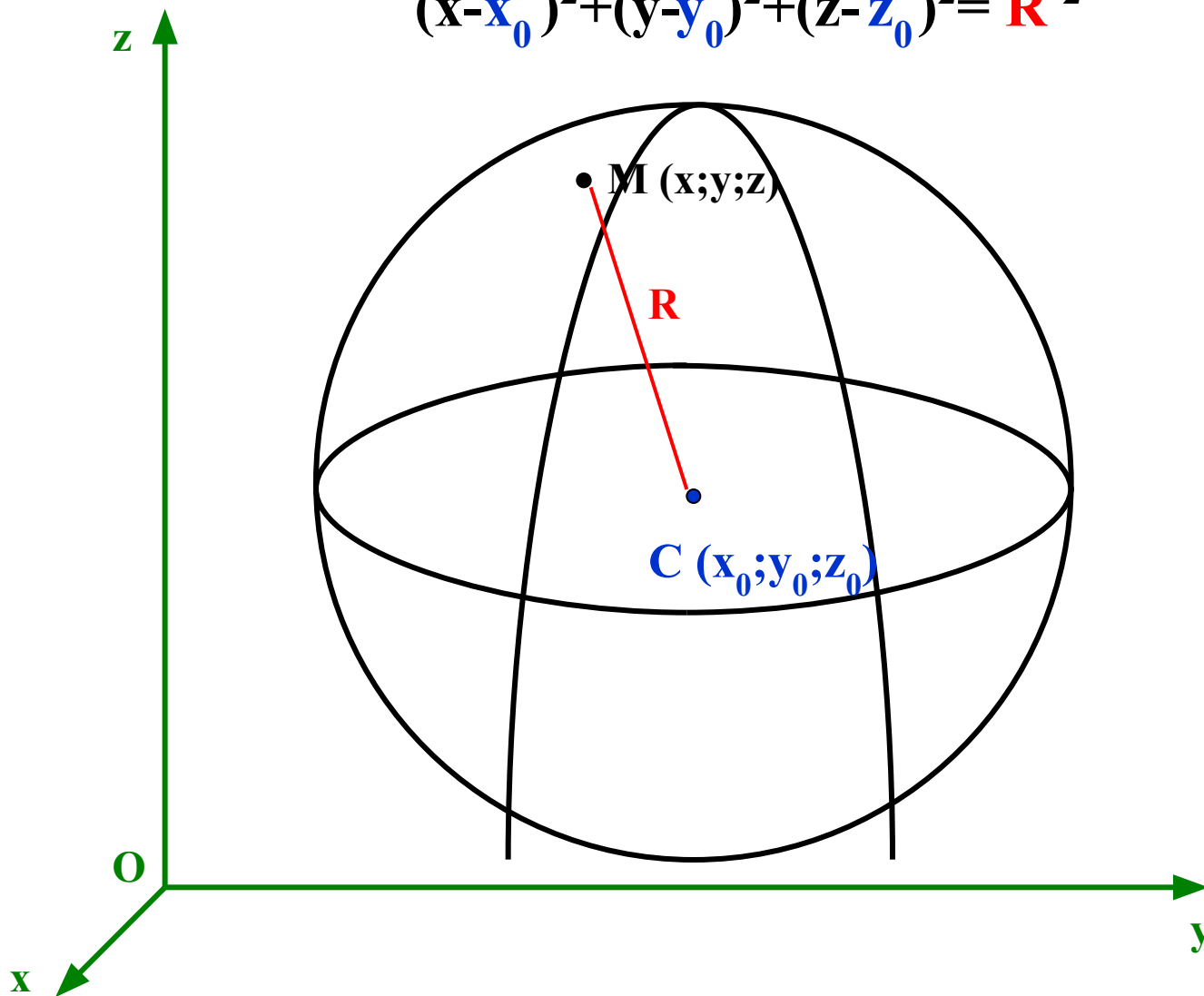


## Уравнение сферы

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$$



# Актуализация знаний

- Что такое сфера? Как задаётся сфера?.
- Что такое шар? Как задаётся шар?.
- Квадрат суммы. Квадрат разности
- Задача: Дано уравнение сферы

$$X^2+Y^2+Z^2+2Y-4Z = 4$$

- 1) Найти центр и радиус сферы;
  - 2) Выяснить расположение точки N (1,0,-3) по отношению к сфере;
  - 3) Найти m, при котором A(0; m; 2) и B(1; 1; m-2) принадлежат сфере
- Ответы: C( 0; -1; 2) , R= корень из 9, m=2

# Математический диктант

## Вариант I

1. Найдите координаты центра и радиус сферы, заданной уравнением  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 25$ .
2. Напишите уравнение сферы радиуса  $R = 7$  с центром в точке  $A(2; 0; -1)$ .
3. Лежит ли  $A(-2; 1; 4)$  на сфере, заданной уравнением  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 3)^2 = 1$ .
4. Точки  $A$  и  $B$  принадлежат сфере. Принадлежит ли сфере любая точка отрезка  $AB$ ?
5. Могут ли все вершины прямоугольного треугольника с катетами 4 см и  $2\sqrt{2}$  см лежать на сфере радиуса  $\sqrt{5}$  см?
6. Записать формулу площади круга.
7. Найти координаты центра и радиус сферы  $x^2 - 6x + y^2 + z^2 = 0$ .

---

## Вариант II

1. Найдите координаты центра и радиус сферы, заданной уравнением  $(x + 3)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 16$ .
2. Напишите уравнение сферы радиуса  $R = 4$  с центром в точке  $A(-2; 1; 0)$ .
3. Лежит ли точка  $A(5; -1; 4)$  на сфере, заданной уравнением  $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 + (z - 4)^2 = 4$ .
4. Точки  $A$  и  $B$  принадлежат шару. Принадлежит ли этому шару любая точка отрезка  $AB$ ?
5. Могут ли все вершины прямоугольного треугольника с катетами 4 см и  $2\sqrt{2}$  см лежать на сфере радиуса  $\sqrt{6}$  см?
6. Записать формулу длины окружности.
7. Найти координаты центра и радиус сферы  $x^2 + y^2 + 6y + z^2 = 0$ .



# Проверка диктанта

**Вариант I:** 1)  $O(2; -3; 0)$ ,  $R = 5$ . 2)  $(x - 2)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 49$ . 3) Да.  
4) Нет. 5) Нет, не могут. 6)  $S = \pi R^2$ . 7)  $O(3; 0; 0)$ ,  $R = 3$ .

**Вариант II:** 1)  $O(-3; 0; 1)$ ,  $R = 4$ . 2)  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 16$ . 3) Да.  
4) Да. 5) Да, могут. 6)  $l = 2\pi R$ . 7)  $O(0; -3; 0)$ ,  $R = 3$ .

*Исследуем взаимное расположение сферы и плоскости в зависимости от соотношения между радиусом сферы и расстоянием от ее центра до плоскости.*

*Введем обозначения:*

***R** – радиус сферы,*

***d** – расстояние от центра сферы  
до плоскости  $\alpha$ ,*

***C** – центр сферы.*

*Введем систему координат так, чтобы в ней центр сферы имел координаты  $C(0;0;d)$ , следовательно сфера имеет уравнение*

$$x^2 + y^2 + (z - d)^2 = R^2 .$$

*Вопрос о взаимном расположении сферы и плоскости сводится к исследованию системы уравнений*

$$\begin{cases} z = 0 \\ x^2 + y^2 + (z - d)^2 = R^2 . \end{cases}$$

$$\left[ \begin{array}{l} z=0 \\ x^2+y^2+(z-d)^2=R^2 \end{array} \right.$$

Подставив  $z=0$  во второе уравнение ,  
получим :

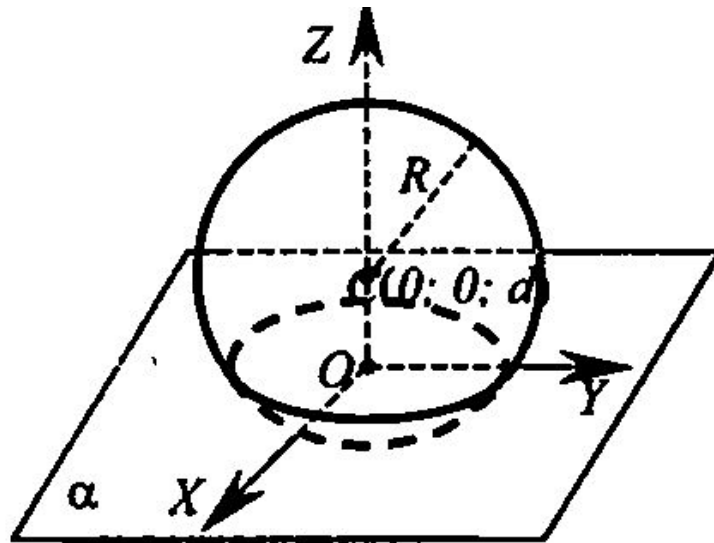
$$x^2+y^2=R^2-d^2$$

1 случай

$$X^2 + Y^2 = R^2 - d^2$$

$$d < R$$

Если расстояние от центра сферы до плоскости меньше радиуса сферы, то сечение сферы плоскостью есть окружность.



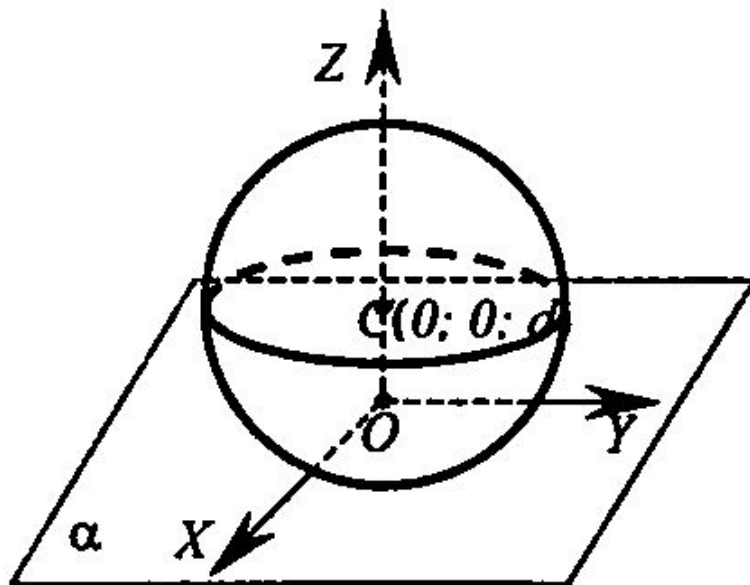


## 2 случай

$$X^2 + Y^2 = R^2 - d^2$$

$$d = R$$

Если расстояние от центра сферы до плоскости равно радиусу сферы, то сфера и плоскость имеют только одну общую точку.

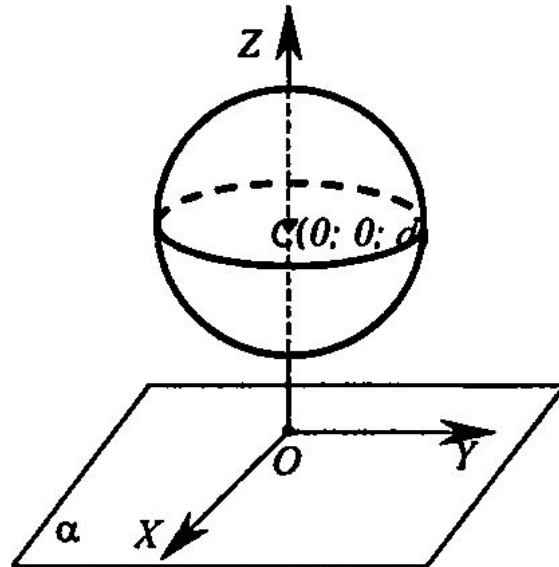


### 3 случай

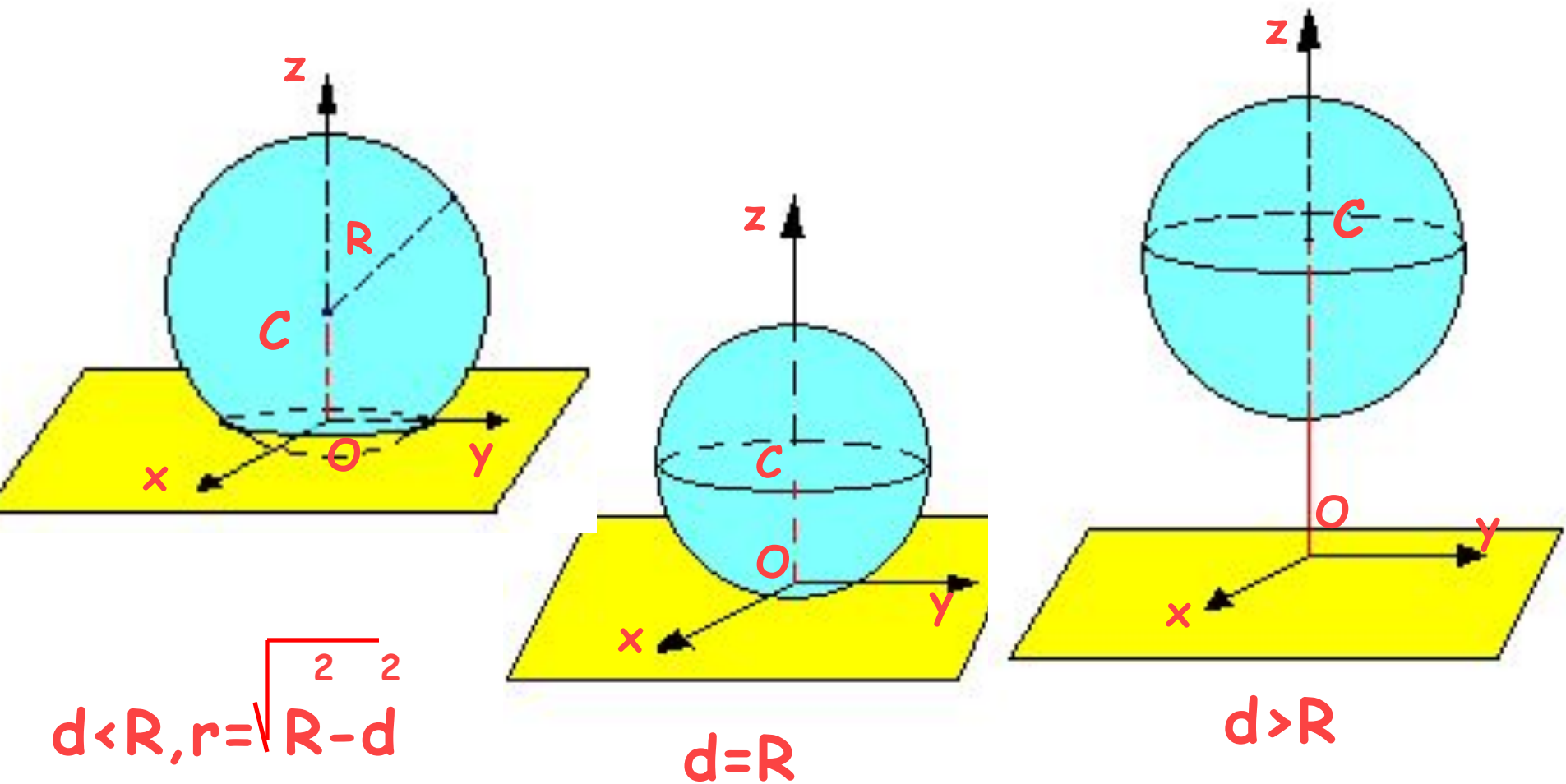
$$X^2 + Y^2 = R^2 - d^2$$

$$d > R$$

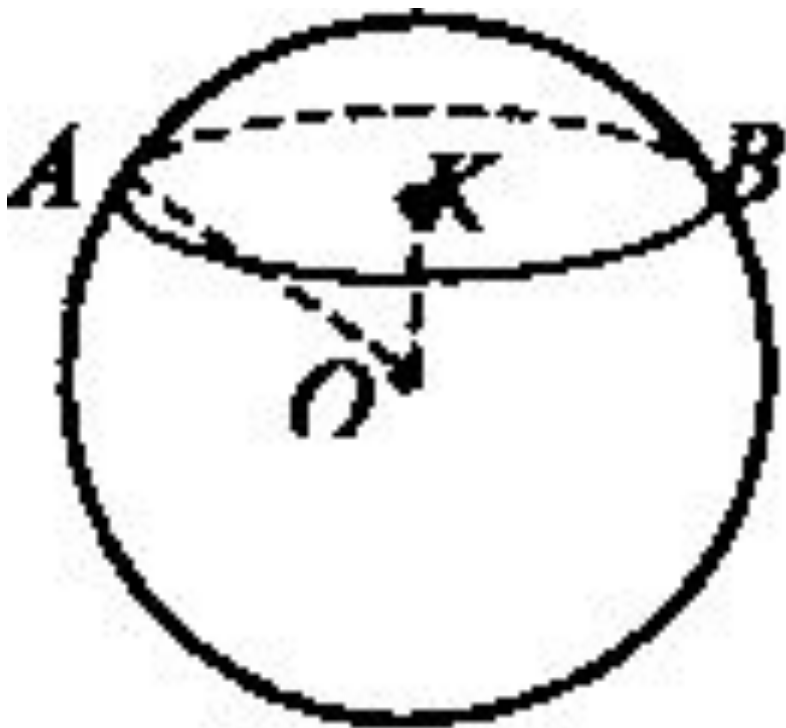
Если расстояние от центра сферы до плоскости больше радиуса сферы, то сфера и плоскость не имеют общих точек.



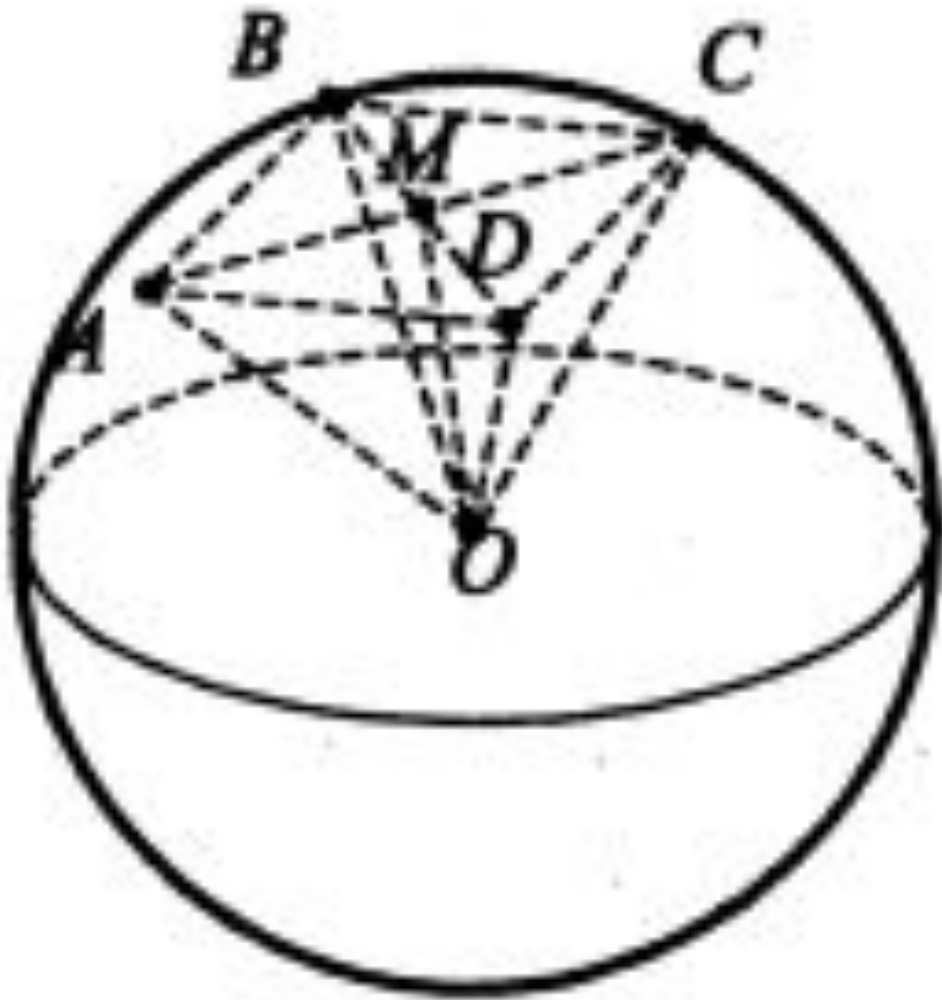
# Взаимное расположение сферы ПЛОСКОСТЬ



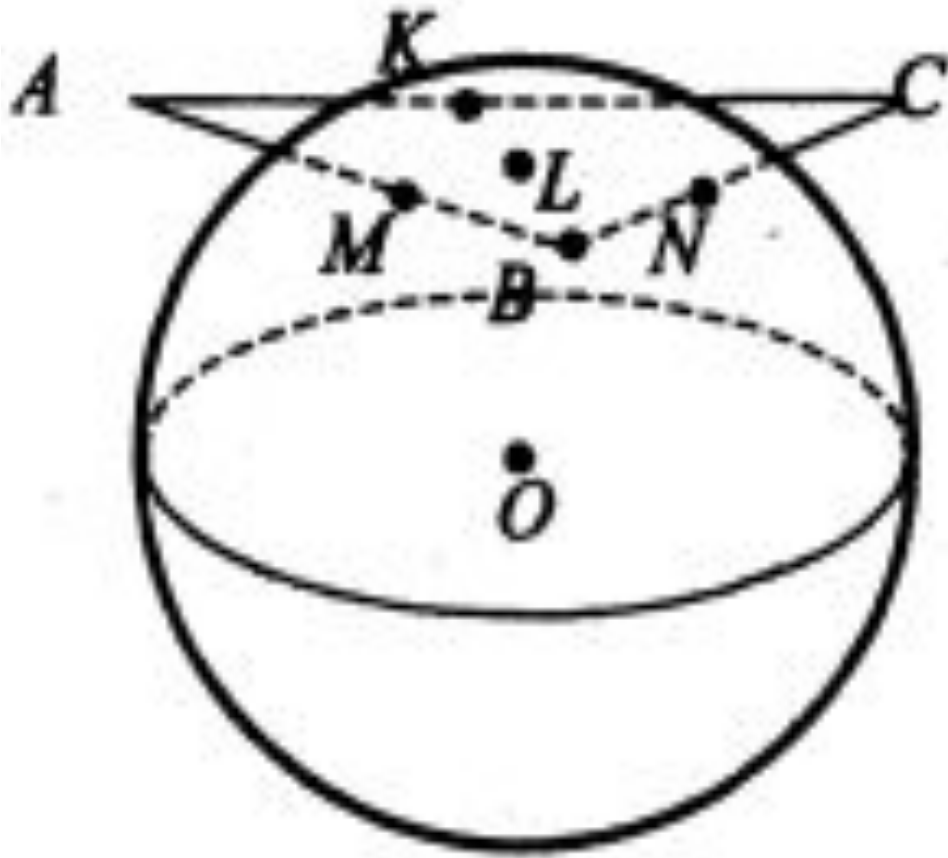
**№580** Шар радиуса 41 дм пересечен плоскостью, находящейся на расстоянии 9 дм от центра. Найдите площадь сечения.



**№582** Вершины прямоугольника лежат на сфере радиуса 10 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости прямоугольника, если его диагональ равна 16 см.



**№584** Все стороны треугольника  $ABC$  касаются сферы радиуса 5 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости треугольника, если  $AB = 13$  см,  $BC = 14$  см,  $CA = 15$  см.



**№586** Отрезок  $OH$  — высота тетраэдра  $OABC$ .

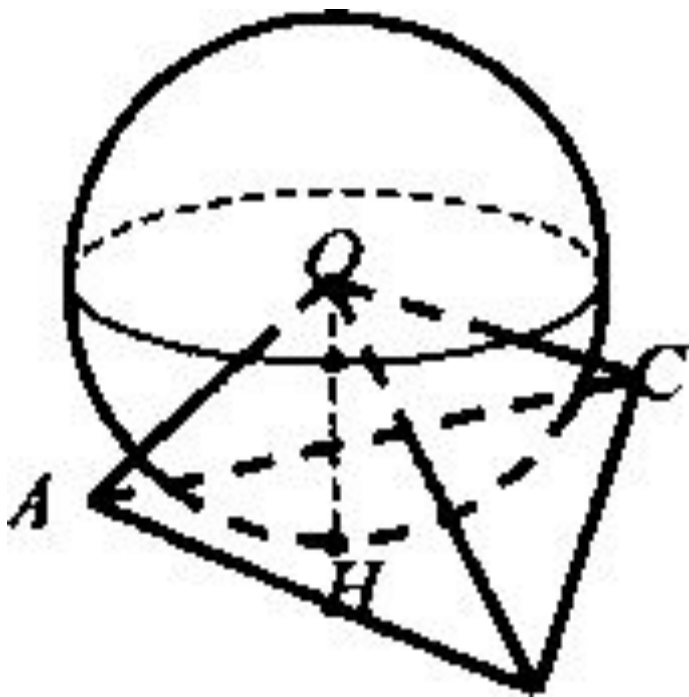
Выясните взаимное расположение сферы радиуса  $R$  с центром  $O$  и плоскости  $ABC$ , если:

а)  $R = 6$  дм,  $OH = 60$  см;

б)  $R = 3$  м,  $OH = 95$  см;

в)  $R = 5$  дм,  $OH = 45$  см;

г)  $R = 3,5$  дм,  $OH = 40$  см.



## Подведение итогов

- 1) Рассмотрим возможные случаи взаимного расположения сферы и плоскости. Каковы они?
- 2) Проведено исследование взаимного расположения сферы и плоскости в зависимости от соотношения между радиусом сферы и расстоянием от ее центра до плоскости, каковы результаты этого исследования
- 3) В ходе сегодняшнего урока были решены несколько опорных задач, которые помогут решению домашних задач.



# **Домашнее задание**

**№ № 581; 586 (б), 587**