КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН В ОДНОФАЗНЫХ СРЕДАХ

Конвективный тепломассообмен

Виды конвекции

Вынужденная конвекция - движение жидкости вызывается внешними силами (насос, вентилятор и др.)

Свободная (естественная) конвекция - движение возникает под действием неоднородного поля массовых сил (сила тяжести, центробежная сила и др.)

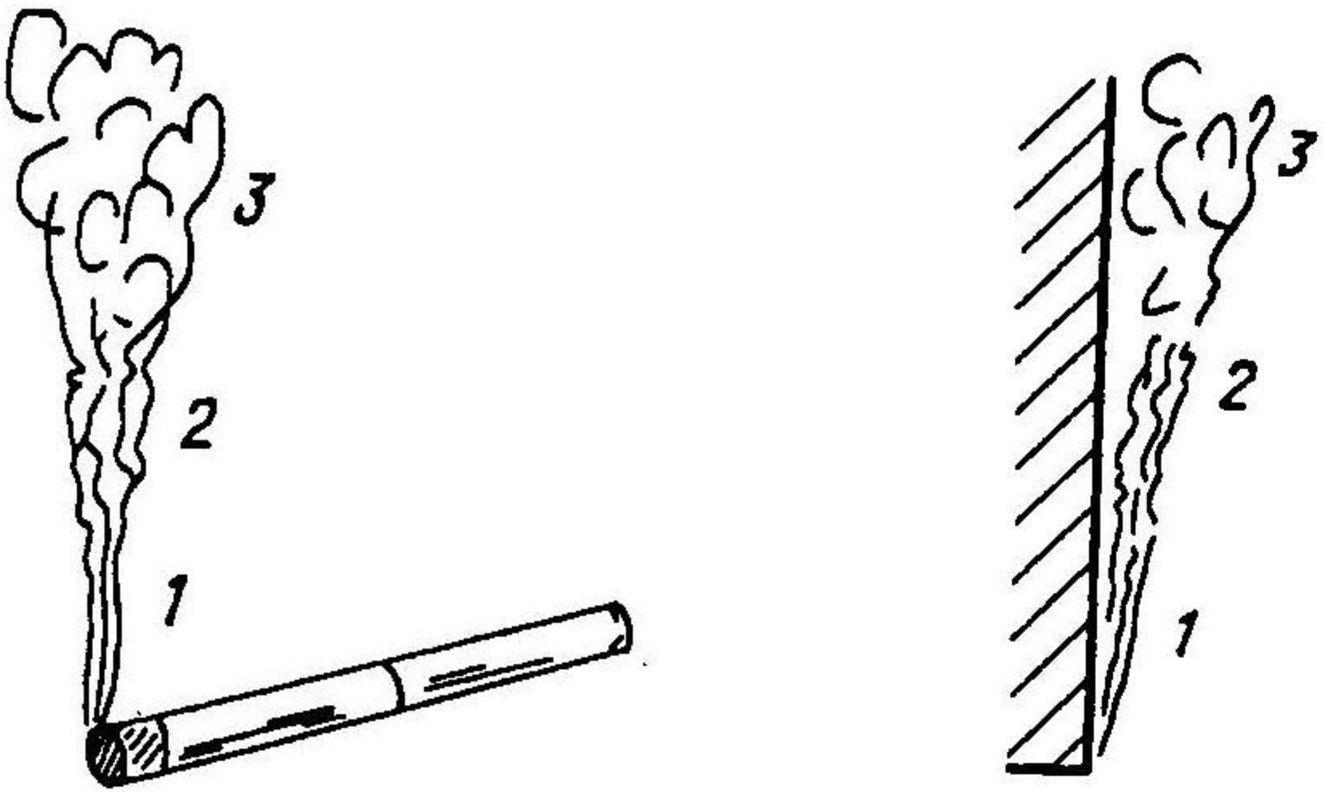
В рамках *феноменологического* метода среда рассматривается как непрерывное вещество без какой либо структуры.

Перенос тепла и массы происходит:

не только за счет *grad T* или *grad C*,

но и совместно с движущейся средой.

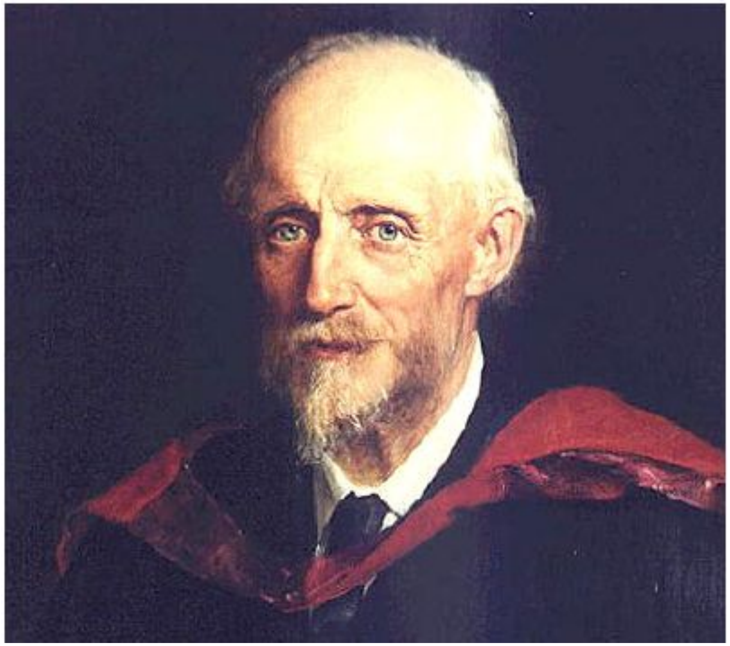
Режимы свободной конвекции

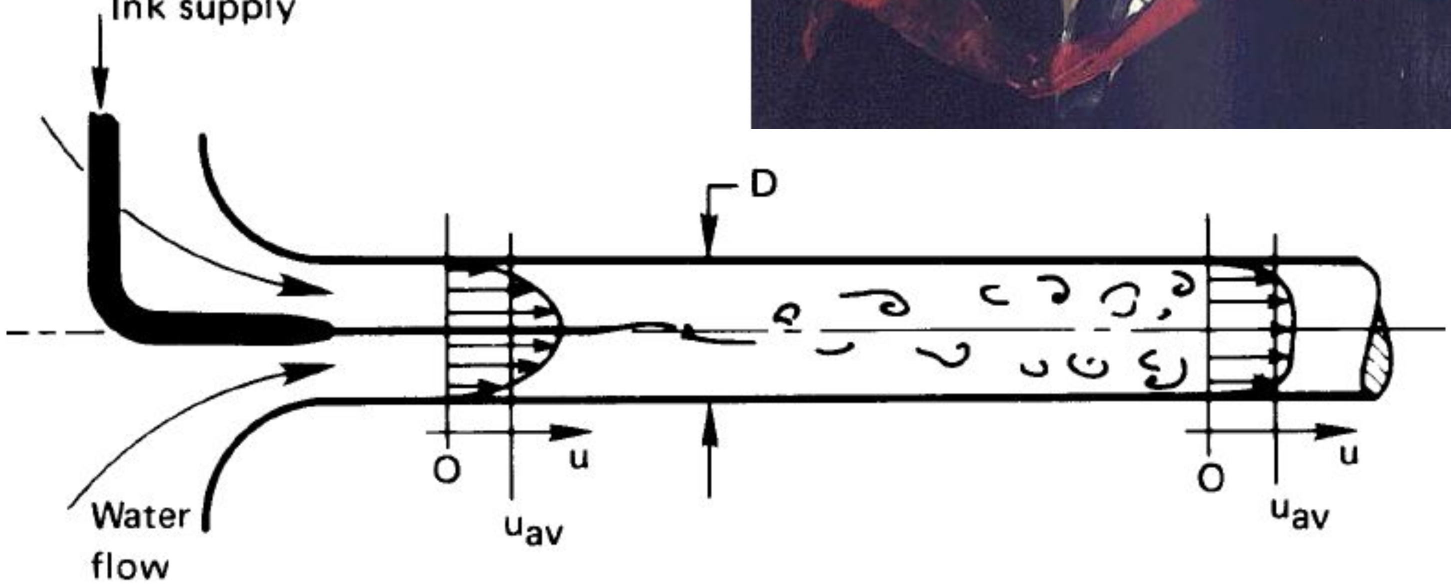


1 – ламинарный; 2 – переходной; 3 - турбулентный

Осборн Рейнольдс

Osborne Reynolds
(1842-1912)

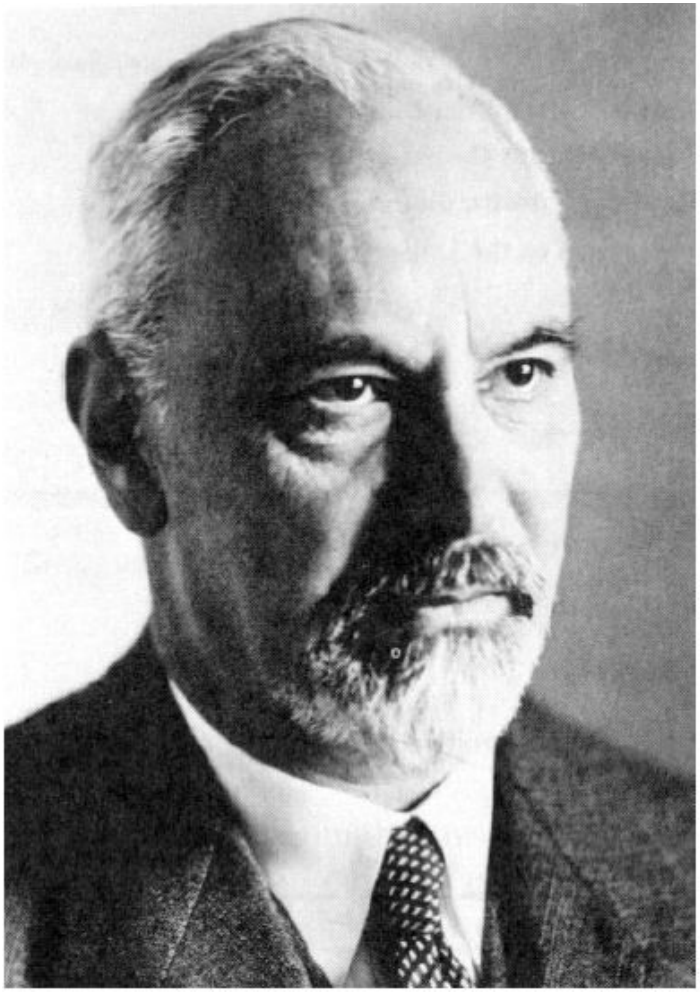




Людвиг Прандтль

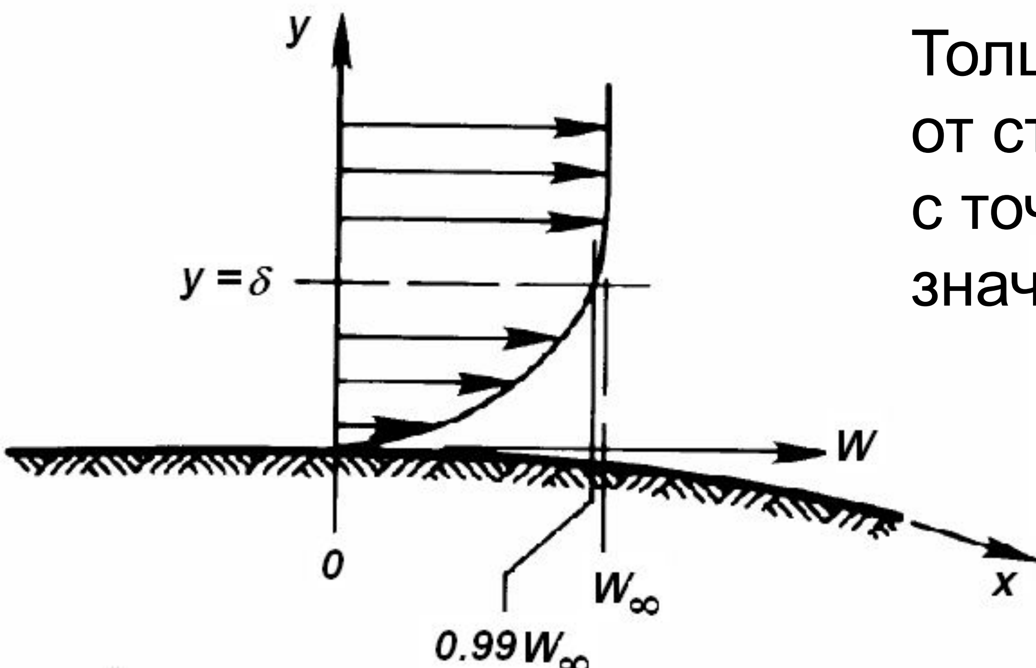
Ludwig Prandtl

(1875-1953)



▪ Гидродинамический пограничный слой

Гидродинамический П.С. - область, в которой жидкость замедляется под действием сил вязкости.



Толщина Г.П.С. - расстояние от стенки, на котором скорость с точностью до 1% достигает значения вдали от стенки

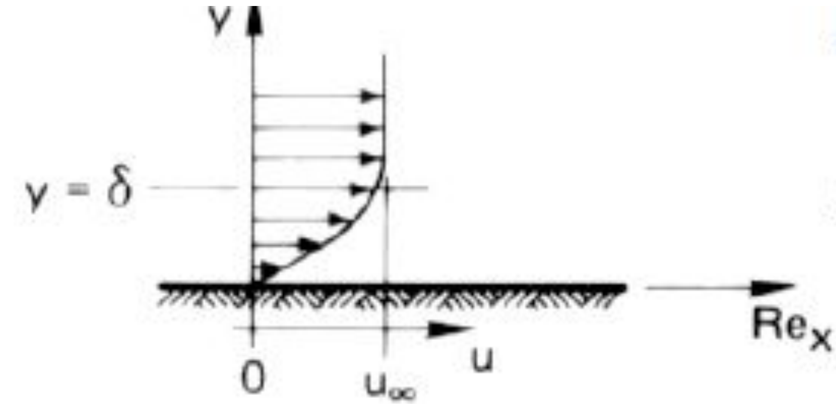
$$\delta = fn(W_\infty, \rho, \mu, x)$$

$$\frac{\delta}{x} = fn(Re_x) \qquad Re_x = \frac{\rho W_\infty x}{\mu} = \frac{W_\infty x}{\nu}$$

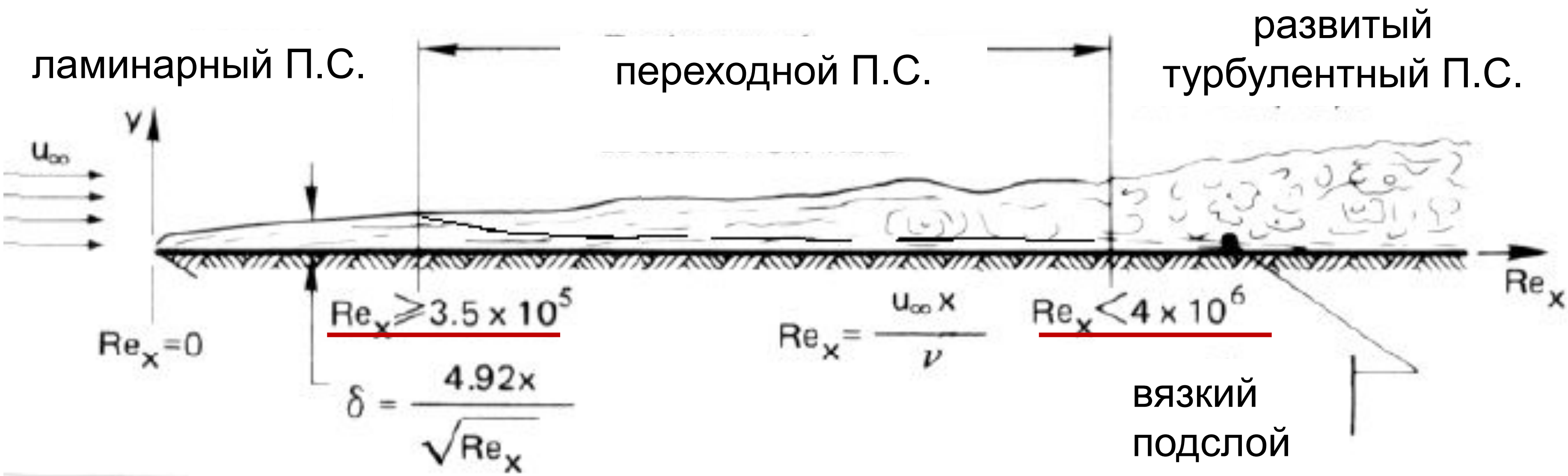
$$\frac{\delta}{x} = \frac{4{,}92}{\sqrt{Re_x}}$$

▪ **Гидродинамический пограничный слой**

Ламинарный поток



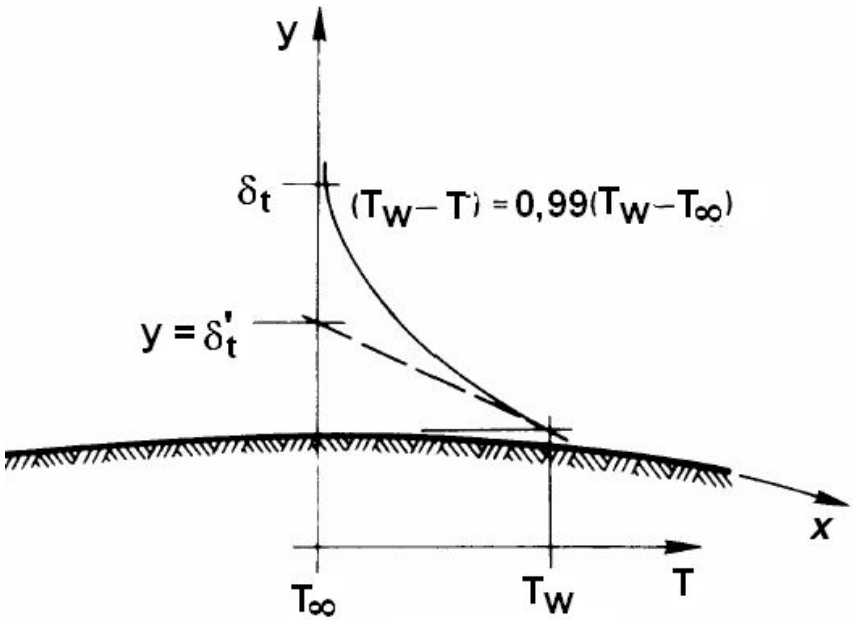
Турбулентный поток



безразмерное расстояние

Тепловой пограничный слой

Тепловой или диффузионный П.С. - область вблизи стенки, на которую основная доля изменения температуры



Г.У. III рода

$$-\lambda_f \left.\frac{\partial t}{\partial y}\right|_{y=0} = \alpha(t_w - t_\infty)$$

Закон Фурье
q_тепл

Закон Ньютона
q_конв

$$\left.\frac{\partial\left(\dfrac{T_w - T}{T_w - T_\infty}\right)}{\partial\left(y/L\right)}\right|_{y/L=0} = \frac{\alpha L}{\lambda_f} = Nu_L$$

Число Нуссельта (Nusselt)

Ernst Kraft Wilhelm Nusselt (1882-1957)

Оценка толщины пограничного слоя

Касательное напряжение (Закон Ньютона)

$$\tau_к = \mu \frac{dW}{dy}$$

Оцениваем толщину П.С. из условия

$$F_{ин} \sim F_{т\,р}$$

Сила инерции единичного объема жидкости в П.С.

$$F_{ин} = \rho \frac{dW}{d\tau} = \rho \frac{dx}{d\tau} \frac{dW}{dx} = \rho W \frac{dW}{dx}$$

длина пластины L - порядок градиента скорости W/L

$$\boxed{F_{ин} \sim \rho \frac{W^2}{L}}$$

Сила трения, отнесенная к единице объема:

$$\boxed{F_{т\,р} = \frac{d\tau_w}{1 \cdot 1 \cdot dy} = \mu \frac{d^2 W}{dy^2} \sim \mu \frac{W}{\delta^2}}$$

$$\rho \frac{W^2}{L} \approx \mu \frac{W}{\delta^2}$$

$$\delta \approx \sqrt{\mu L / \rho W} = \sqrt{\nu L / W}$$

более точно

$$\boxed{\frac{\delta}{L} \approx \frac{4{,}92}{\sqrt{Re}}}$$

Дифференциальные уравнения конвективного теплообмена (законы сохранения)

(1) энергии $$\frac{Dt}{d\tau} = a\nabla^2 t$$

(2,3,4) количества движения $$\frac{D\vec{W}}{d\tau} = \vec{g} - \frac{1}{\rho} gradP + \nu\nabla^2 \vec{W}$$

(5) массы $$div(\rho\vec{W}) = 0$$ (неразрывности)

(6) состояния $$F(P,V,t) = 0$$ для газов $$PV = RT$$

Система из шести уравнений - шесть неизвестных

$$W_x, W_y, W_z, \; P, V, t$$

Дифференциальные уравнения конвективного теплообмена

Субстанциональная производная

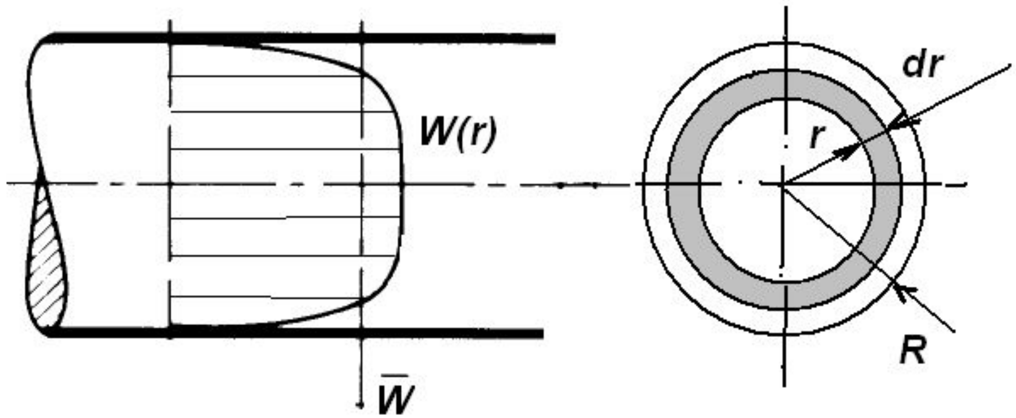
$$\frac{D\Psi}{\partial\tau} = \frac{\partial\Psi}{\partial\tau} + W_x \frac{\partial\Psi}{\partial\, x} + W_y \frac{\partial\Psi}{\partial\, y} + W_z \frac{\partial\Psi}{\partial\, z} = \frac{\partial\Psi}{\partial\tau} + (W \cdot grad\Psi)$$

условия однозначности :

- геометрические (форма, размер);
- физические (свойства);
- временные (условия протекания процесса во времени);
- граничные (скорости, температуры на границах и т.д.);
  I, II, III рода

Все уравнения должны решаться совместно

Осреднение скорости по сечению канала



Через кольцо радиуса r, шириной dr протекает количество жидкости

$$\rho \cdot W(r) \cdot 2\pi r \cdot dr$$

Массовый расход жидкости в трубе

$$G = \rho \overline{W} \cdot \pi R^2 = \int_0^R \rho W(r) \cdot 2\pi r \, dr$$

Если $\rho = const$ $\Rightarrow$ $\overline{W} = {}^{2}\!/_{R^2} \int_0^R W(r)\, r\, dr$

Вводим безразмерные координаты,

$\xi = r/R \qquad u = W(r)/\overline{W}$

$$\boxed{\int_0^1 u\, \xi\, d\xi = {}^{1}\!/_{2}}$$

служит для проверки правильности измерений распределения скорости.

Осреднение температуры по сечению канала

Количество тепла в потоке жидкости:

$$Q = \rho c_p \cdot \overline{W} \cdot \bar{t} \cdot \pi R^2 = \int_0^R \rho c_p \cdot t(r) \cdot W(r) \cdot 2\pi r\, dr$$

Если $\rho,\ c_p = const$

средняя по теплосодержанию температура жидкости

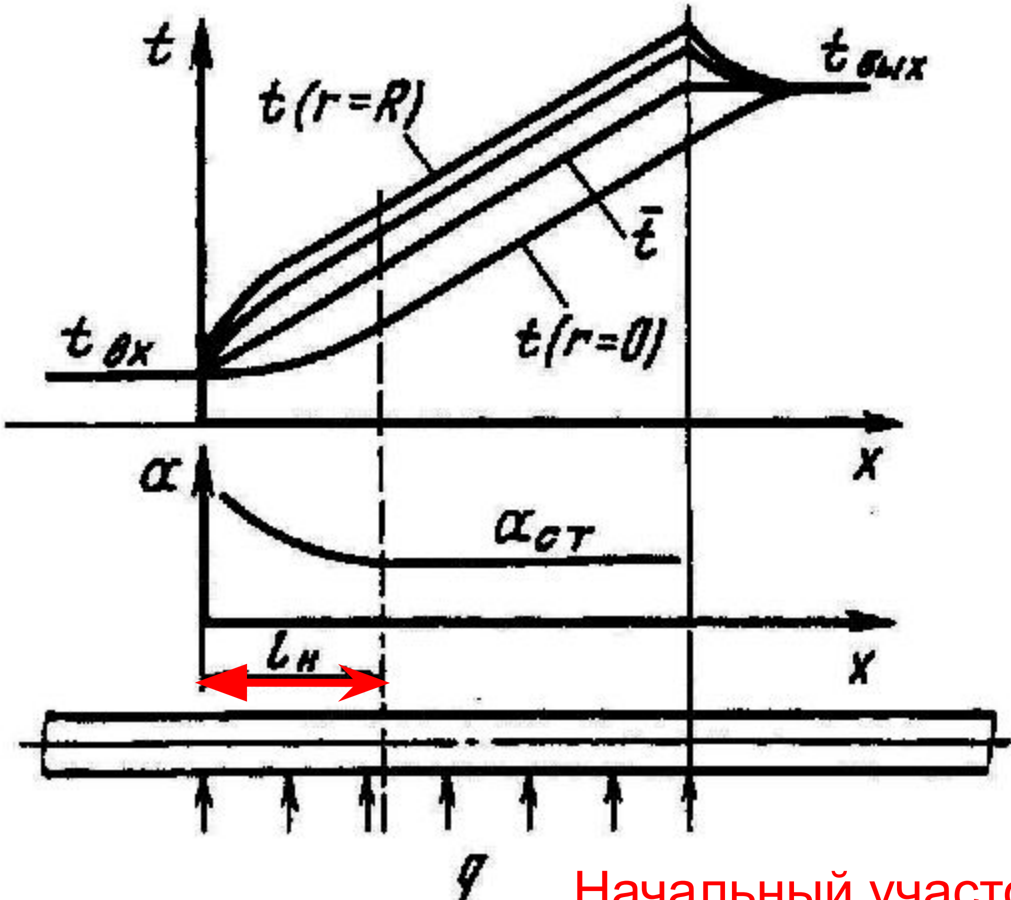
$$\boxed{\bar{t} = \int_0^R t(r) \cdot \frac{W(r)}{\overline{W}} 2 \frac{r}{R} d\left(\frac{r}{R}\right) = 2\int_0^1 t(\xi)\ u(\xi)\ \xi\ d\xi}$$

.

Изменение температуры вдоль обогреваемого канала

$$\boxed{q = const}$$

Уравнение баланса тепла для элемента канала dx



$$q \cdot P \cdot dx = G \cdot c_p \cdot d\bar{t}$$

периметр канала – P; расход - G

$$\frac{d\bar{t}}{dx} = \frac{qP}{Gc_p} = const$$

Средняя по сечению температура жидкости меняется линейно вдоль канала

Начальный участок,
(участок тепловой стабилизации)

Изменение температуры вдоль обогреваемого канала

$\boxed{t_w = const}$, т.е. тепловой поток меняется по длине канала

Уравнение теплового баланса: $q(x)\cdot P\cdot dx = G\cdot c_p\cdot d\bar{t}$

Здесь $q(x) = \alpha(x)\cdot\left[t_w - \overline{t_f(x)}\right]$

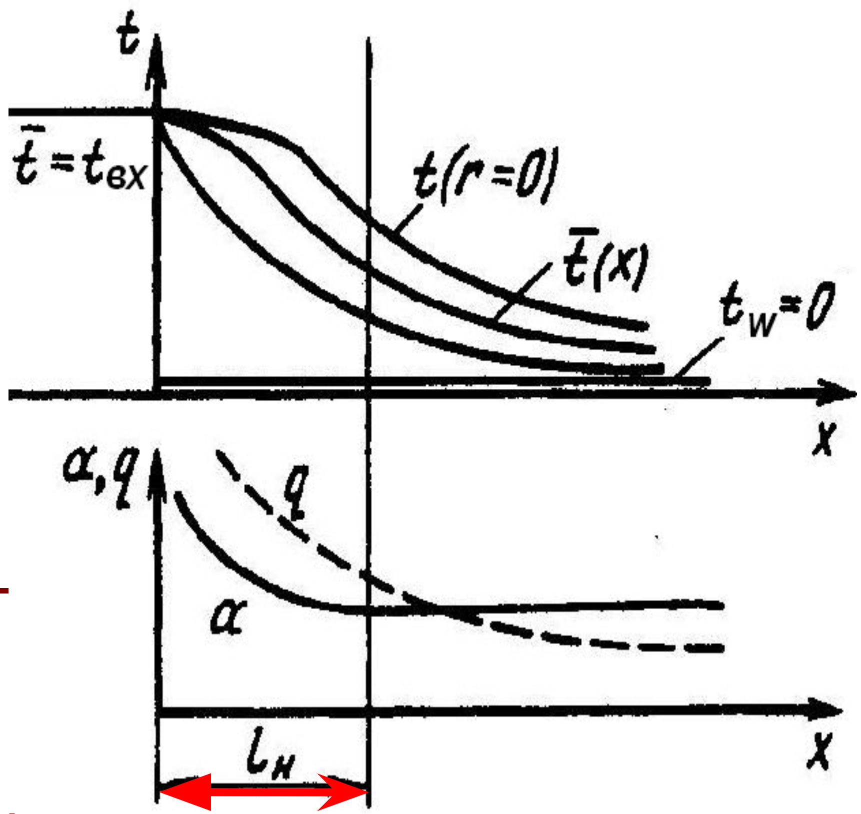
пусть температура стенки t_w=0

$$\frac{d\bar{t}}{\bar{t}} = -\frac{\alpha(x)\ \ P}{Gc_p}dx$$

После интегрирования

$$\boxed{\overline{t(x)} = t_{вх}\cdot\exp\left[-\int_0^x \frac{\alpha(x)\ \ P}{Gc_p}dx\right]}$$

$t_{вх}$ – темп. жидкости на входе в канал



Начальный участок

<u>Подобие и моделирование тепловых процессов</u>

Данные, полученные при изучении одного явления, можно распространить на другие явления, подобные данному

<u>Условия подобия физических процессов (теорема Кирпичева-Гухмана):</u>

1. Подобные процессы должны иметь одинаковую физическую природу или описываться одинаковыми <u>*по форме*</u> дифференциальными уравнениями.

Теплопроводность - электропроводность

2. Условия однозначности должны быть одинаковыми. Они могут различаться лишь числовыми значениями.

Г.У.одного рода

3. Определяющие числа подобия (т.е. критерии подобия, составленные из параметров, входящих в условия однозначности) должны иметь одинаковые числовые значения.

$Re_{нат} = Re_{мод}$

Подобие и моделирование тепловых процессов

Уравнение движения:

$$\frac{D\vec{W}}{d\tau} = \underline{\vec{g} - \frac{1}{\rho} gradP + \nu\nabla^2 \vec{W}}$$

сумма сил на единицу массы

Субст. производная в направлении x:

$$\frac{DW_x}{\partial\tau} = \frac{\partial W_x}{\partial\tau} + W_x \frac{\partial W_x}{\partial x} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial y} + W_z \frac{\partial W_x}{\partial z}$$

Уравнение движения по оси x:

$$\frac{\partial W_x}{\partial\tau} + W_x \frac{\partial W_x}{\partial x} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial y} + W_z \frac{\partial W_x}{\partial z} = g_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\nabla^2 W_x$$

Подобие и моделирование тепловых процессов

Число Рейнольдса - характеристика отношения (но не само отношение) инерционных сил к силам трения.

$F_{ин}$ $F_{вяз}$

одномерное уравнение движения:

$$W_x \frac{\partial W_x}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2}$$

Введем безразмерные координаты:

$$\xi = x/l \qquad u = W_x/\overline{W}$$

$$\boxed{\overline{W} u \frac{du}{d\xi} = \nu \frac{1}{l} \frac{d^2u}{d\xi^2}}$$

отношение сил инерции к силам вязкости

$$\frac{W_x \dfrac{dW_x}{dx}}{\nu \dfrac{d^2W_x}{dx^2}} = \frac{\overline{W} \; u \dfrac{du}{d\xi}}{\nu \dfrac{1}{l} \dfrac{d^2u}{d\xi^2}} = \frac{\overline{W} \; l}{\nu} \frac{u \dfrac{du}{d\xi}}{\dfrac{d^2u}{d\xi^2}} = Re \frac{u \dfrac{du}{d\xi}}{\dfrac{d^2u}{d\xi^2}}$$

Подобие и моделирование тепловых процессов

Толкование числа Рейнольдса, данное Карманом

Согласно кинетической теории кинематическая вязкость $\nu = \mu / \rho$ с точностью до постоянного множителя равна *cL*, где *c* - средняя скорость молекул; *L* - средняя длина свободного пробега.

Т.е. с точностью до постоянного множителя : $Re = \frac{\overline{W}}{c} \cdot \frac{l}{L}$

В обычных задачах гидродинамики $\frac{l}{L} \uparrow$ $\frac{\overline{W}}{c} \downarrow$

Если $\frac{\overline{W}}{c}$ не мало, как обычно, то нужен учет сжимаемости газа

Если $\frac{l}{L}$ мало, то газ нельзя рассматривать как сплошную среду

Подобие и моделирование тепловых процессов

Физический смысл числа Нуссельта

а). Пусть у стенки имеется неподвижный слой жидкости с теплопроводностью λ, в котором сосредоточен весь температурный напор. По этому напору рассчитывается коэффициент теплообмена α.

$$Nu = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda_f} = \frac{l}{\lambda_f / \alpha} = \frac{\textit{характерная длина}}{\textit{толщина П.С.}}$$

Пример:
Теплообмен в трубе Nu=100,
диаметр трубы в 100 раз больше толщины т.п.с.(где сосредоточен почти весь температурный перепад).

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda_f}$$

Подобие и моделирование тепловых процессов

б). *Nu* как характеристика отношения действительного теплового потока, определяемого коэффициентом теплообмена α, и теплового потока через слой l с теплопроводностью λ :

$$\boxed{Nu = \frac{\alpha}{\lambda / l}}$$

в). *Nu* - безразмерный градиент температуры на границе стенка-жидкость

$$\alpha = \frac{q}{t_w - \overline{t_f}} \qquad \lambda = -\frac{q}{\left(\partial t / \partial n\right)_n}$$

$$\boxed{Nu = \frac{-q\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_n}{\left(\overline{t_w} - \overline{t_f}\right) q / l} = \frac{-\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_n}{\left(\overline{t_w} - \overline{t_f}\right) / l} = \frac{\partial\left(\frac{t_w - t}{\overline{t_w} - \overline{t_f}}\right)_n}{\partial\left(n / l\right)}}$$

тангенс угла наклона касательной к температурной кривой у стенки

Подобие и моделирование тепловых процессов

теорема Букингема

"Если какое-либо уравнение однородно относительно размерностей (т.е. математическая запись не зависит от выбора единиц), то его можно преобразовать к соотношению, содержащему безразмерные комплексы, составленные из определяющих параметров".

Если не удается получить систему безразмерных величин, описывающих какое-либо явление, то это верный признак того, что было что-то пропущено.

Подобие и моделирование тепловых процессов

π-теорема

"Если существует однозначное соотношение между ***n*** размерными физическими величинами

$$f_1(A_1, A_2, \ldots\ldots A_n) = 0$$

и эти переменные описываются при помощи ***k*** основных единиц размерности, то исходное выражение эквивалентно выражению

$$f_2(\pi_1, \pi_2, \ldots\ldots \pi_{n-k}) = 0$$

где π - безразмерные комплексы

т.е. если имеется *n* величин и *k* единиц, то можно получить (*n* - *k*) безразмерных комбинаций".

Подобие и моделирование тепловых процессов

Пример : формула Дарси для расчета гидравлического сопротивления канала:

$$\boxed{\Delta p = \xi \frac{l}{d} \frac{\rho W^2}{2}}$$

ξ - коэффициент гидравлического сопротивления трения;
l - длина;
d - гидравлический диаметр.

Из физических соображений

$$\Delta p = f_1 \left(l,\ d,\ W,\ \rho,\ \mu,\ \Delta \right)$$

шероховатость

Подобие и моделирование тепловых процессов

Основные единицы для параметров функции f_1
масса (*M*), длина (*L*), время (*T*).

Δp	l	d	W	μ	ρ	Δ
$ML^{-1}T^{-2}$	L	L	LT^{-1}	$ML^{-1}T^{-1}$	ML^{-3}	L

Предположим, что функция f_1 степенная:

$$\Delta p = l^a \cdot d^b \cdot W^c \cdot \mu^d \cdot \rho^e \cdot \Delta^f$$

Подставим размерности каждой величины:

$$ML^{-1}T^{-2} = L^a \cdot L^b \cdot (LT^{-1})^c \cdot (ML^{-1}T^{-1})^d \cdot (ML^{-3})^e L^f$$

Подобие и моделирование тепловых процессов

Чтобы уравнение не зависело от выбора фундаментальных единиц (*M*,*L*,*T*), размерности в правой и левой частях должны быть равны:

три уравнения,
шесть неизвестных

$$\left.\begin{array}{ll} M & 1 = d + e \\ L & -1 = a + b + c - d - 3e + f \\ T & -2 = -c - d \end{array}\right\}$$

e=1-d; c=2-d; b=-a-d-f

После подстановки: $$\Delta p = l^{a} \cdot d^{-a-d-f} \cdot W^{2-d} \cdot \mu^{d} \cdot \rho^{1-d} \cdot \Delta^{f}$$

Объединяем члены с одинаковыми показателями

$$\frac{\Delta p}{\rho W^2} = f_2\left[\left(\frac{l}{d}\right)^{a} \cdot \left(\frac{Wd\rho}{\mu}\right)^{d} \cdot \left(\frac{\Delta}{d}\right)^{f}\right]$$

$n = 7$
$k = 3$
$\pi = 7 - 3 = 4$

Общие рекомендации перед началом эксперимента

Для определения безразмерных комбинаций, необходимых при обработке экспериментальных данных:

1. Выбрать независимые переменные, учесть различные коэффициенты и физические константы.

2. Выбрать систему основных размерностей, через которую выразить независимые переменные.

3. Составить безразмерные комбинации величин. Решение будет правильным, если выполняются три условия:
   - каждая комбинация действительно является безразмерной;
   - число комбинаций не меньше, предсказываемого π-теоремой;
   - каждая переменная встречается хотя бы один раз.

4. Изучить комбинации с точки зрения их применимости физического смысла. Составить план изменения комбинаций.

Примеры соотношений конвективного теплообмена

1. Гидродинамика вынужденного течения жидкости в каналах

$$Eu = f(Re)$$

$$Re = \frac{W \cdot l}{\nu}$$

определяющее число подобия, критерий Рейнольдса;

$$Eu = \frac{\Delta p}{(\rho W^2)}$$

определяемое число подобия, число Эйлера.

Если есть свободное движение под действием силы тяжести,

$$Eu = f(Re, Fr)$$

критерий Фруда $Fr = \dfrac{g \cdot l}{W^2}$

Примеры соотношений конвективного теплообмена

2. Теплообмен при вынужденном течении

$$Nu = f(Re, Pr)$$ для сред с $Pr \geq 1$

$$Nu = f(Pe)$$ для сред с $Pr << 1$

<u>определяющие</u> числа подобия

число Рейнольдса (Reynolds) $Re = \dfrac{W \cdot l}{\nu}$

число Прандтля (Prandtl) $Pr = \dfrac{\nu}{a}$

число Пекле (Peclet) $Pe = Re \cdot Pr = \dfrac{W \cdot l}{a}$

<u>определяемое</u> число подобия, число Нуссельта Nusselt $Nu = \dfrac{\alpha \cdot l}{\lambda_f}$

Примеры соотношений конвективного теплообмена

Критерий Пекле – (Peclet)

$$\boxed{Pe = \frac{W\,l}{a}}$$

$$a = \lambda / c\rho$$

$$Pe = \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{W\;c\;\rho\;\;F\Delta t}{\lambda/l\cdot F\Delta t} = \frac{W\;c\;\rho}{\lambda/l}$$

$Q_1 = Wc\rho F\Delta t$ - количество тепла, переносимого движущейся жидкостью, текущей со скоростью W (конвективный перенос),

$Q_2 = \left(\lambda/l\right)F\Delta t$ - количество тепла, переносимого теплопроводностью через слой l.

Примеры соотношений конвективного теплообмена

Критерий Прандтля (Prandtl)

$$\boxed{Pr = \frac{\nu}{a}}$$

$$\frac{\text{кинематическая вязкость}}{\text{температуропроводность}}$$

физ.свойство среды

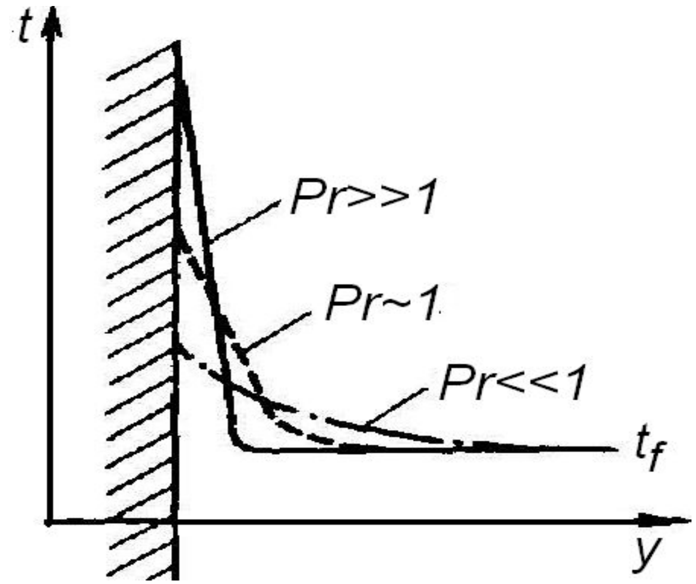
Перенос количества движения определяется разностью W.

Перенос тепла - разностью T.

Число Pr характеризует отношение между полями температуры и скорости (подобие профилей скорости и температуры)

Три класса теплоносителей по Pr

Pr ~1 (вода, воздух).
Pr >>1 (масла).
Pr <<1 (жидкие металлы)



Выбор определяющих размеров и температур

Определяющий размер

Теория подобия не дает указаний. Обычно это размер, который отвечает существу процесса.

гидравлический диаметр $$d_г = \frac{4F}{\Pi}$$

F - площадь сечения канала,

Π - смоченный периметр.

Определяющая температура

температура, при которой выбирают свойства среды

- *средняя по теплосодержанию температура потока*
- средняя температура пограничного слоя:

$$t_{опр} = (\overline{t_f} + t_w)/2$$