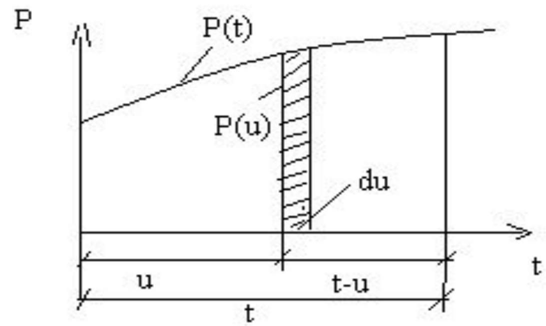
# Лекция 7-8
# Действие произвольной возмущающей нагрузки

## Содержание

1. Вынужденные колебания системы с одной степенью свободы от действия произвольной нагрузки с учетом сил сопротивления.
2. Вынужденные колебания системы с одной степенью свободы от действия произвольной нагрузки без учета сил сопротивления
3. Действие различных импульсов Si .
4. Ударная нагрузка.

**Действие произвольной возмущающей нагрузки.** Дифференциальное уравнение динамического равновесия для системы с одной степенью свободы и его решение с учетом сил сопротивления




$$y'' + \frac{k}{m} y' + \frac{r}{m} y = \frac{P(t)}{m}$$

$$y = y_o + y_ч,$$

$$y = a_o e^{\frac{-kt}{2m}} Sin(\omega t + \varphi_o),$$

$$y_ч = \frac{1}{\omega m} \int_0^t P(u) e^{-k(t-u)} Sin\omega(t-u) du$$

# Дифференциальное уравнение динамического равновесия для системы с одной степенью свободы и его решение без учета сил сопротивления

$$y^{//} + \frac{r}{m} y = \frac{P(t)}{m}$$

$$y^{//} + \omega^2 y = \frac{P(t)}{m}$$

$$y = y_o + y_ч,$$

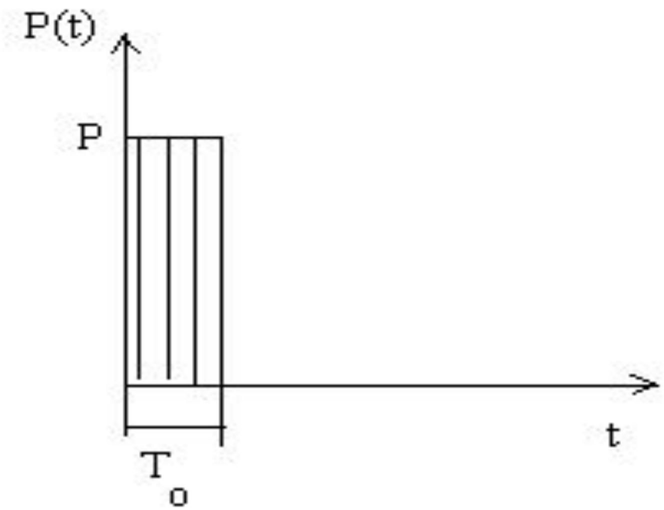
$$y_o = a\mathrm{Sin}(\omega t + \varphi_o),$$

$$y_ч = \frac{1}{\omega m} \int_0^t P(u) \mathrm{Sin}\omega(t-u) du =$$

$$= \omega \delta_{11} \int_0^t P(u) \mathrm{Sin}\omega(t-u) du$$

$$y = a_o \mathrm{Sin}(\omega t + \varphi_o) + \omega \delta_{11} \int_0^t P(u) \mathrm{Sin}\omega(t-u) du$$

# Вынужденные колебания от импульса с учетом и без учета сил сопротивления




$$y^{//} + \frac{k}{m} y^{/} + \frac{r}{m} y = S$$

$$y = y_o + y_ч ,$$

$$y_o = a_o e^{\frac{-kt}{2m}} Sin(\omega t + \varphi_o),$$

$$y_ч = \frac{S}{\omega m} e^{-kt} Sin\omega t,$$

$$k = 0$$

$$y_o = a_o Sin(\omega t + \varphi_o),$$

$$y_ч = \frac{S}{\omega m} Sin\omega t$$

$$S = \int P(t)dt = PT_o$$

Если на систему действуют различные импульсы $S_i$ , каждый из которых имеет $t_i$ – время от начала 1-го импульса, для которого $t_1=0$, то их общее решение определяется суммой. Время, прошедшее от действия импульса $S_i$ до рассматриваемого момента $t$ равно $t-t_i$

- Действие от нескольких импульсов можно определить как сумму действий от каждого импульса в отдельности.

# Действие различных импульсов Si

$$y_ч = \sum y_{ч\ i} = \sum \left[ \frac{S}{\omega m} e^{-kt} Sin\omega t \right]_i$$

если k=0 (отсутствуют силы сопротивления)

$$y_ч = \sum y_{ч\ i} = \sum \left[ \frac{S}{\omega m} Sin\omega t \right]_i$$

# Кратковременный импульс силы

Если импульс сосредоточенной силы P(t) имеет величину S и действует в течение малого промежутка времени (периода) $T_p^0$, то среднее значение силы за этот период будет

$$P = \frac{S}{T_p^0}$$

Приняв вместо силы P(t) ее среднее значение P, можно заменить действие импульса статической силой, эквивалентной данному импульсу:

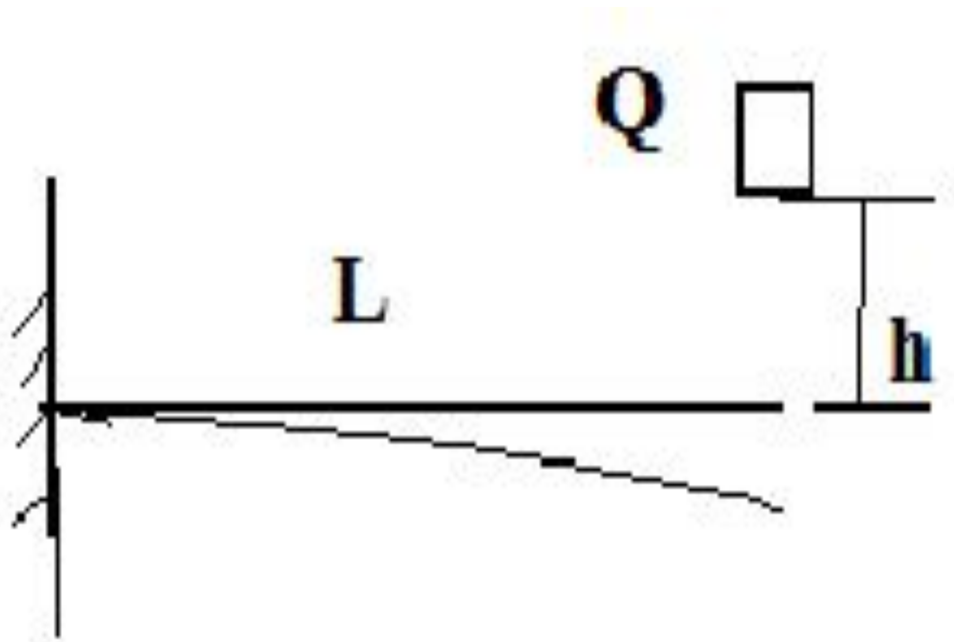
$$P_{экв} = \mu P = \pm P\omega T_p^0 \frac{\operatorname{Sin}\frac{\omega T_p^0}{2}}{\frac{\omega T_p^0}{2}} = \omega S \frac{\operatorname{Sin}\frac{\omega T_p^0}{2}}{\frac{\omega T_p^0}{2}}, \qquad \frac{\operatorname{Sin}\alpha}{\alpha} < 1,$$

$$P_{экв} = \pm\omega S$$

# Ударная нагрузка

**Масса весом Q падает с высоты h на упругую балку (Рис. 1). Определить коэффициент динамичности.**

**Рис. 1**



Рассмотрим удар движущегося тела по упругой балке (Рис. 1). Сила удара характеризуется ее небольшой величиной Р, периодом $T_p^0$ и импульсом, равным площади диаграммы удара

$$S = \int_0^{T_p^0} P(t)dt$$

$$\mu = \frac{P_{\text{экв}}}{Q} = \frac{\omega S}{Q} = \frac{mv\sqrt{\dfrac{g}{y_{\text{ст}}}}}{Q} = \frac{v}{\sqrt{g y_{\text{ст}}}},$$

$$v = \sqrt{2g(h + \mu y_{\text{ст}})},$$

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{y_{\text{ст}}}}$$