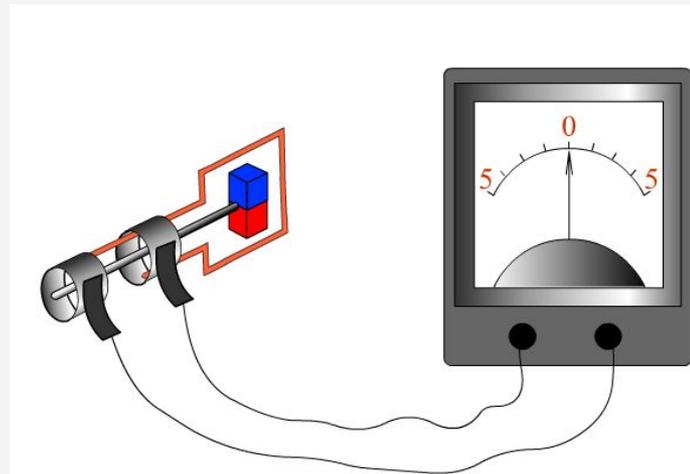
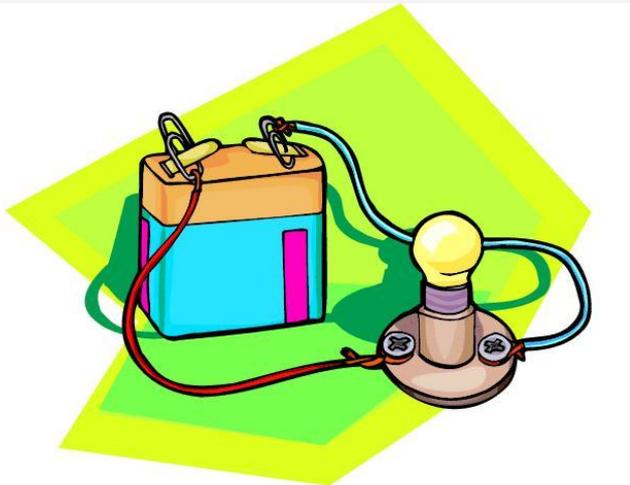


# 1.2. Электрические цепи переменного тока



**Картофелечистка**



**Тестомесильная машина**



**Хлебрезка**



**Протирочная машина**

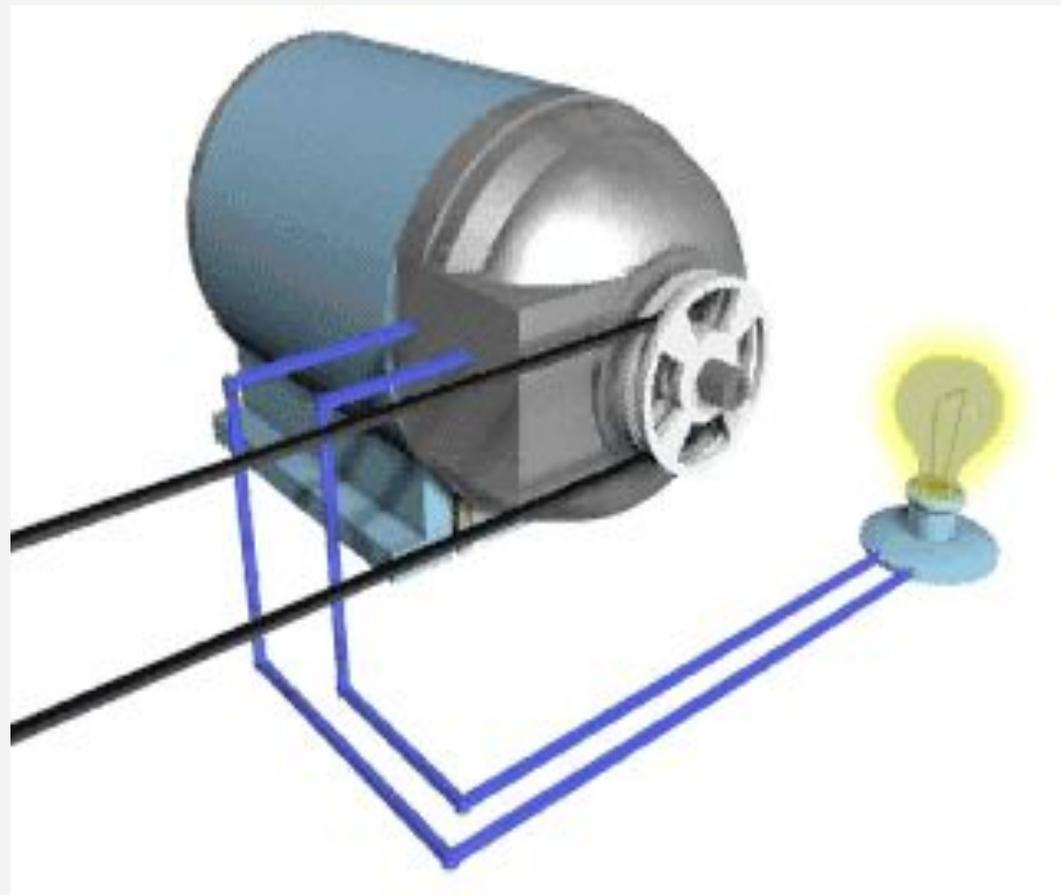
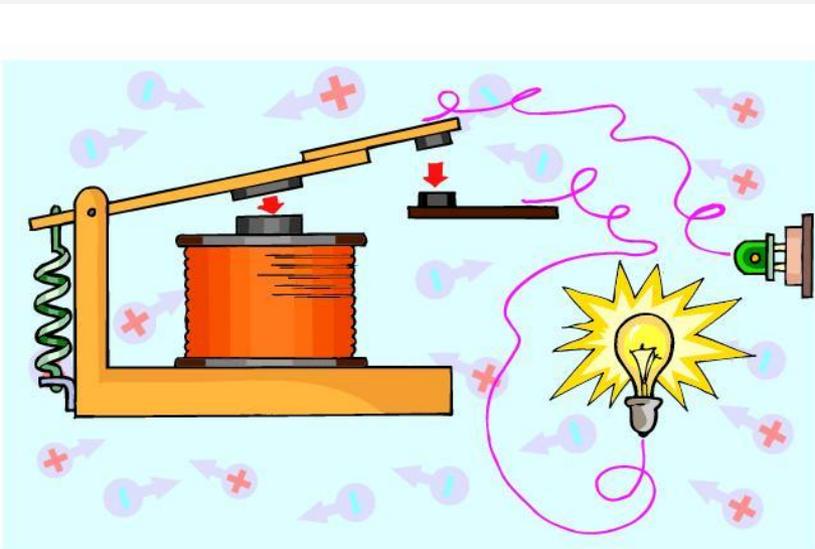


**Электромясорубка**



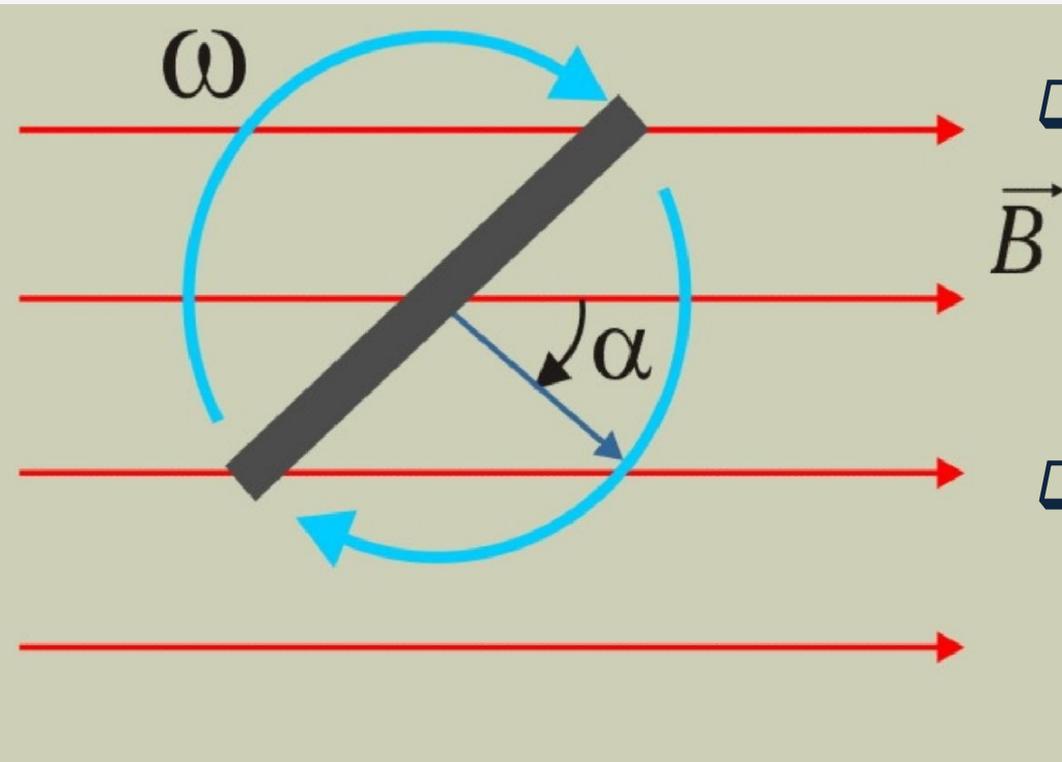
# §1. Общие положения

*Электрический ток величина и направление которого меняются с течением времени называется **ПЕРЕМЕННЫМ**, т.е. представляет собой вынужденные электромагнитные колебания.*



# 1.1. Получение переменной ЭДС

Вращение рамки в магнитном поле



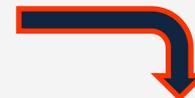
□ Основано на явлении ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ.

□ Токпроводящую рамку равномерно вращают (угловая скорость  $\omega$ ) в однородном магнитном поле.

□ Значение угла  $\alpha$  МЕЖДУ нормалью к рамке и вектором магнитной индукции:  $\alpha = \omega \cdot t$

Величина магнитного потока, пронизывающего рамку, изменяется со временем по гармоническому закону:

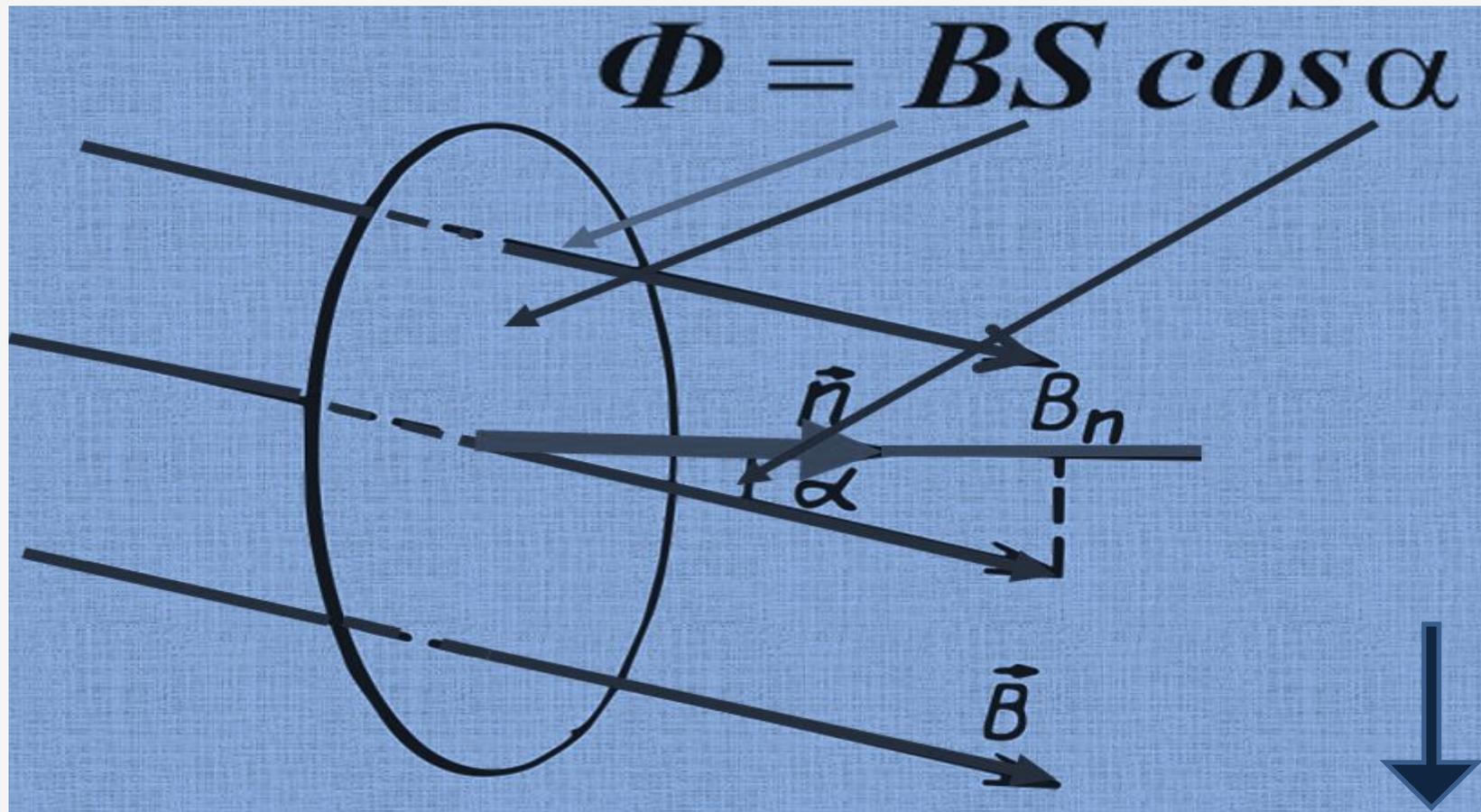
$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos \alpha = B \cdot S \cdot \cos \omega \cdot t$$



Магнитным потоком  $\Phi$  через поверхность площадью  $S$  называют величину, равную произведению модуля вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  на площадь  $S$  и косинус угла  $\alpha$  между векторами  $\vec{B}$  и  $\vec{n}$ .

$$\Phi = BS \cos \alpha$$

$$\Phi = [1B\vec{\sigma}] (\text{веббер})$$



**Согласно ЗАКОНУ ФАРАДЕЯ для электромагнитной индукции, при изменении потока магнитной индукции, пронизывающего контур, в контуре возникает ЭДС индукции.**

Электродвижущая сила (ЭДС), индуцируемая в цепи при изменении магнитного потока, проходящего через поверхность, ограниченную контуром цепи, равна скорости изменения магнитного потока, взятой с обратным знаком.

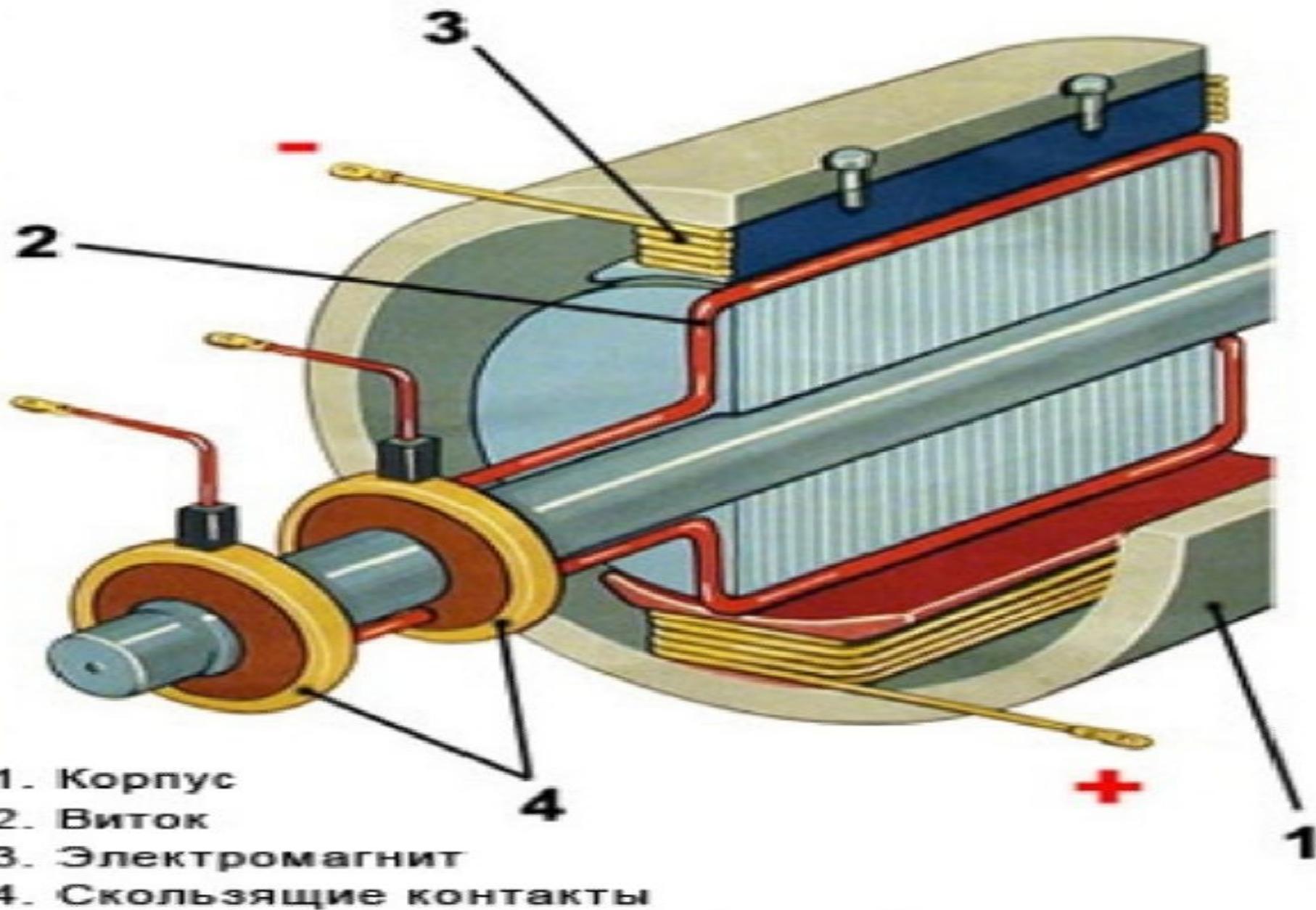
$$e = -\frac{d\varphi}{dt}$$

$$e = -\Phi_t' = -(B \cdot S \cdot \cos \omega \cdot t)'_t = B \cdot S \cdot \omega \sin \omega \cdot t$$

$\varepsilon_m = B \cdot S \cdot \omega$  - максимальное значение или амплитуда ЭДС.

Если рамка содержит **N** витков, амплитуда возрастает в **N** раз. Подключив источник переменной ЭДС к концам проводника, мы создадим на них переменное напряжение:  $u = U_m \cdot \sin \omega \cdot t$

# Схема генератора



**ИТАК! ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК** – это электрический ток, который *изменяется с течением времени по гармоническому (синусоидальному) закону.*

$$I = I_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi),$$

амплитуда колебаний

частота колебаний

фаза колебаний

По *теореме Фурье любое колебание можно представить как СУММУ гармонических колебаний.*

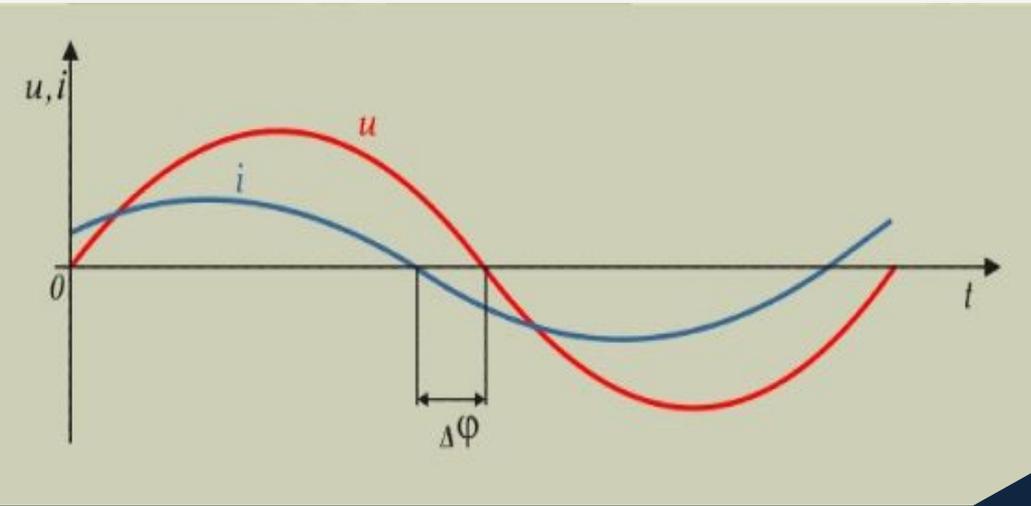
**Т. о., синусоидальные или гармонические колебания являются одновременно:**

*и самым важным*

*и самым простым*

**типом колебаний**

# 1.2. Общие соотношения между напряжением и силой тока



**Фаза колебаний силы тока может не совпадать с фазой колебаний напряжения.**

**Сдвиг фаз между колебаниями тока и напряжения.**

**В общем случае мгновенное значение напряжения и силы тока можно определить:**

$$u = U_m \cdot \sin \omega t$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$$

**ИЛИ**

$$u = U_m \cos \omega t$$

$$i = I_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$\varphi$  — сдвиг фаз между колебаниями тока и напряжения

$I_m$  — амплитуда тока, А.

# 1.3. Действующие значения напряжения и силы тока

ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ  
Действующее значение  
силы переменного тока  
РАВНО силе постоянного  
тока, выделяющего в  
проводнике ТО ЖЕ  
количество теплоты,  
ЧТО и переменный ток за  
то же время.

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Действующее значение  
напряжения:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

Когда говорят, что напряжение в городской электрической сети составляет 220 В, то речь идёт НЕ о *мгновенном значении* напряжения и НЕ его *амплитудном значении*, а о **ДЕЙСТВУЮЩЕМ ЗНАЧЕНИИ**.

Когда на электроприборах указывают силу тока, на которую они рассчитаны, то также имеют в виду действующее значение силы **тока**.



□ Переменный ток *представляет собой вынужденные электромагнитные колебания*, в которых сила тока в цепи изменяется со временем по гармоническому закону;

□ Получение переменной ЭДС в цепи основано на явлении электромагнитной индукции;

□ **ДЕЙСТВУЮЩИЕ ЗНАЧЕНИЯ** *переменного тока и напряжения равны значениям постоянного тока и напряжения при которых* в цепи с тем же активным сопротивлением *выделялась бы та же энергия*;

# §2. Активные и реактивные элементы электрической цепи

## Общие положения

Для учета процессов преобразования электромагнитной энергии в цепях вводятся **ИДЕАЛИЗИРОВАННЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ**.  
*Элементы цепи рассматриваются как математические модели, СВЯЗЫВАЮЩИЕ токи и напряжения.*

Элементы цепи можно разделить на

Активные элементы

Пассивные элементы

## АКТИВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ –

*источники электрической энергии,  
в которых неэлектрические виды энергии  
преобразуются в электрическую.*

Различают два основных активных элемента:

---

*источник напряжения (ЭДС)*

*источник тока*

**ПАССИВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ –  
*приемники электромагнитной энергии.***

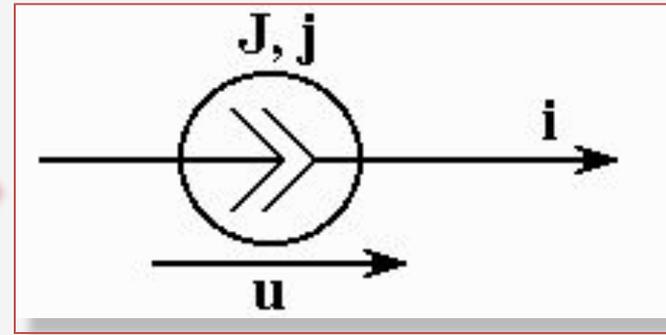
***Электрическая энергия в них:  
ПРЕОБРАЗУЕТСЯ в *неэлектрические виды*  
энергии – активное сопротивление  
(*проводимость*), либо  
НАКАПЛИВАЕТСЯ в *виде энергии*  
*электрического поля* (*емкость*) или  
*магнитного поля* (*индуктивность*).***

**ЕМКОСТЬ И ИНДУКТИВНОСТЬ являются  
*реактивными приемниками энергии*  
ИЛИ  
*реактивными элементами.***

## 2.1. АКТИВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ

### 2.1.1. Источник тока

Условное графическое  
обозначение  
идеализированного  
источника тока



#### ИДЕАЛИЗИРОВАННЫМ ИСТОЧНИКОМ ТОКА

называют элемент цепи, который *создает* заданный ток  $j(t)$  независимо от напряжения на его полюсах.

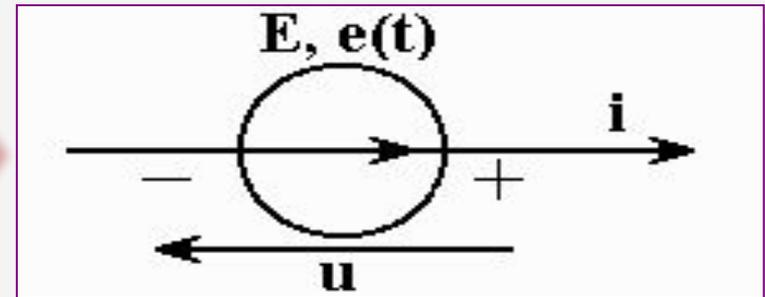
Единица измерения – *ампер* (А).

*Напряжение* на элементе определяется величиной сопротивления  $u = ir$  и принимает любое значение.

*Ток* в элементе НЕ зависит от величины сопротивления:  $i = j$ .

## 2.1.2. Источник напряжения (ЭДС)

Условное графическое  
обозначение  
идеализированного  
источника напряжения



**ИДЕАЛИЗИРОВАННЫМ ИСТОЧНИКОМ НАПРЯЖЕНИЯ**  
*элемент цепи, который создает на своих зажимах напряжение*  
 *$u(t) = e(t)$  НЕЗАВИСИМО от того, какой ток протекает в нем.*

*Единица измерения – вольт (В).*

*Напряжение на элементе НЕ зависит  
от величины сопротивления:  $e = u$ .*

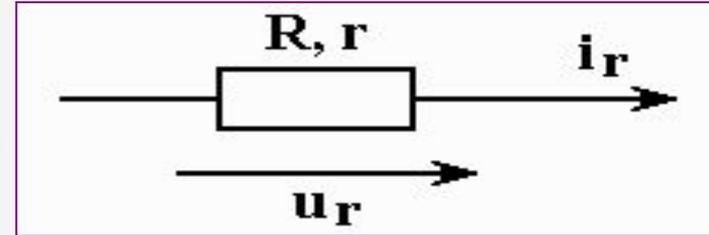
*Ток в элементе  $i = u/r$  и принимает любое значение.*

*Источник напряжения характеризует внесенную в цепь  
энергию извне, поэтому он называется также  
**ИСТОЧНИКОМ ЭЛЕКТРОДВИЖУЩЕЙ СИЛЫ.***

## 2.2. Пассивные элементы

### 2.2.1. Сопротивление

Условное графическое  
обозначение  
активного сопротивления



Отношение, определяющее  
сопротивление:

$$u_r = i_r R \text{ или } i_r = u_r / R.$$

Величина  $R$  называется  
**СОПРОТИВЛЕНИЕМ.**

Единица измерения – *ом* (Ом).

Кратные единицы измерения  
активного сопротивления:

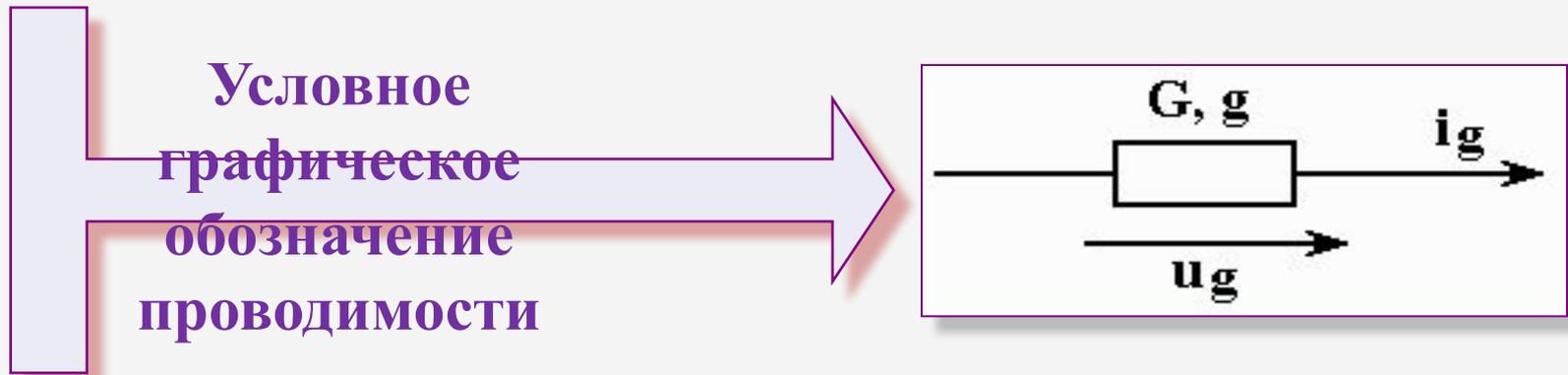
*килоом* (кОм)  $1\text{кОм} = 1000 \text{ Ом};$

*мегаом* (МОм)  $1\text{МОм} = 1000\text{кОм}.$

Ток в сопротивлении  
пропорционален  
напряжению (Закон Ома)  
Мощность, рассеиваемая  
на активном  
сопротивлении,  
определяется по  
формуле:

$$p = U_r i_r = R i_r^2 = u_r^2 / R$$

## 2.2.2. Проводимость



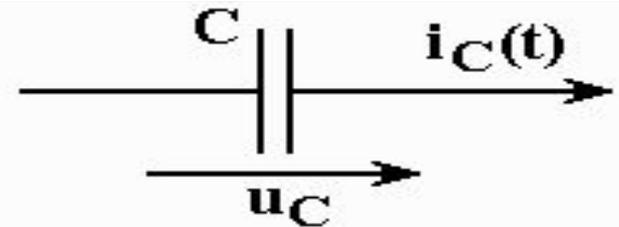
**ПРОВОДИМОСТЬЮ**  
называется величина,  
*обратная* сопротивлению:

$$G = 1/R.$$

*Единица измерения* – СИМЕНС (См).

## 2.2.3. Емкость

Условное графическое  
обозначение  
проводимости



$$u_C = \frac{1}{C} \int i_C(t) dt$$

или

$$i_C = C \frac{du_C(t)}{dt}$$

Величина  $C$  называется ЕМКОСТЬЮ.

*Единица измерения* – ФАРАДА (Ф).

Кратные единицы измерения емкости, наиболее часто встречающиеся в практике:

*пикафарада* (пФ),  $1 \text{ пФ} = 1 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$ ;

*нанофарада* (нФ),  $1 \text{ нФ} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ Ф}$ ;

*микрофарада* (мкФ),  $1 \text{ мкФ} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$ .

**Величина заряда на конденсаторе определяется по формуле:**

$$Q = CU, \text{ Кл.}$$

Таким образом,  
*электрическая емкость – это коэффициент пропорциональности, связывающий накопленный заряд  $Q$  с приложенным напряжением  $U$ .*

**Энергия, накапливающаяся в емкости, определяется по формуле:**

$$W_c = (CU^2) / 2.$$

## 2.2.4. ИНДУКТИВНОСТЬ



Отношение, определяющее индуктивность:

$$u_L = L \frac{di_L(t)}{dt} \quad \text{или} \quad i_L = \frac{1}{L} \int u_L(t) dt$$

Величина  $L$  называется ИНДУКТИВНОСТЬЮ.

Единица измерения – ГЕНРИ (Гн).

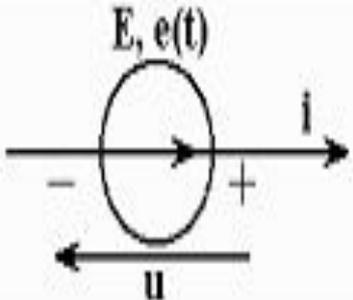
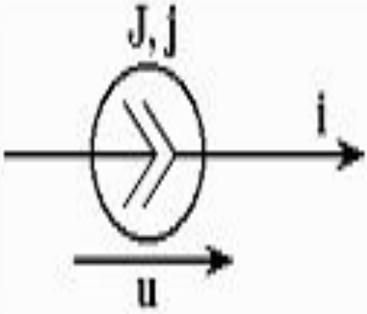
Кратные единицы измерения индуктивности:

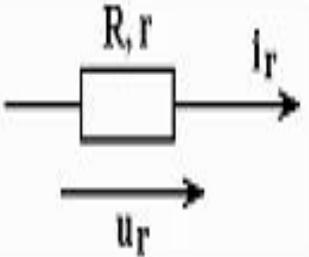
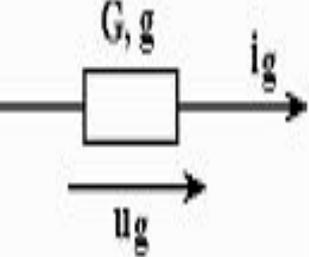
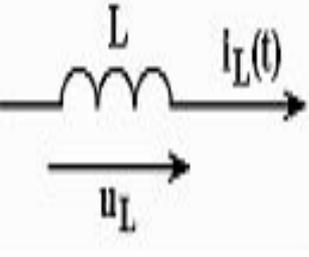
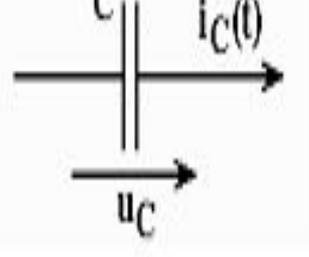
*миллигенри* (мГн),  $1 \text{ мГн} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$ .

ЭНЕРГИЯ, накапливающаяся в индуктивности:

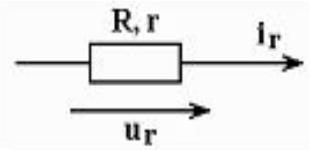
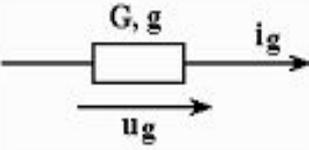
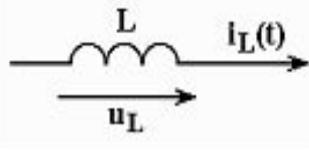
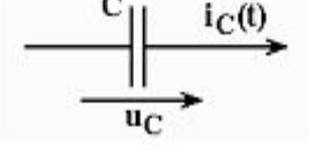
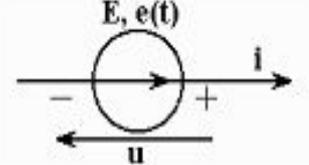
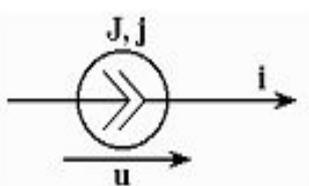
$$W_L = (LI^2) / 2$$

## 2.3. Основные характеристики идеализированных элементов электрических цепей

Источник напряжения	Вольт [В]		$e = -u$	$i$ – любое значение
Источник тока	Ампер [А]		$u$ – любое значение	$i = j$

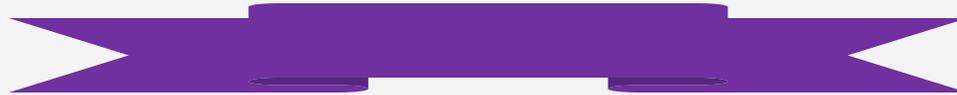
Элемент	Единица измерения	Условное обозначение	Напряжение на элементе	Ток в элементе	Мощность или энергия в элементе
Сопротивление	Ом [Ом]		$u_r = i_r r$	$i_r = \frac{u_r}{r}$	$p_r = r i_r^2 = \frac{u_r^2}{r}$
Проводимость	Сименс [См]		$u_g = \frac{i_g}{g}$	$i_g = u_g g$	$p_g = g u_g^2 = \frac{i_g^2}{g}$
Индуктивность	Генри [Гн]		$u_L = L \frac{di_L(t)}{dt}$	$i_L = \frac{1}{L} \int u_L(t) dt$	$W_L = \frac{L I^2}{2}$
Емкость	Фарада [Ф]		$u_C = \frac{1}{C} \int i_C(t) dt$	$i_C = C \frac{du_C(t)}{dt}$	$W_C = \frac{C U^2}{2}$

# Основные характеристики идеализированных элементов электрических цепей

Элемент	Единица измерения	Условное обозначение	Напряжение на элементе	Ток в элементе	Мощность или энергия в элементе
Сопротивление	Ом [Ом]		$u_r = i_r r$	$i_r = \frac{u_r}{r}$	$p_r = r i_r^2 = \frac{u_r^2}{r}$
Проводимость	Сименс [См]		$u_g = \frac{i_g}{g}$	$i_g = u_g g$	$p_g = g u_g^2 = \frac{i_g^2}{g}$
Индуктивность	Генри [Гн]		$u_L = L \frac{di_L(t)}{dt}$	$i_L = \frac{1}{L} \int u_L(t) dt$	$W_L = \frac{L I^2}{2}$
Емкость	Фарада [Ф]		$u_C = \frac{1}{C} \int i_C(t) dt$	$i_C = C \frac{du_C(t)}{dt}$	$W_C = \frac{C U^2}{2}$
Источник напряжения	Вольт [В]		$e = -u$	$i$ – любое значение	$p_e = ei$
Источник тока	Ампер [А]		$u$ – любое значение	$i = j$	$p_j = uj$

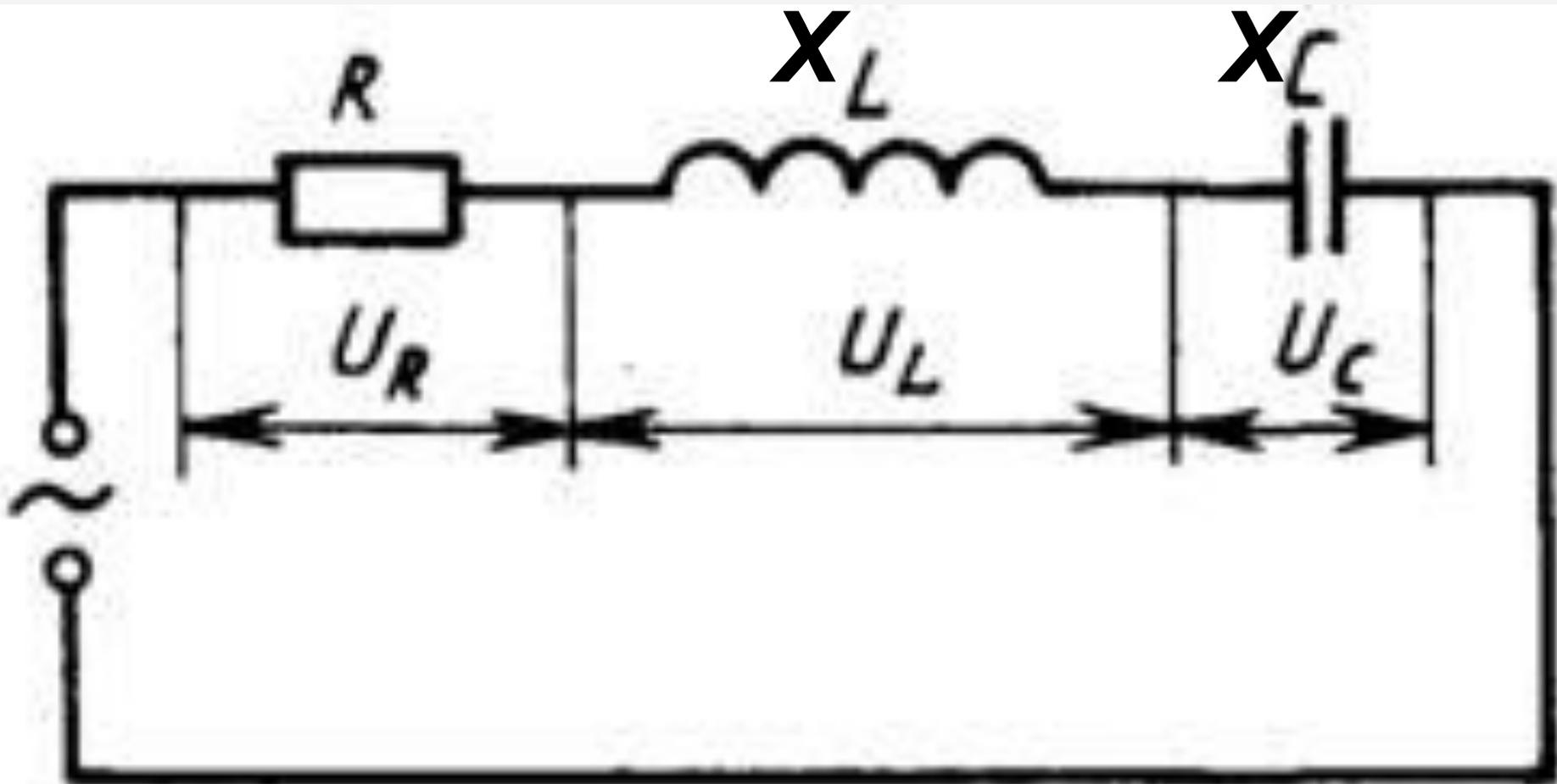
## 2.4. В реальных электрических цепях:

- 1) Заданное сопротивление обычно обеспечивают включением специального изделия, называемого РЕЗИСТОРОМ;
- 2) Заданную емкость – включением специального изделия, называемого КОНДЕНСАТОРОМ;
- 3) Заданную индуктивность – включением катушек и просто проводников.

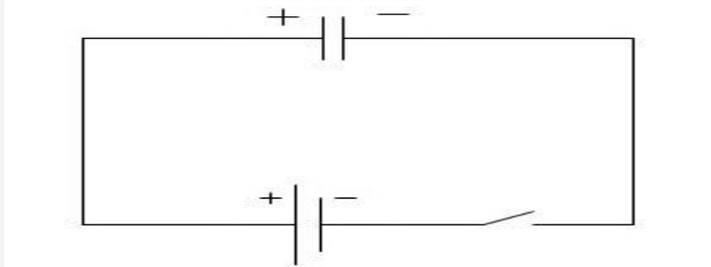


**В ОТЛИЧИЕ от идеализированных элементов реальные элементы электрических цепей характеризуются множеством параметров, часть которых можно смоделировать с помощью эквивалентных электрических схем (схем замещения), составленных из идеализированных элементов.**

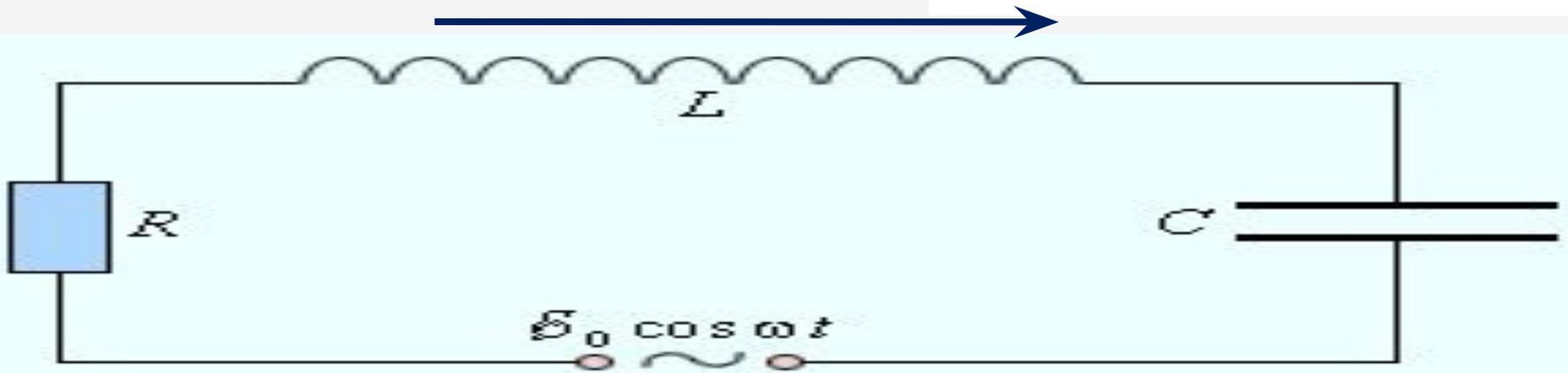
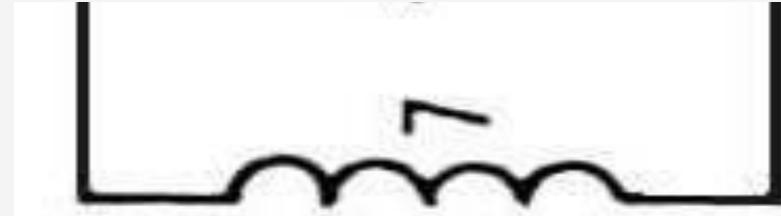
### §3. Активное, индуктивное и емкостное сопротивления в цепи переменного тока



**Конденсатор в цепи  
постоянного тока (ток  
в цепи не течет) –  
РАЗРЫВ ЦЕПИ**



**Индуктивность в цепи  
постоянного тока (ток  
в цепи течет) – КУСОК  
ПРОВОДА**



**В результате периодической зарядки и перезарядки  
конденсатора в цепи постоянно протекает переменный ток.**

# В цепях переменного тока различают три вида сопротивлений:

## АКТИВНОЕ

*Сопротивление переменному току со стороны материала проводника (нагревается, т.е. потребляет мощность).*

## ИНДУКТИВНОЕ

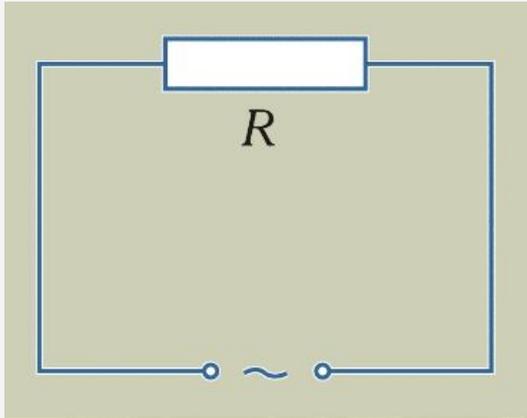
*В цепи переменного тока в катушке индуктивности индуцируется э.д.с. самоиндукции (т. к. магнитный поток, пронизывающий витки катушки, изменяется) => препятствует нарастанию тока при его увеличении и уменьшению тока при спаде. Действие индуктивности при переменном токе подобно сопротивлению. С увеличением индуктивности сопротивление увеличивается.*

## ЕМКОСТНОЕ



В цепи течет ток заряда или разряда конденсатора, величина которого зависит от емкости конденсатора: чем больше емкость, тем больше ток (заряда и разряда) => конденсатор можно рассматривать как некоторое сопротивление переменному току <= возникает вследствие того, что при заряде конденсатора между его обкладками возникает напряжение ( $U_c$ ), направленное навстречу напряжению, которое приложено на зажимах.

## 2.1. Резистор в цепи переменного тока



Электрические устройства, преобразующие электрическую энергию во внутреннюю, называются

**активными**  
**сопротивлениями**

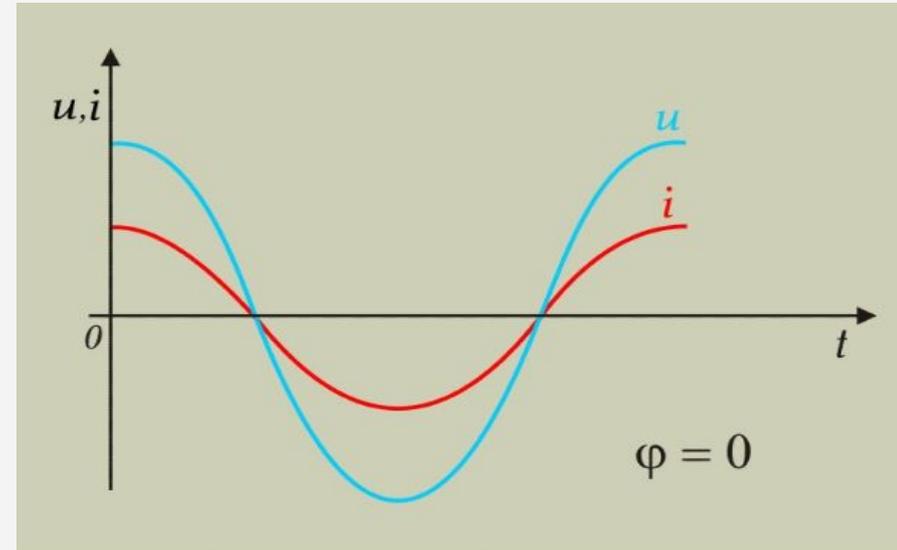
*Мгновенное значение силы тока прямо пропорционально мгновенному значению напряжения - по закону Ома :*

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m \cdot \cos \omega t}{R} = I_m \cdot \cos \omega t$$

$$I_m = \frac{U_m}{R}$$

При небольших значениях частоты переменного тока активное сопротивление НЕ зависит от частоты и совпадает с электрическим сопротивлением в цепи постоянного тока.

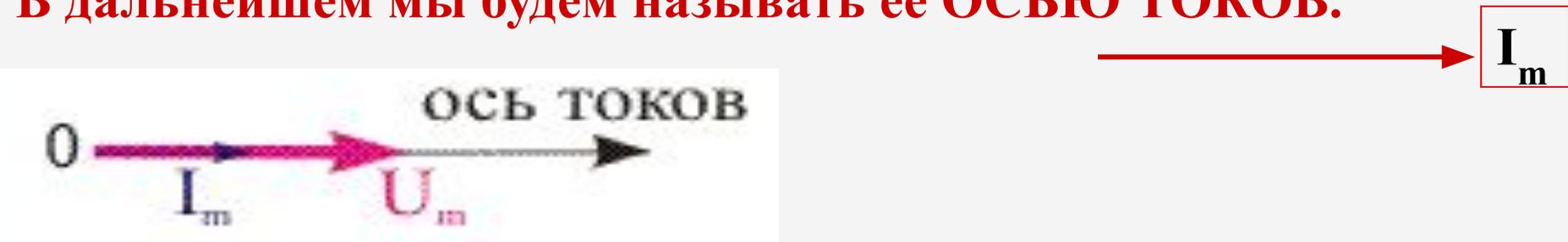
В цепи с активным сопротивлением сдвиг фаз между колебаниями силы тока и напряжения равен нулю, т.е. колебания силы тока совпадают по фазе с колебаниями напряжения.



## 2.2. Векторная диаграмма при наличии в цепи переменного тока только активного сопротивления

Амплитуду колебаний напряжения в цепи переменного тока можно выразить МЕТОДОМ ВЕКТОРНЫХ ДИАГРАММ.

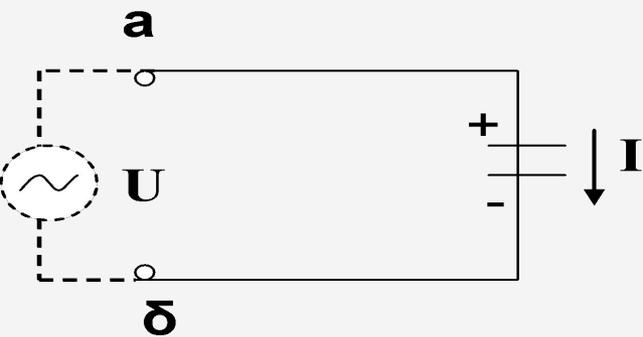
Выберем ось  $X$  диаграммы таким образом, чтобы вектор, изображающий колебания тока, был направлен вдоль этой оси. В дальнейшем мы будем называть ее **ОСЬЮ ТОКОВ**.



Так как угол  $\varphi$  между колебаниями напряжения и тока на резисторе равен нулю, то вектор, изображающий колебания напряжения на сопротивлении  $R$ , будет направлен вдоль оси токов. Длина его равна  $I_m \cdot R$ .

## 2.3. Конденсатор в цепи переменного тока

Пусть на конденсатор  
подано напряжение



$$\varphi_A - \varphi_B = U = q/C,$$

НО! Так как  $I = dq/dt$ , то

$$q = \int I \cdot dt$$

Поскольку ток  
меняется по закону,

$$I = I_0 \cdot \sin \omega t$$

Тогда

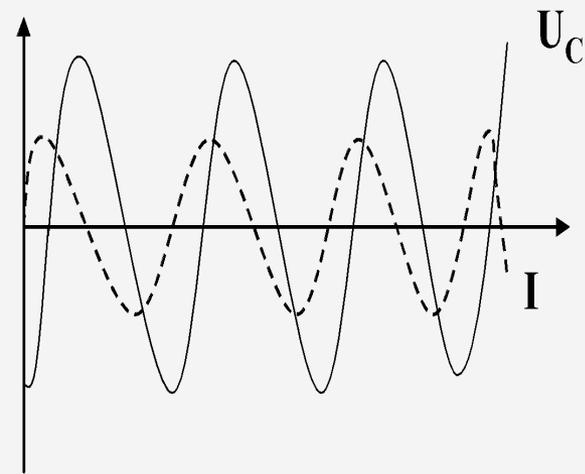
$$q = \int I_0 \cdot \sin \omega t \cdot dt = -\frac{I_0}{\omega} \cos \omega t + q_0 = 0$$

Постоянная интегрирования  $q_0$  - заряд, не связанный с колебаниями тока, поэтому можно считать  $q_0 = 0$ .



**ОТСЮДА**

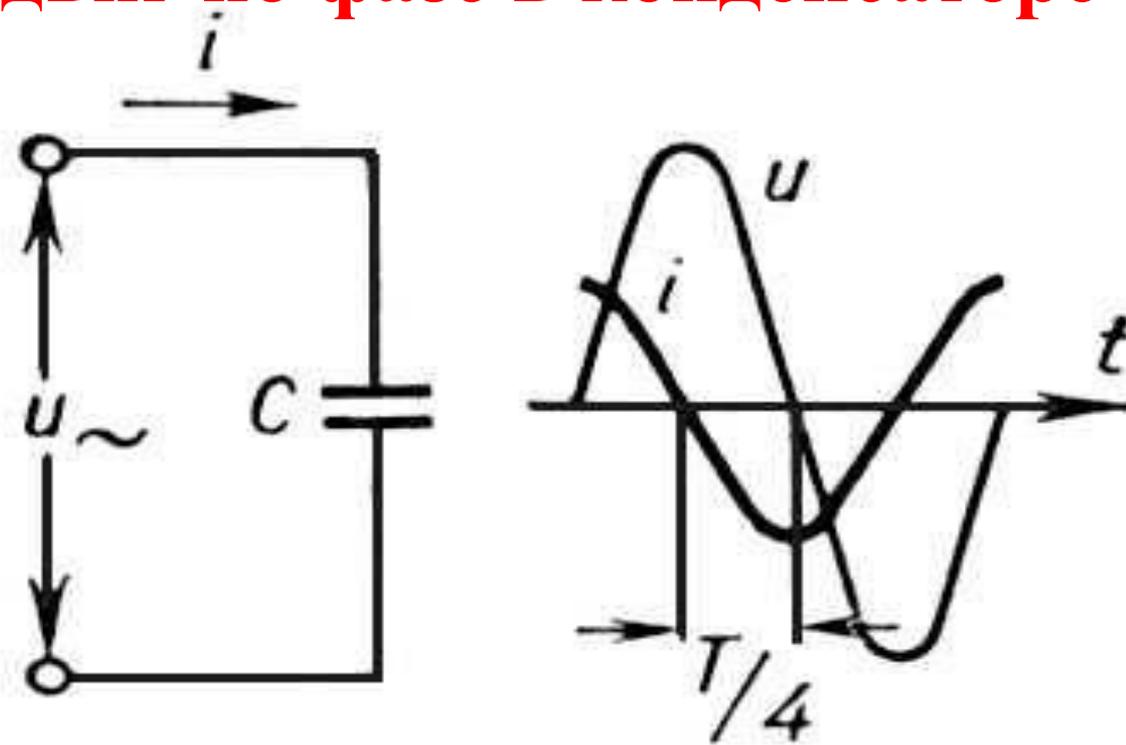
$$U = -\frac{I_0}{\omega C} \cos \omega t = -\frac{I_0}{\omega C} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) = \frac{I_0}{\omega C} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$



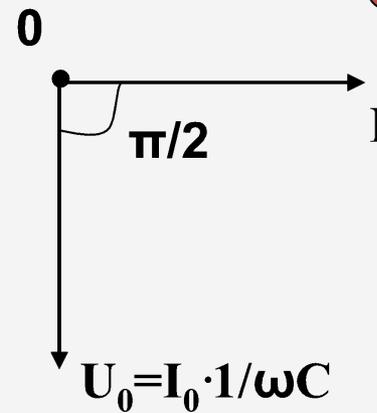
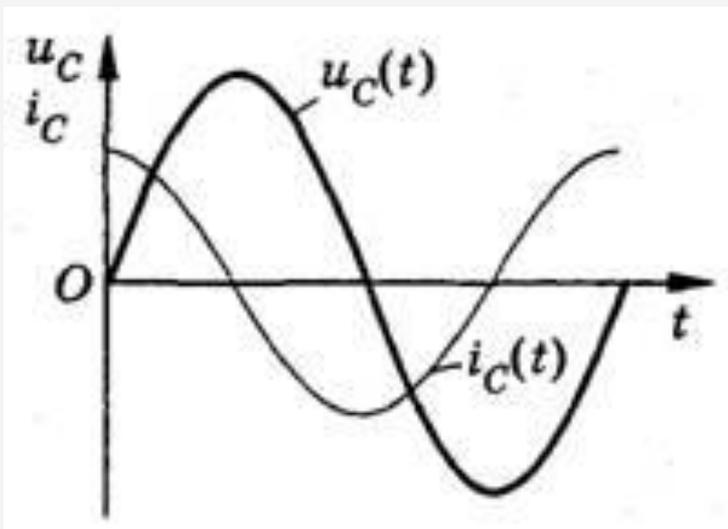
- Следовательно, колебания напряжения на обкладках конденсатора в цепи переменного тока отстают по фазе от колебаний силы тока на  $\pi/2$  =>
- В момент, когда конденсатор начинает заряжаться, сила тока максимальна, а напряжение равно нулю.
- После того как напряжение достигает максимума, сила тока становится равной нулю и т.д.

Физический смысл: ЧТОБЫ во всё время напряжение на конденсаторе, должен натечь заряд за счет протекания тока в цепи. **ОТСЮДА** - отставание напряжения.

# Сдвиг по фазе в конденсаторе



*Колебания силы тока на конденсаторе опережают колебания напряжения по времени на четверть периода, а по фазе на  $\frac{\pi}{2}$  радиана.*



Векторная диаграмма

**Отношение амплитуды колебаний напряжения на конденсаторе к амплитуде колебаний силы тока называют емкостным сопротивлением конденсатора (обозначается  $X_C$ ):**

$$U_0 = I_0 \frac{1}{\omega C}$$

**а по закону Ома  $U = I \cdot R$**

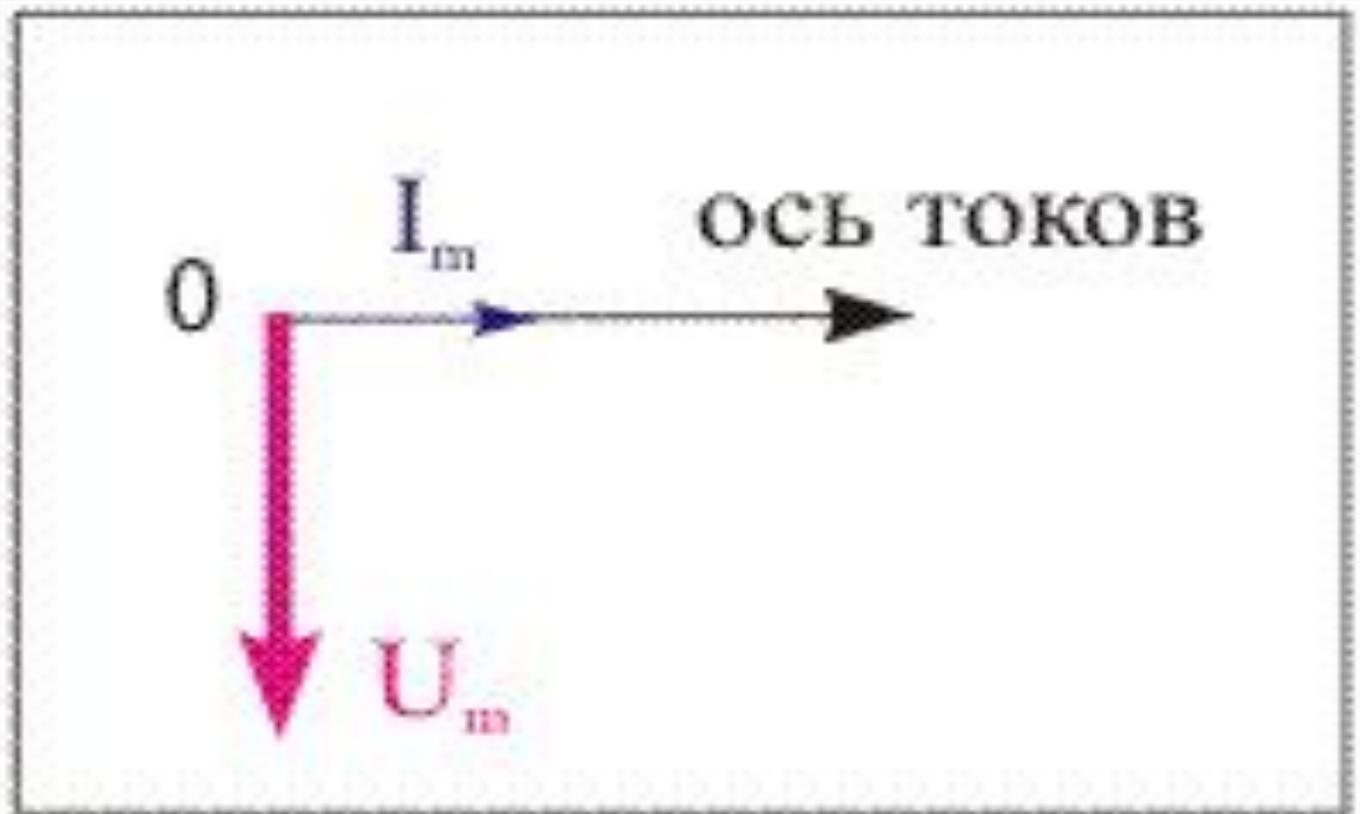
**Величина**

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

**играет роль сопротивления участка цепи**

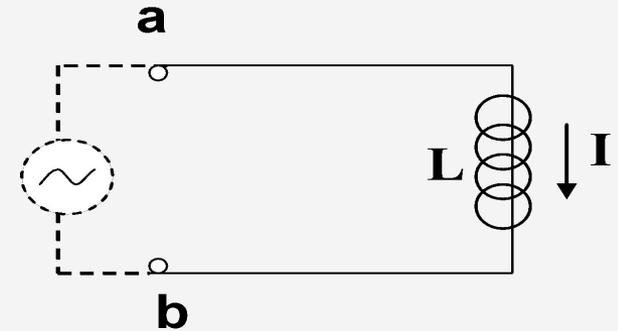
**Она называется ЕМКОСТНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ**

# Векторная диаграмма при наличии в цепи переменного тока только емкостного сопротивления



## 2.4. Индуктивность в цепи переменного тока

Пусть напряжение подается на концы катушки с индуктивностью  $L$ .



**ИНДУКТИВНОСТЬ** контура с током – это коэффициент пропорциональности между протекающим по контуру током и возникающем при этом магнитным потоком.

Индуктивность  $L$  зависит от формы и размеров контура, а также свойств среды

$$\Phi = L \cdot I$$

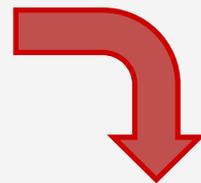
При наличии переменного тока в катушке индуктивности возникнет ЭДС самоиндукции

$$\mathcal{E}_s = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt} \quad \leftarrow \Phi = L \cdot I$$

Закон Ома запишется следующим образом:

$$U = I \cdot R - \mathcal{E}_s$$

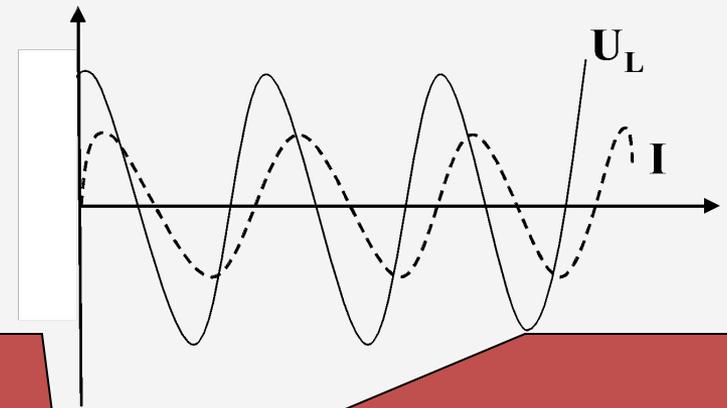
*Note: In the original image, the term  $I \cdot R$  is circled in red and has a red arrow pointing to it from the text " $\neq 0$ ".*



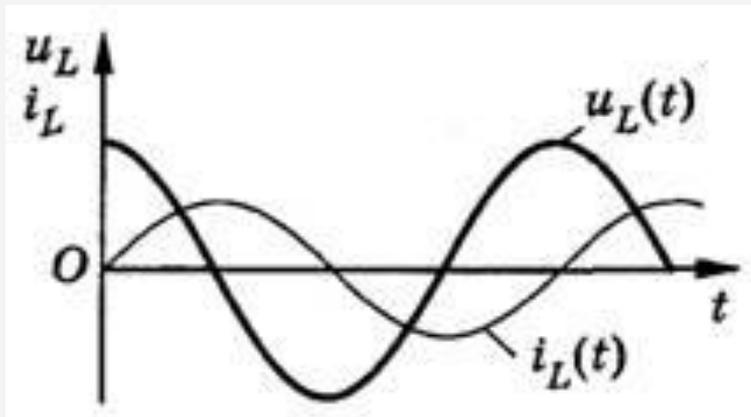
**ТОГДА:**

$$U = L \frac{dI}{dt} = L \frac{d}{dt} [I_0 \sin \omega t] = I_0 \omega L \cos \omega t = I_0 \omega L \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

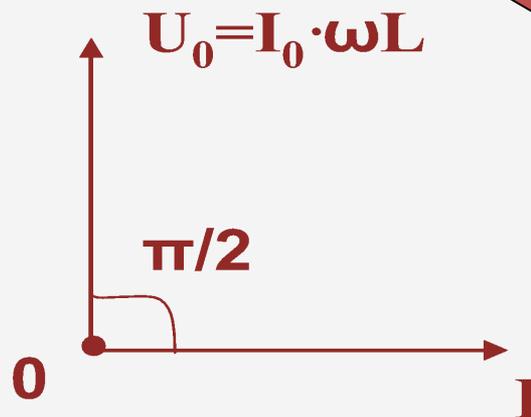
**Таким образом, колебания напряжения на индуктивности  
ОПЕРЕЖАЮТ колебания тока на  $\pi/2$ .**



- Физический смысл:  $R=0$ , внешнее напряжение не уравнивает ЭДС самоиндукции  $U = -\mathcal{E}_s$ .
- Но  $\mathcal{E}_s$  пропорциональна НЕ мгновенному значению тока, А быстроте его изменения, которая будет макс. когда ток проходит через ноль.
- Поэтому нулевые значения ТОКА СОВПАДАЮТ с макс. U



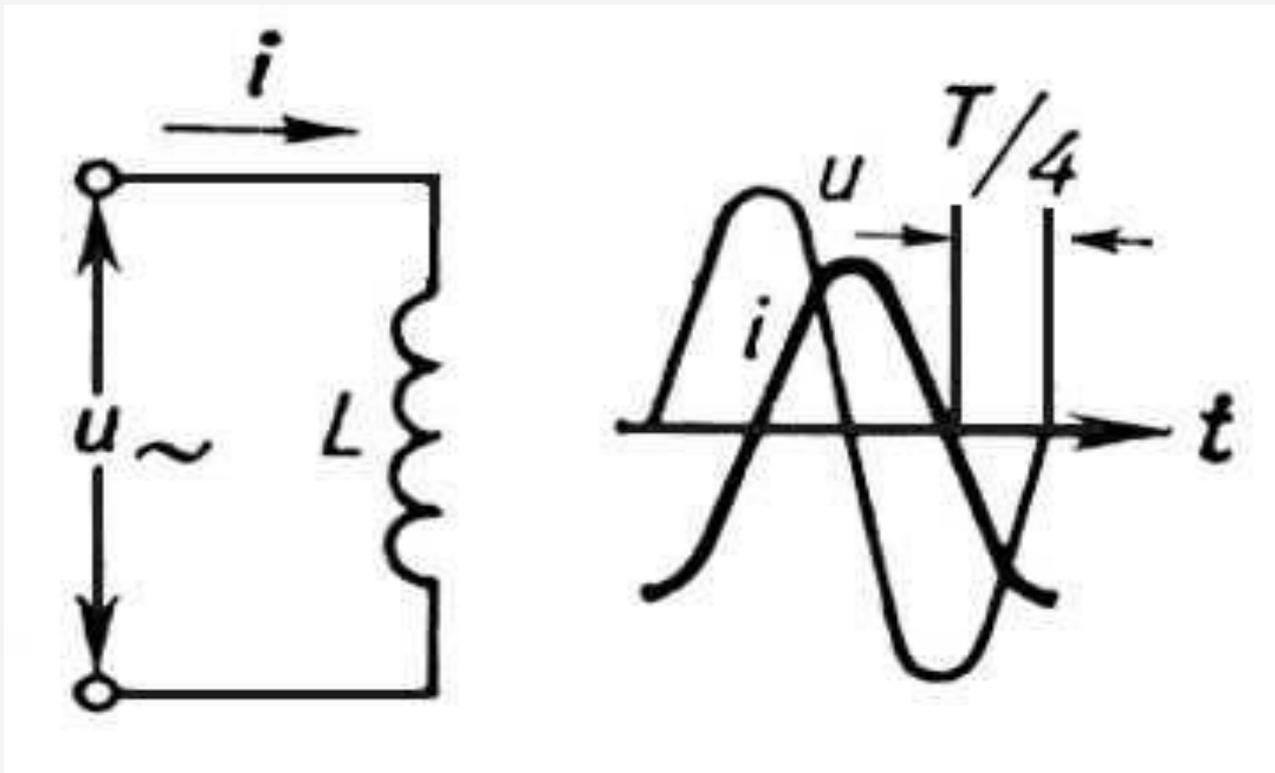
$$U_0 = I_0 \cdot \omega L = I_0 \cdot R_L$$



Векторная диаграмма

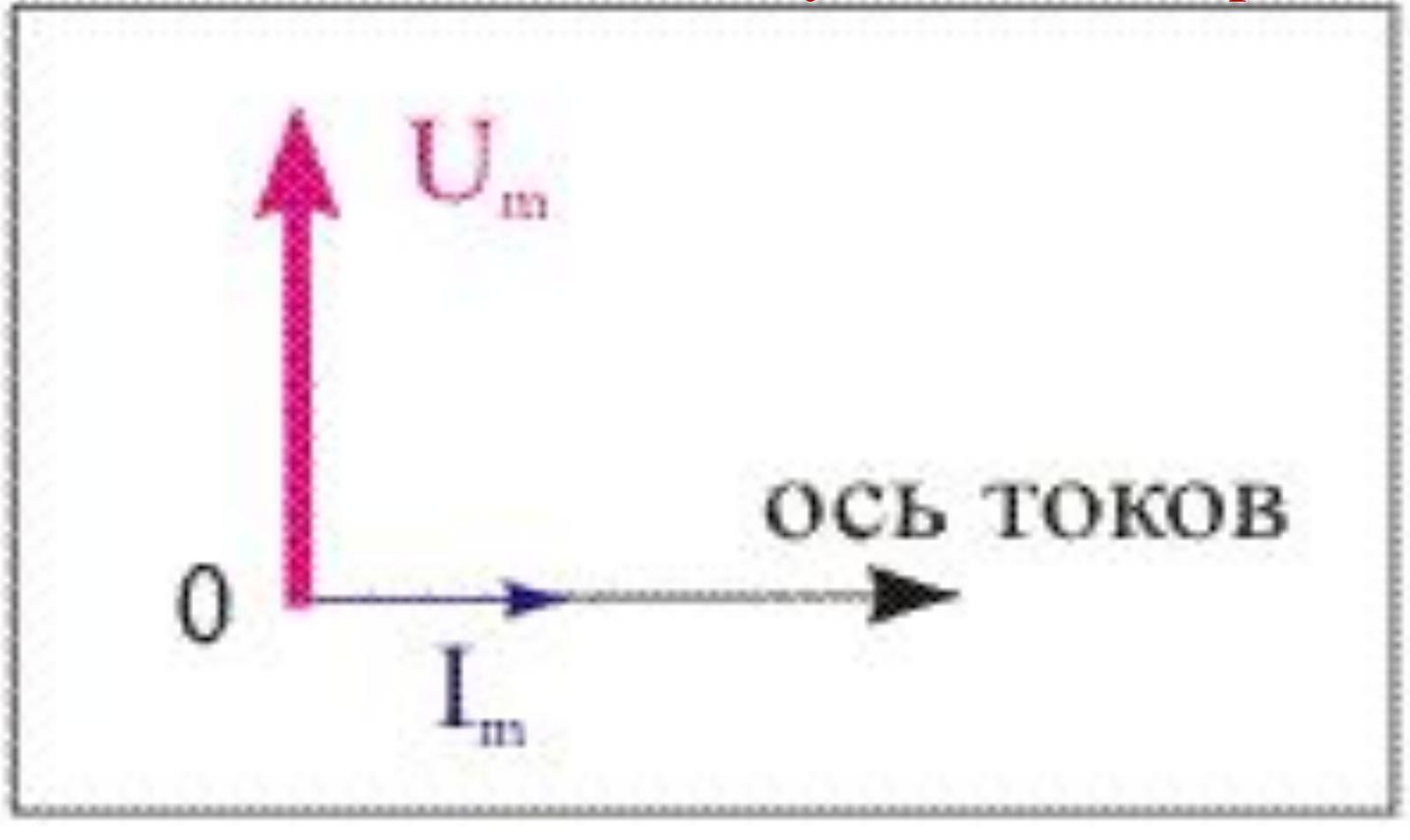
**Отношение амплитуды колебаний напряжения на индуктивности к амплитуде колебаний силы тока называют ИНДУКТИВНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ катушки индуктивности (обозначается  $X_L = \omega L$ )**

**Если индуктивность измеряется в Генри, а частота  $\omega$  в  $\text{с}^{-1}$ , то  $X_L$  будет выражаться в Ом.**



Колебания силы тока на катушке индуктивности отстают от колебаний напряжения по времени на четверть периода  $\frac{\pi}{2}$  радиана!

## ВЕКТОРНАЯ ДИАГРАММА при наличии в цепи переменного тока только индуктивного сопротивления



Иными словами, когда напряжение в цепи переменного тока с включенной катушкой индуктивности достигнет максимума, ток не успеет достигнуть той величины, которой он достиг бы в цепи без катушки индуктивности. Между напряжением  $U$  и током  $I$  возникает сдвиг по фазе.

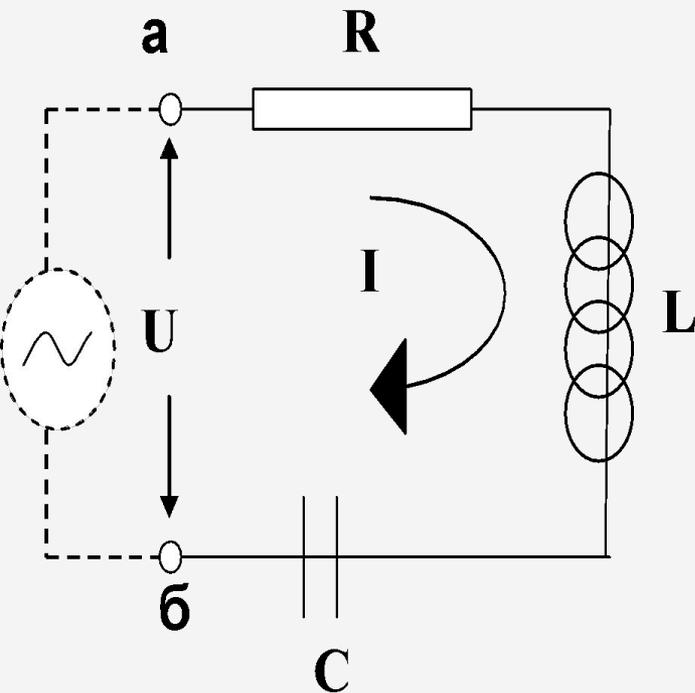
## 2.5. Закон Ома для переменного тока

Электрическая цепь состоит из последовательно соединенных резистора, конденсатора и катушки.

К выводам цепи приложено напряжение, изменяющееся по гармоническому закону с частотой  $\omega$  и амплитудой  $U_m$ .

В цепи возникнут вынужденные колебания силы тока с той же частотой и некоторой амплитудой  $I_m$ .

$$I = I_0 \cdot \sin \omega t$$

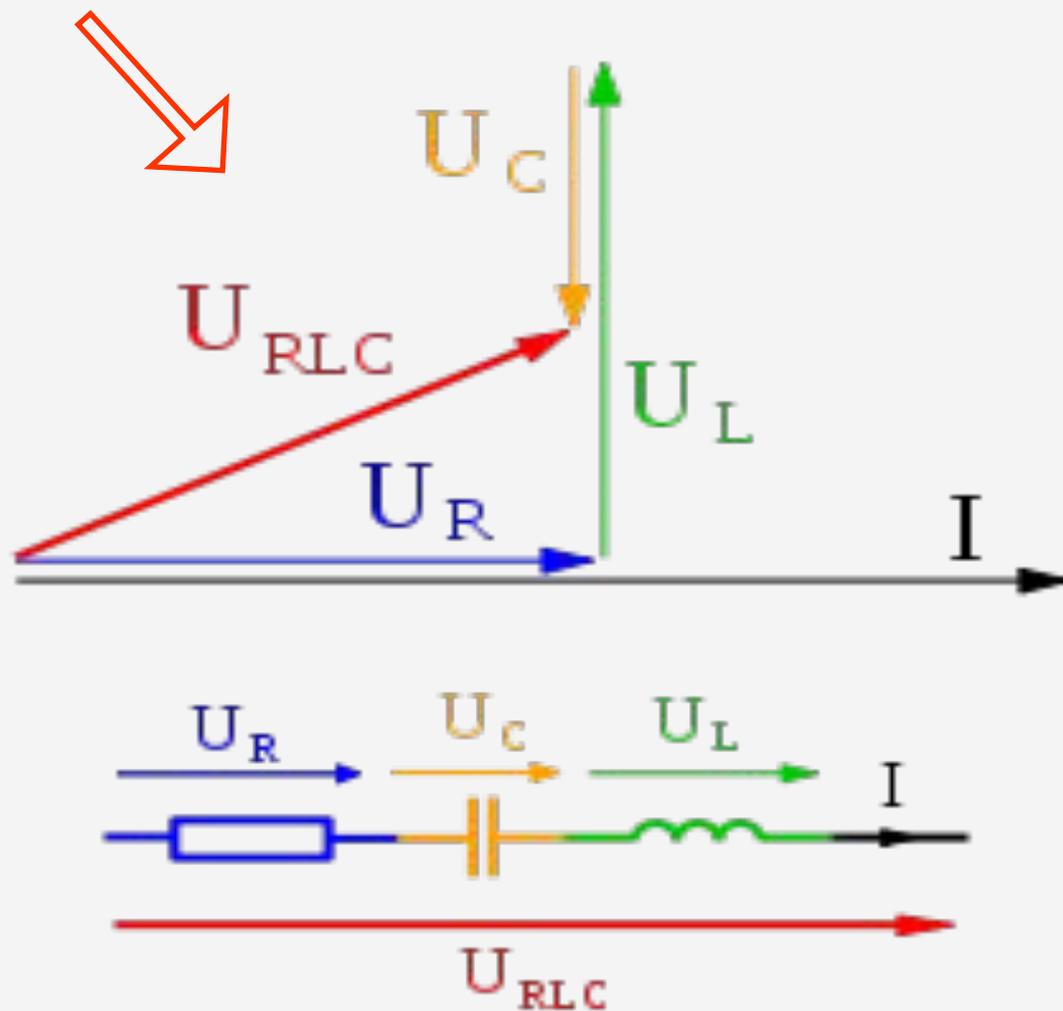


При последовательном соединении падения напряжения на каждом из элементов цепи складываются.

Напряжение всей цепи, графическая сумма падения напряжения на каждом элементе цепи.



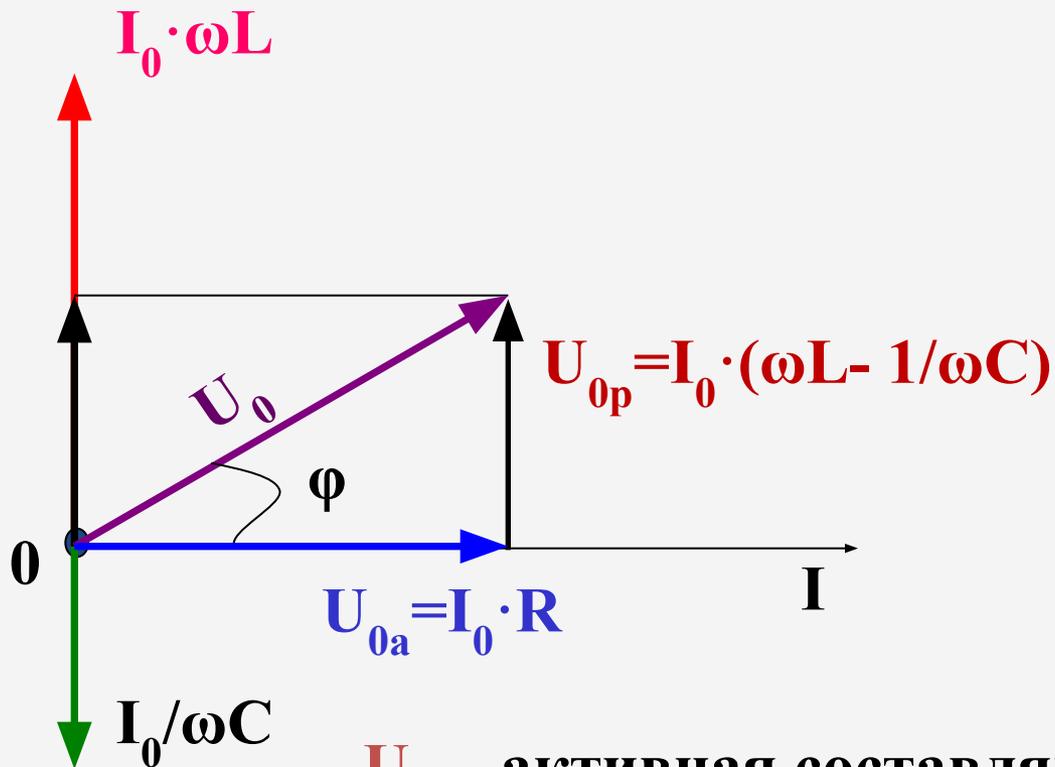
С учетом сдвига фаз между  $U_R$ ,  $U_C$  и  $U_L$  векторная диаграмма будет иметь вид



При построении векторной диаграммы складываются **АМПЛИТУДНЫЕ** значения напряжений!

ОТСЮДА



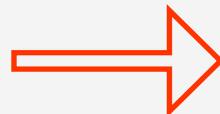


Таким образом,  
 полное напряжение  
 между концами  
 цепи *a* и *б* можно  
 рассматривать как  
 сумму двух  
 гармонических  
 колебаний:  
 напряжения  $U_{0a}$  и  
 напряжения  $U_{0p}$ ,

$U_{0a}$  – активная составляющая напряжения  
 (совпадает с током по фазе)

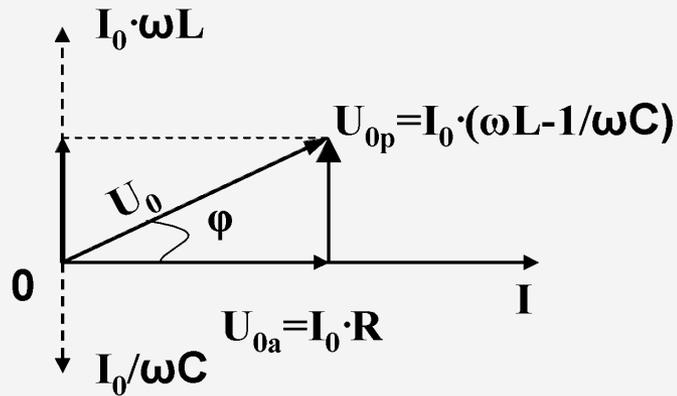
$U_{0p}$  – реактивная составляющая напряжения  
 (отличается от силы тока по фазе на  $\pi/2$ )

Сумма  $U_a$  и  $U_p$



$$U = U_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi).$$

Напряжения  $U_R, U_C$  и  $U_L$  в сумме равны приложенному  $U$ .  $\Rightarrow$   
Сложив векторы  $U_R, U_C$  и  $U_L$ , получаем вектор, длиной  $U_0$



Амплитуду полного  
напряжения можно найти  
как модуль суммы  
векторов:

$$U_0 = I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = I_0 \cdot Z$$

**Z** - полное сопротивление цепи  
или **ИМПЕДАНС**

**Полный закон Ома  
для переменного тока**

**Вектор  $U_0$  образует с осью токов угол  $\varphi$ , тангенс которого равен:**

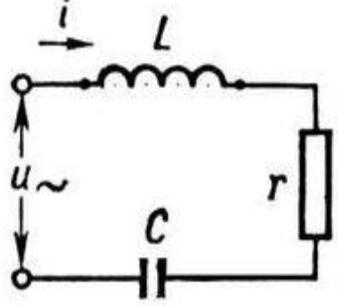
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

$$X = \frac{U_a}{I_0} = R$$

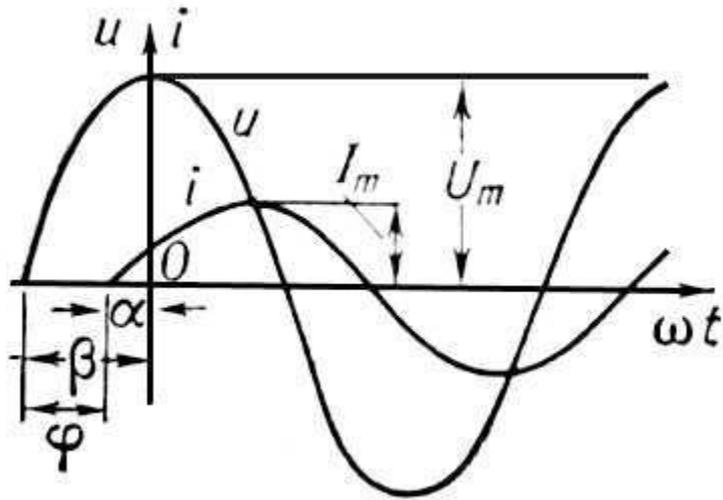
**– активное сопротивление цепи.  
Активное сопротивление всегда  
ПРИВОДИТ к выделению тепла  
Джоуля-Ленца.**

$$Y = \frac{U_p}{I_0} = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

**– реактивное сопротивление цепи.  
Наличие реактивного сопротивления  
НЕ СОПРОВОЖДАЕТСЯ выделением  
тепла.**



При наличии в цепи переменного тока активного, индуктивного и емкостного сопротивлений разность фаз между колебаниями силы тока и напряжения равна  $\phi$



$$U_m = \sqrt{U_{Rm}^2 + (U_{Lm} - U_{Cm})^2}$$

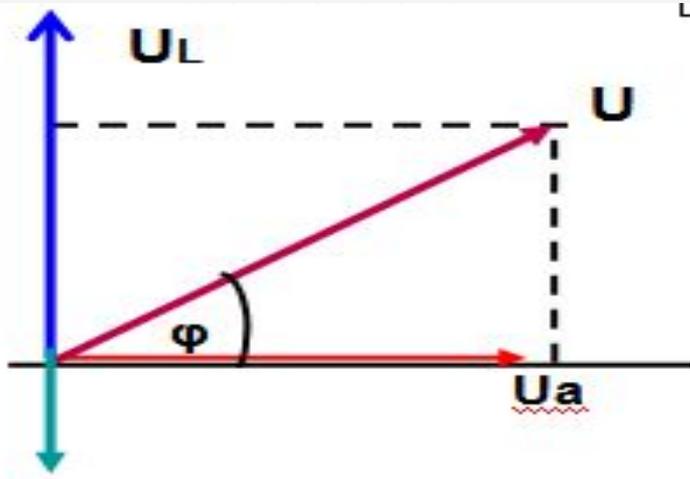
$$U_m = \sqrt{(I_m R)^2 + (I_m X_L - I_m X_C)^2} =$$

$$I_m \cdot \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = I_m \cdot \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

$$I_m = \frac{U_m}{Z}$$

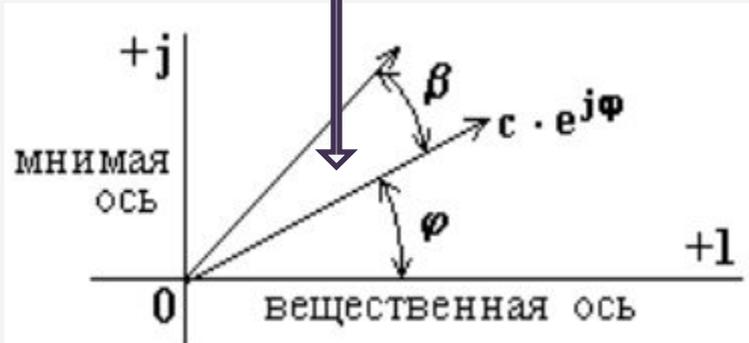


$$\cos \phi = \frac{R \cdot I_{\max}}{U_{\max}} = \frac{R}{Z}$$

# §4. Синусоидальные функции в комплексной форме

Комплексное число м. б. в показательной или алгебраической форме:

$$C = c \cdot e^{j\varphi} = a + j \cdot b$$



Где у комплексного числа:  
с – модуль,  
 $\varphi$  – аргумент;  
а – вещественная часть,  
b – мнимая часть,  
j – мнимая единица,  $j = \sqrt{-1}$ .

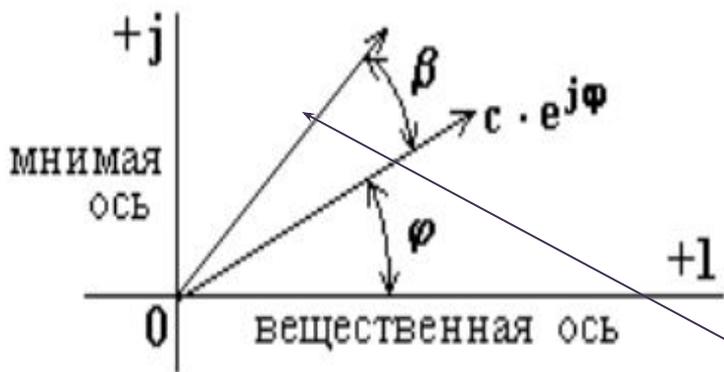
Формула Эйлера - переход от показательной к алгебраической.

$$c \cdot e^{j\varphi} = c \cdot \cos \varphi + j \cdot c \cdot \sin \varphi = a + j \cdot b$$

От алгебраической к показательной

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$$



**КОМПЛЕКСНОЕ ЧИСЛО**  $m. б.$

*представлено* в виде вектора длина - модуль  $C$ , под углом  $\varphi$  относительно вещественной оси

Умножим комплексное число на множитель

$$e^{j\beta} \longrightarrow$$

Радиус – вектор повернется на угол  $\beta$ .

$$c \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\beta} = c \cdot e^{j(\varphi+\beta)}$$

Если  $\beta = \omega \cdot t$ , то вектор, умноженный на

$$e^{j\omega t}, \longrightarrow$$

превратится во вращающийся со скоростью  $\omega$  радиус - вектор.

$$c \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{j\varphi} = c \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$$

Синусоидальные функции времени могут быть представлены векторами в комплексной плоскости, вращающимися против часовой стрелки с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Проекция вектора на мнимую ось изменяется по синусоидальному закону.

### 3.1. Пример

$$i_2 = 2 \cdot \sin(314 \cdot t + 45^\circ) \text{ A};$$

$$i_1 = 3 \cdot \sin(314 \cdot t + 30^\circ) \text{ A};$$

$$\dot{I}_{1m} = 3 \cdot e^{j30^\circ}$$

$$\dot{I}_{2m} = 2 \cdot e^{j45^\circ}$$

$$i_3 = i_1 + i_2 = I_{3m} \cdot \sin(314 \cdot t + \varphi_3)$$

$$\dot{I}_{3m} = \dot{I}_{1m} + \dot{I}_{2m} = 3 \cdot e^{j30^\circ} + 2 \cdot e^{j45^\circ}$$

$$= 3 \cdot \cos 30^\circ + j \cdot 3 \cdot \sin 30^\circ + 2 \cdot \cos 45^\circ + j \cdot 2 \cdot \sin 45^\circ =$$

$$= 2,6 + j \cdot 1,5 + 1,414 + j \cdot 1,414 = 4,014 + j \cdot 2,914 =$$

$$= \sqrt{4,014^2 + 2,914^2} \cdot e^{j \arctg \frac{2,914}{4,014}} = 4,96 \cdot e^{j36,2^\circ}.$$

$$i_3 = 4,96 \cdot \sin(314 \cdot t + 36,2^\circ) \text{ A}$$

# §5. Мощность в цепи переменного тока

Действующие значения напряжения и силы тока фиксируются электроизмерительными приборами и позволяют непосредственно вычислять мощность переменного тока.

Мощность в цепи ПЕРЕМЕННОГО ТОКА определяется теми же соотношениями, что и мощность ПОСТОЯННОГО ТОКА, в которые вместо силы постоянного тока и постоянного напряжения - соответствующие **ДЕЙСТВУЮЩИЕ ЗНАЧЕНИЯ**:

$$P = U \cdot I$$

Когда между напряжением и силой тока СДВИГ ФАЗ, мощность определяется по формуле:

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$P = U \cdot I$$

$$p = u \cdot i$$

$$u = U_m \cdot \cos \omega t$$

$$i = I_m \cdot \cos(\omega t + \varphi_c)$$

$$p = u \cdot i = U_m \cdot I_m \cdot \cos \omega t \cdot \cos(\omega t + \varphi_c)$$

$$P = \frac{U_m \cdot I_m}{2} \cos \varphi_c$$

$$P = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos \varphi_c = U \cdot I \cos \varphi_c$$

$$**P = UI \cos \varphi**$$

**1. Если в цепи переменного тока только АКТИВНОЕ сопротивление, то выделяемая мощность максимальна. Активное сопротивление энергию из сети полностью превращает во внутреннюю, обратно в сеть не возвращается.**

**2. Если в цепи только ЕМКОСТНОЕ сопротивление, то конденсатор энергию, получаемую от сети, полностью превращает в энергию электрического поля конденсатора, затем эта энергия обратно полностью возвращается в сеть.**

**3. Если в цепи только ИНДУКТИВНОЕ сопротивление, катушка индуктивности энергию, получаемую от сети, полностью превращает в энергию магнитного поля вокруг катушки, затем эта энергия обратно полностью возвращается в сеть.**

**4. Если в цепи АКТИВНОЕ, ИНДУКТИВНОЕ, ЕМКОСТНОЕ сопротивления - мощность (выделяемое тепло) максимальная. Активное сопротивление часть энергии, получаемое от сети, превращает во внутреннюю энергию, конденсатор и катушка индуктивности энергию обратно возвращают в сеть.**

**МОЩНОСТЬ** в цепи переменного тока *определяется* теми же соотношениями, что и мощность *постоянного* тока, в которые **ВМЕСТО** силы *постоянного* тока и *постоянного* напряжения подставляют соответствующие *действующие значения*.

# §6. Резонанс

*явление в электрической цепи, содержащей индуктивные и емкостные элементы, возникающее в случае, когда реактивное сопротивление или реактивная проводимость этой цепи равна нулю:*

$$X_L - X_C = 0$$

или

$$B_C - B_L = 0$$

При резонансе цепь имеет место чисто активное сопротивление или проводимость:

$$\underline{Z} = R + j \cdot (X_L - X_C) = R \quad \underline{Y} = G + j \cdot (B_C - B_L) = G$$

Следовательно:

- ✓ напряжение и ток в цепи совпадают по фазе,
- ✓ реактивная мощность равна нулю.

# Условие возникновения резонанса:

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$$

То есть, резонанс возникает, когда частота внешнего возмущения  $\omega$  равна параметру цепи, называемому

**РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТОЙ  $\omega_0$**

Цепи, в которых используется эффект резонанса, называются

**РЕЗОНАНСНЫМИ КОНТУРАМИ**

Различают

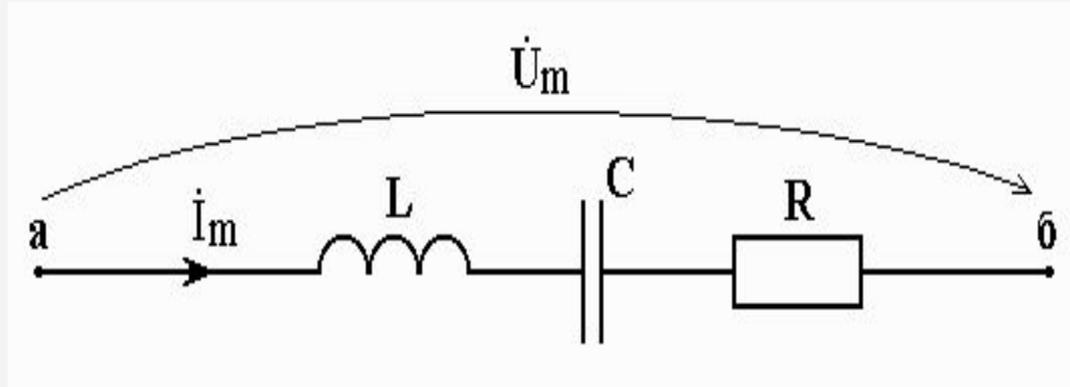
**ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЕ**

и

**ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ**

**резонансные контуры**

## 6.1. В последовательном контуре



*возникает резонанс НАПРЯЖЕНИЙ, то есть, напряжение на емкости на резонансной частоте РАВНО напряжению на индуктивности и противоположно по знаку:*

$$\omega_0 L I = \frac{1}{\omega_0 C} I = \rho I \quad \Rightarrow \quad \rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

где  $\rho$  - **ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ** контура

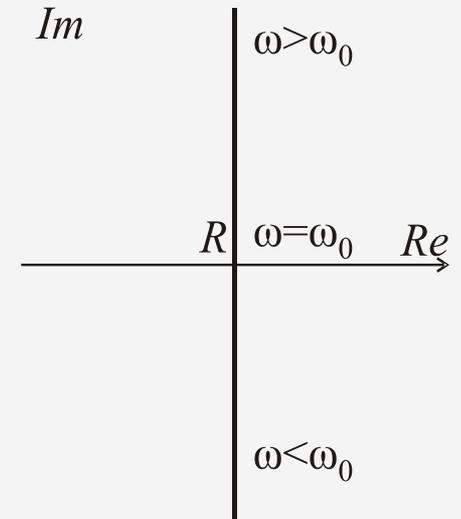
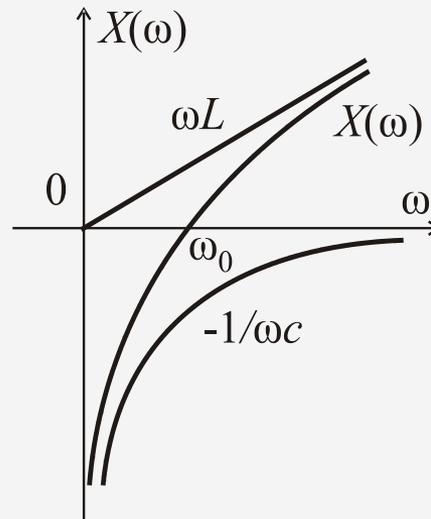
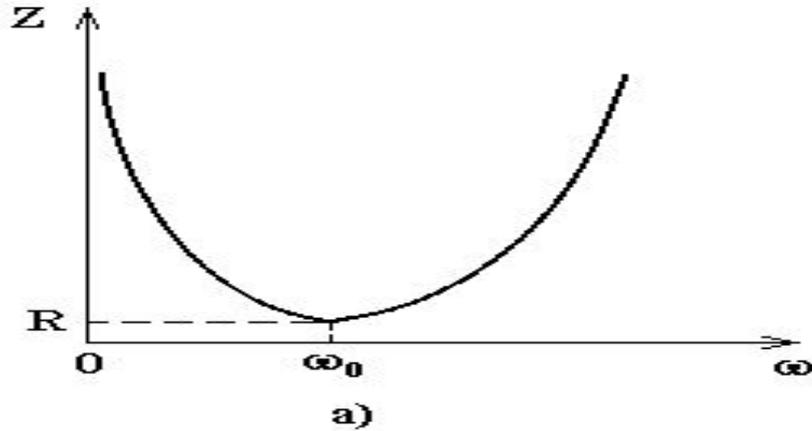
*Отношение величины электромагнитной энергии,  
запасенной на реактивных элементах, к энергии,  
рассеиваемой на активном сопротивлении контура,  
называется*

**ДОБРОТНОСТЬЮ КОНТУРА**

**Для ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО контура  
ДОБРОТНОСТЬ определяется:**

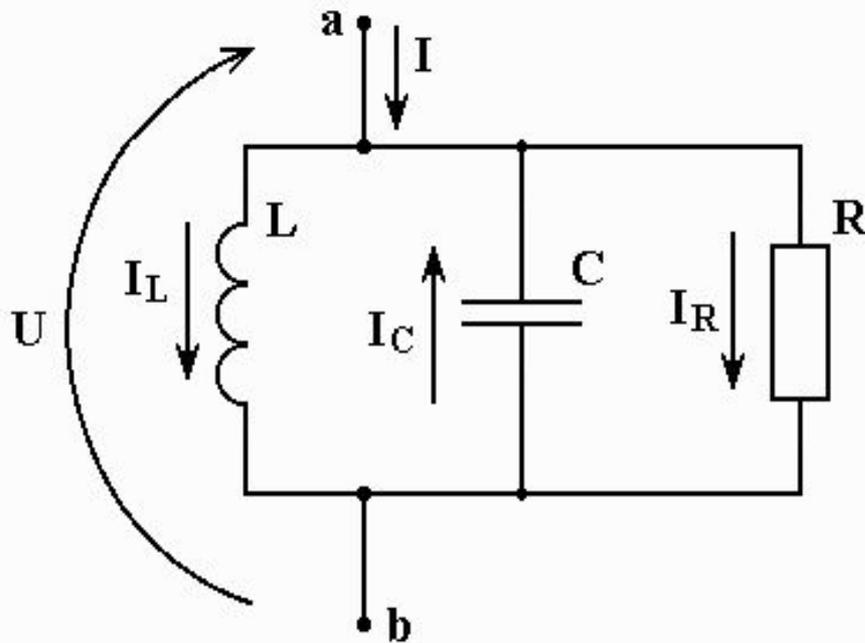
$$Q_{\text{посл}} = \rho/R$$

# ЗАВИСИМОСТЬ модуля полного сопротивления от частоты (последовательного контура):

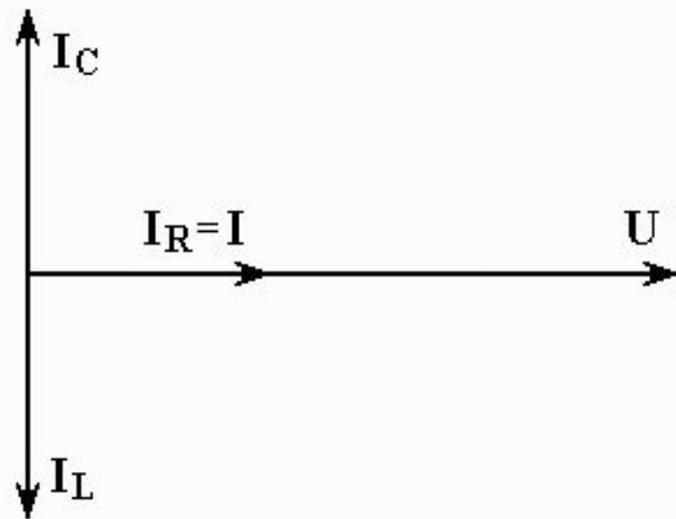


## 6.2. В параллельном контуре

возникает резонанс токов, то есть, ток через емкость РАВЕН току через индуктивность и противоположен по знаку (рис. б):



а)



б)

Параллельный резонансный контур (а) и векторная диаграмма токов через его элементы (б)

**Резонансная частота и характеристическое сопротивление параллельного контура определяется также по формулам:**

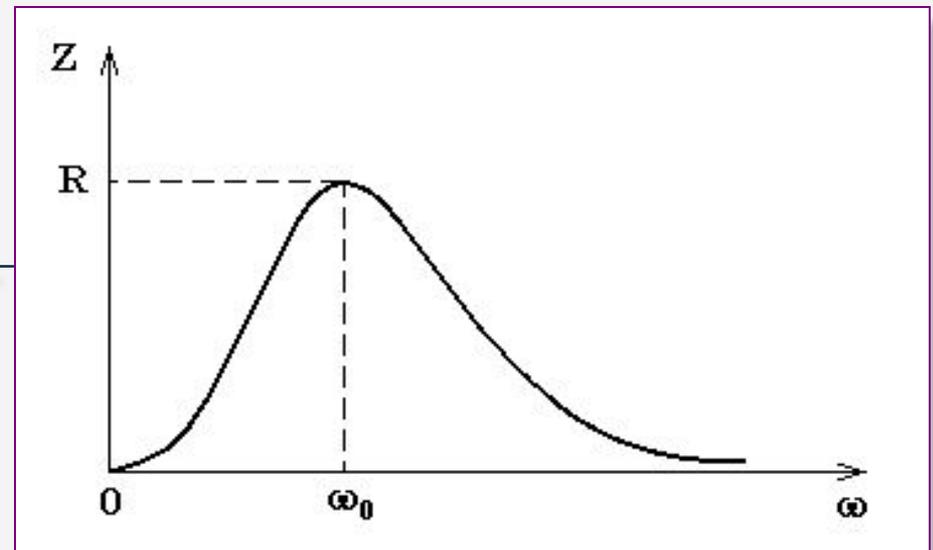
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

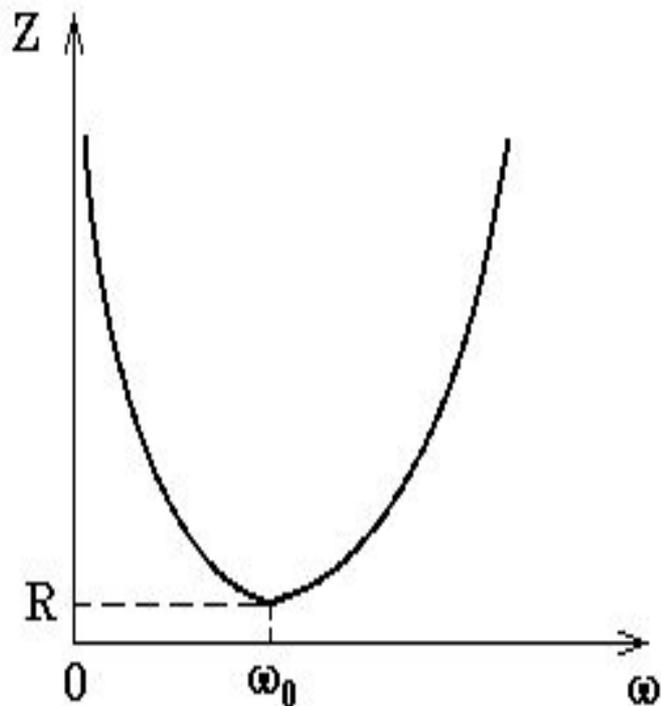
**Добротность параллельного контура:**

$$Q_{\text{пар}} = R/\rho$$

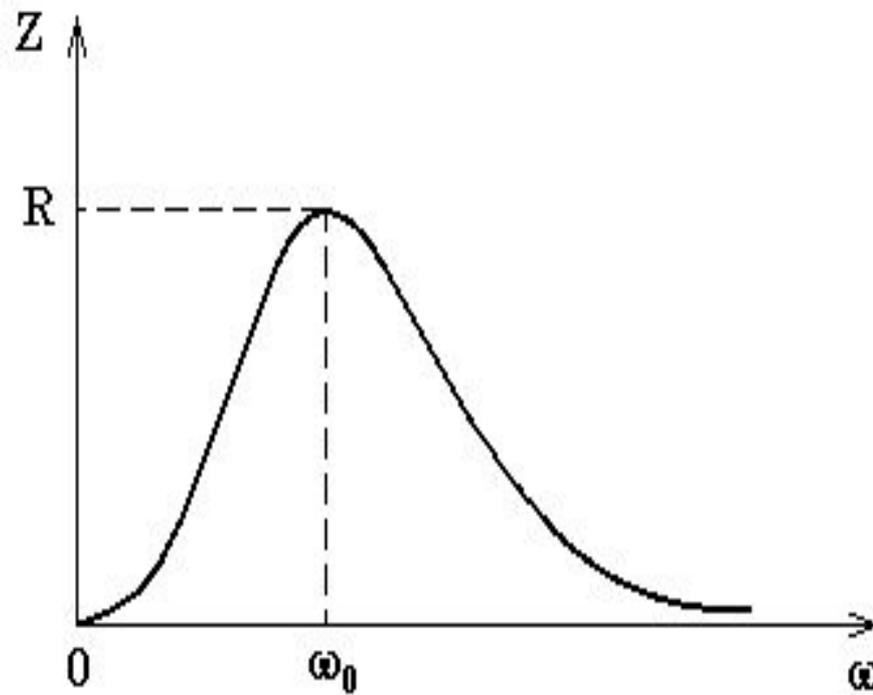
**Зависимость модуля  
полного сопротивления  
параллельного  
резонансного контура от  
частоты**



# Зависимость модуля полного сопротивления последовательного и параллельного контуров от частоты:



а)



б)

*Частотные характеристики  
резонансных контуров*