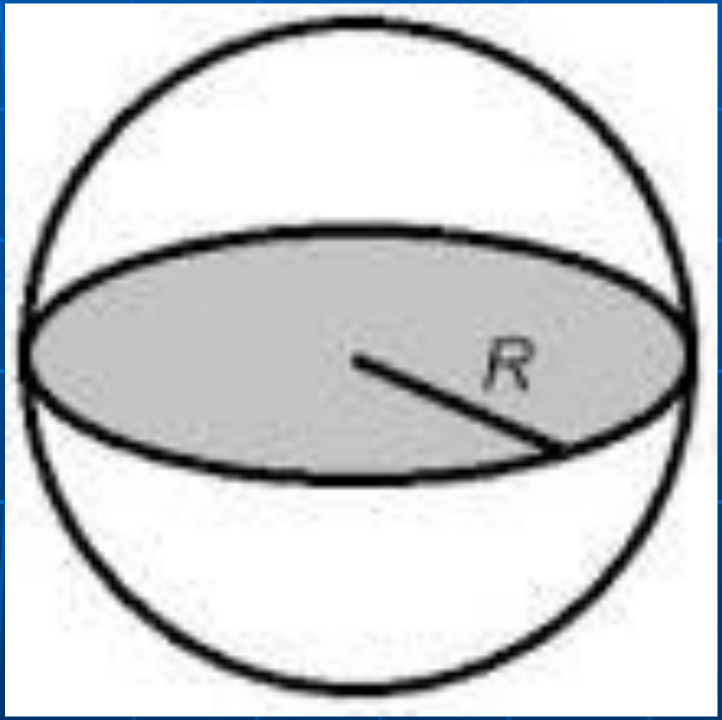
- На карнавал Вова сделал себе шляпку в форме конуса. Радиус этой шляпы получился 10 см, а угол между радиусом и образующей равен 30°. Найдите объем шляпки.

Решение

- **$V = 1/3S_{осн} \cdot h$**
- Найдем площадь основания шляпки по формуле: $S = ПR^2$
- $S = (10см)^2 * 3,14 = 314см^2$
- Найдем высоту шляпки через $tg30^o$. $h = tg30^o * 10см = 10/\sqrt{3}см$
- Найдем объем шляпки: $V = 314см^2 * 10/\sqrt{3}см = 3140\sqrt{3}см^3$
- Ответ: $V = 3140\sqrt{3}см^3$

Объем шара

- Объем шара равен четырем третьим от его радиуса в кубе помноженного на число пи.
- Формула объема шара
- **$V = 4/3(п R^3)$**
- где V - объем шара,
- R - радиус шара,
- п = 3.141592.



Пример из жизни

- Мише купили футбольный мяч в спущенном состоянии. Найдите объем этого мяча, если сказано, что в накаченном состоянии этот мяч имеет диаметр 25см.

Решение

- **<u>$V = 4/3(п\ R^3)$</u>**
- Нам все дано для решения задачи, поэтому подставляем данные:
- $V = 4 * 3{,}14 * 12{,}5 см^3 /3 = 8177{,}0833$ $см^3$
- <u>Ответ</u>: $V = 8177{,}0833 см^3$

Нерассмотренные формулы объемов

Шаровой сектор	Радиус шара r, высота h соответствующего сегмента	$\frac{2}{3}\pi r^2 h$
Шаровой сегмент	Радиус шара r, высота сегмента h	$\pi h^2\left(r-\frac{h}{3}\right)$
Шаровой слой	Радиусы оснований a, b, толщина h	$\frac{1}{6}\pi h(3a^2+3b^2+h^2)$

Вывод:

1.Объем куба равен кубу его ребра: **$V=a^3$**

2*.Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению его измерений: $V=abc$.*

***3.** Объем прямого параллелепипеда равен произведению площади его основания на высоту: $V=SH$*

***4.** Объем произвольного параллелепипеда равен произведению площади основания на его высоту: $V=SH$*

***5.** Объем призмы равен произведению площади основания на высоту: $V=SH$*

- ***6.** Две треугольные пирамиды, имеющие равные высоты и равные площади оснований, имеют равные объемы: $V1' = V2'$*

  ***7.** Объем любой треугольной пирамиды равен одной третьей произведения площади ее основания на высоту: $V=1/3SH$*

  ***8.** Объем любой пирамиды равен одной третьей произведения площади ее основания на высоту: $V=1/3SH$*

- ***9.** Объем цилиндра равен произведению площади основания на высоту:* $V= ПR^2H$

  ***10.** Объем конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту: $V=1/3ПR^2H$*

  11. Объем шара равен четырем третьим от его радиуса в кубе помноженного на число пи. $V = 4/3(п R^3)$

- ***12.** Для подобных фигур на плоскости, имеющих площадь, верна теорема: отношение площадей подобных фигур равно квадрату коэффициента подобия. Для подобных пространственных тел, имеющих объем, верна аналогичная теорема: отношение объемов подобных тел равно кубу коэффициента подобия.*

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!!!