

LOGO



Решение логических задач





Способы решения логических задач:

- *Средствами алгебры логики*
- *Табличный*
- *С помощью рассуждений*



Решение логических задач средствами алгебры логики

Схема решения:

- 1) Вводится система обозначений для логических высказываний
- 2) Составляется логическая формула, описывающая связи между логическими высказываниями
- 3) Определяются значения истинности логической формулы и введенных логических высказываний
- 4) Формулируется ответ задачи

ПРИМЕР 1

Трое друзей спорили о результатах автогонок.

- ✉ Вот увидишь, Шумахер не придет первым, - сказал Джон, - первым будет Хилл.
- ✉ Да нет же, победителем будет, как всегда, Шумахер, - ответил Ник, - А об Алезе и говорить нечего – первым ему не быть!
- ✉ Хиллу не видать первого места, а вот Алезе пилотирует самую мощную машину – возразил Питер

По завершению гонок оказалось, что каждое из предположений двух друзей подтвердилось, а оба предположения третьего оказались неверны. Кто выиграл гонки?



Решение:

Введем обозначения:

Ш – победит Шумахер,

X – победит Хилл,

A – победит Алеззи

Составим высказывания:

Джон: $\overline{Ш} \wedge X$

Ник: $Ш \wedge \overline{A}$

Питер: \overline{X}

Учитывая, что предположения двух друзей подтвердилось, а предположения третьего неверны, запишем:

$$\underline{(\overline{Ш} \wedge X)} \wedge \underline{(Ш \wedge \overline{A})} \wedge \underline{\overline{\overline{X}}}$$

или

$$\underline{(\overline{Ш} \wedge X)} \wedge \underline{\overline{(Ш \wedge \overline{A})}} \wedge \underline{\overline{X}}$$

или

$$\underline{\overline{(\overline{Ш} \wedge X)}} \wedge \underline{(Ш \wedge \overline{A})} \wedge \underline{\overline{X}}$$



Составим истинную логическую формулу:

$$\left(\overline{\overline{Ш}} \wedge X \wedge Ш \wedge \overline{А} \wedge \overline{\overline{Х}} \right) \vee \left(\overline{\overline{Ш}} \wedge X \wedge \overline{\overline{\overline{Ш}}} \wedge \overline{\overline{А}} \wedge \overline{\overline{Х}} \right) \vee \left(\overline{\overline{\overline{Ш}}} \wedge \overline{\overline{Х}} \wedge Ш \wedge \overline{А} \wedge \overline{Х} \right) = 1$$

1) $\overline{\overline{Ш}} \wedge X \wedge Ш \wedge \overline{А} \wedge \overline{\overline{Х}} = \overline{\overline{Ш}} \wedge Ш \wedge \overline{А} \wedge X \wedge X =$
 $= \left(\overline{\overline{Ш}} \wedge Ш \right) \wedge \left(\overline{А} \wedge X \wedge X \right) = 0 \wedge \left(\overline{А} \wedge X \wedge X \right) = 0$

2) $\overline{\overline{Ш}} \wedge X \wedge \overline{\overline{\overline{Ш}}} \wedge \overline{\overline{А}} \wedge \overline{\overline{Х}} = \overline{\overline{Ш}} \wedge X \wedge \overline{\overline{Х}} \wedge \overline{\overline{Ш}} \wedge \overline{\overline{А}} =$
 $= \left(X \wedge \overline{\overline{Х}} \right) \wedge \left(\overline{\overline{Ш}} \wedge \overline{\overline{\overline{Ш}}} \wedge \overline{\overline{А}} \right) = 0 \wedge \left(\overline{\overline{Ш}} \wedge \overline{\overline{\overline{Ш}}} \wedge \overline{\overline{А}} \right) = 0$

3) $\overline{\overline{\overline{Ш}}} \wedge \overline{\overline{Х}} \wedge Ш \wedge \overline{А} \wedge \overline{Х} = \left(Ш \vee \overline{\overline{Х}} \right) \wedge Ш \wedge \overline{А} \wedge \overline{Х} = Ш \wedge \overline{А} \wedge \overline{Х}$

$$0 \vee 0 \vee \left(Ш \wedge \overline{А} \wedge \overline{Х} \right) = 1$$
$$\left(Ш \wedge \overline{А} \wedge \overline{Х} \right) = 1$$

Следовательно, в гонках победил Шумахер



ПРИМЕР 2

В школе в каждой из двух аудиторий может находиться либо кабинет информатики, либо кабинет физики. На дверях первой из них повесили табличку «По крайней мере, в одной из аудиторий размещается кабинет информатики», а на второй: «Кабинет физики находится в другой аудитории». Известно, что надписи на табличках либо обе ложны, либо обе истинны. В какой аудитории находится кабинет информатики?



Решение:

Введем обозначения:

И1 – кабинет информатики находится в 1 аудит.

И2 – кабинет информатики находится во 2 аудит.

тогда:

$\overline{И1}$ – в 1 аудит. находится кабинет физики

$\overline{И2}$ – во 2 аудит. находится кабинет физики

Составим высказывания:

По крайней мере, в одной из аудиторий размещается кабинет информатики **$И1 \vee И2$**

Кабинет физики находится в другой аудитории **$\overline{И1}$**



Учитывая, что надписи на табличках либо обе ложны, либо обе истинны, запишем:

$$\left((И1 \vee И2) \wedge \overline{И1} \right) \vee \left(\overline{\overline{(И1 \vee И2)}} \wedge \overline{\overline{И1}} \right) = 1$$

Упростив формулу, получим:

$$\begin{aligned} & \left((И1 \vee И2) \wedge \overline{И1} \right) \vee \left(\overline{\overline{(И1 \vee И2)}} \wedge \overline{\overline{И1}} \right) = \\ & \left((И1 \wedge \overline{И1}) \vee (И2 \wedge \overline{И1}) \right) \vee \left(\overline{\overline{И1}} \wedge \overline{\overline{И2}} \wedge \overline{И1} \right) = \\ & \left(0 \vee (И2 \wedge \overline{И1}) \right) \vee 0 = \underline{\underline{И2 \wedge \overline{И1}}} \end{aligned}$$

Делаем вывод:

Кабинет физики находится в 1 аудитории, а кабинет информатики = во 2 аудитории



Решение логических задач табличным способом

При использовании этого способа условия задачи и результаты рассуждений фиксируются с помощью специально составленных таблиц



ПРИМЕР 3

**На работу в оркестр приняли 3 музыкантов:
Брауна, Смита и Вессона, умеющих играть на
скрипке, флейте, альте, кларнете, гобое и трубе.
Известно, что:**

- 1) Смит самый высокий**
- 2) Играющий на скрипке ниже играющего на флейте**
- 3) Скрипач, флейтист и Браун любят пиццу.**
- 4) Когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Смит мирит их**
- 5) Браун не умеет играть ни на трубе, ни на гобое**

На каких инструментах играет каждый из музыкантов, если каждый владеет двумя инструментами?



Решение:

Составим таблицу, отразим в ней условия задачи, заполним ее нулями и единицами в зависимости от условий. Т.к. музыкантов трое, инструментов шесть и каждый владеет только двумя инструментами, то получается, что каждый музыкант играет на двух инструментах, которыми другие музыканты не владеют.



Решение:

	Скрипка	Флейта	Альт	Кларнет	Гобой	Труба
Браун	0_3	0_3			0_5	0_5
Смит	$0_{1,2}$		0_4			0_4
Вессон						



Решение:

	Скрипка	Флейта	Альт	Кларнет	Гобой	Труба
Браун	0_3	0_3	1	1	0_5	0_5
Смит	$0_{1,2}$		0_4			0_4
Вессон						



Решение:

	Скрипка	Флейта	Альт	Кларнет	Гобой	Труба
Браун	0_3	0_3	1	1	0_5	0_5
Смит	$0_{1,2}$		0_4	0		0_4
Вессон	1		0	0		1



Решение:

	Скрипка	Флейта	Альт	Кларнет	Гобой	Труба
Браун	0_3	0_3	1	1	0_5	0_5
Смит	$0_{1,2}$		0_4	0		0_4
Вессон	1	0	0	0	0	1



Решение:

	Скрипка	Флейта	Альт	Кларнет	Гобой	Труба
Браун	0_3	0_3	1	1	0_5	0_5
СМИТ	$0_{1,2}$	1	0_4	0	1	0_4
Вессон	1	0	0	0	0	1



ПРИМЕР 4

Три одноклассника – Влад, Тимур и Юра, встретились спустя 10 лет после окончания школы. Выяснилось, что один из них стал врачом, другой - физиком, третий – юристом. Один полюбил туризм, другой – бег, третий – регби.

- 1) Юра сказал, что на туризм ему не хватает времени, хотя его сестра – единственный врач в семье, заядлый турист**
- 2) Врач сказал, что он разделяет увлечение коллеги**
- 3) У двоих из друзей в названиях их профессий и увлечений не встречается ни одна буква их имен**

Определите, кто чем любит заниматься в свободное время и у кого какая профессия



Решение:

	Влад	Тимур	Юра
Врач			0 ₁
Физик			
Юрист			
Туризм			0 ₁
Бег			
Регби			



Решение:

	Влад	Тимур	Юра
Врач	1 (?)		0 ₁
Физик			
Юрист			
Туризм	1 (?)		0 ₁
Бег			
Регби			



Решение:

	Влад	Тимур	Юра
Врач		1 (?)	0 ₁
Физик			
Юрист			
Туризм		1 (?)	0 ₁
Бег			
Регби			



Решение:

	Влад	Тимур	Юра
Врач			0 ₁
Физик			1 ₃
Юрист			0
Туризм			0 ₁
Бег			1 ₃
Регби			0



Решение:

	Влад	Тимур	Юра
Врач			0 ₁
Физик	0	0	1 ₃
Юрист			0
Туризм			0 ₁
Бег	0	0	1 ₃
Регби			0



Решение:

	Влад	Тимур	Юра
Врач	1 (?)		0 ₁
Физик	0	0	1 ₃
Юрист			0
Туризм	1 (?)		0 ₁
Бег	0	0	1 ₃
Регби			0



Решение:

Нарушается условие 3

	Влад	Тимур	Юра
Врач	1 (?)	0	0 ₁
Физик	0	0	1 ₃
Юрист	0	1 (?)	0
Туризм	1 (?)	0	0 ₁
Бег	0	0	1 ₃
Регби	0	1 (?)	0



Решение:

	Влад	Тимур	Юра
Врач		1 (?)	0₁
Физик	0	0	1₃
Юрист			0
Туризм		1 (?)	0₁
Бег	0	0	1₃
Регби			0



Решение:

	Влад	Тимур	Юра
Врач	0	1 (?)	0 ₁
Физик	0	0	1 ₃
Юрист	1 (?)	0	0
Туризм	0	1 (?)	0 ₁
Бег	0	0	1 ₃
Регби	1 (?)	0	0



Решение:

	Влад	Тимур	Юра
Врач	0	1	0 ₁
Физик	0	0	1 ₃
Юрист	1	0	0
Туризм	0	1	0 ₁
Бег	0	0	1 ₃
Регби	1	0	0



ПРИМЕР 5

Три дочери писательницы Дорис Кей – Джуди, Айрис и Линда, тоже очень талантливы - в пении, балете и кино. Все они живут в разных городах – Париже, Риме и Чикаго. Известно, что:

- 1) Джуди живет в Париже, а Линда в Риме**
- 2) Парижанка не снимается в кино**
- 3) Певица живет в Риме**
- 4) Линда равнодушна к балету**

Где живет Айрис и какова ее профессия?



Решение:

	Джуди	Айрис	Линда
Пение			$0_{1,4}$
Балет			0_4
не Кино			1
Париж	0_1		0
Рим			0_1
Чикаго			



Решение:

	Джуди	Айрис	Линда
Пение			$0_{1,4}$
Балет			0_4
не Кино			1
Париж	0_1		
Рим			0_1
Чикаго			



Решение:

	Джуди	Айрис	Линда
Пение			$0_{1,4}$
Балет			0_4
не Кино			1
Париж	0_1		0
Рим			0_1
Чикаго			



Решение:

	Джуди	Айрис	Линда
Пение			$0_{1,4}$
Балет			0_4
не Кино			1
Париж	0_1		0
Рим			0_1
Чикаго			1



Решение:

	Джуди	Айрис	Линда
Пение			$0_{1,4}$
Балет			0_4
не Кино	0	0	1
Париж	0_1	1	0
Рим			0_1
Чикаго	0	0	1



Решение:

	Джуди	Айрис	Линда
Пение		0	0 _{1,4}
Балет		1	0 ₄
не Кино	0	0	1
Париж	0 ₁	1	0
Рим		0	0 ₁
Чикаго	0	0	1



Решение:

	Джуди	Айрис	Линда
Пение	1	0	0 _{1,4}
Балет	0	1	0 ₄
не Кино	0	0	1
Париж	0 ₁	1	0
Рим	1	0	0 ₁
Чикаго	0	0	1



ПРИМЕР 6

Вадим, Сергей и Михаил изучают различные иностранные языки: китайский, японский и арабский. На вопрос, какой язык изучает каждый из них, один ответил: *«Вадим изучает китайский, Сергей не изучает китайский, а Михаил не изучает арабский»*. Вскоре выяснилось, что в этом ответе только одно утверждение верно, а два других ложны.

Кто и какой язык изучает?



Решение:

Введем обозначения:

V_k – Вадим изучает китайский

S_k – Сергей изучает китайский

M_a – Михаил изучает арабский

Составим высказывания:

Вадим изучает китайский V_k

Сергей не изучает китайский $\overline{S_k}$

Михаил не изучает арабский $\overline{M_a}$



Запишем формулу и упростим ее, зная, что в ответе только одно утверждение верно, а два других ложны:

$$\left(\overline{B_K} \wedge \overline{C_K} \wedge \overline{M_a} \right) \vee \left(\overline{B_K} \wedge \overline{C_K} \wedge \overline{M_a} \right) \vee \left(\overline{B_K} \wedge \overline{C_K} \wedge \overline{M_a} \right) = 1$$
$$\left(\overline{B_K} \wedge \overline{C_K} \wedge \overline{M_a} \right) \vee \left(\overline{B_K} \wedge \overline{C_K} \wedge \overline{M_a} \right) \vee \left(\overline{B_K} \wedge \overline{C_K} \wedge \overline{M_a} \right) = 1$$

$$\left(\overline{B_K} \wedge \overline{C_K} \wedge \overline{M_a} \right) \vee \left(\overline{B_K} \wedge \overline{C_K} \wedge \overline{M_a} \right) = 1$$

$$\left(\overline{B_K} \wedge \overline{C_K} \wedge \overline{M_a} \right) = 1$$

Сергей изучает китайский, Михаил – японский, а Вадим - арабский