

Цепи. Циклы

Определение 1

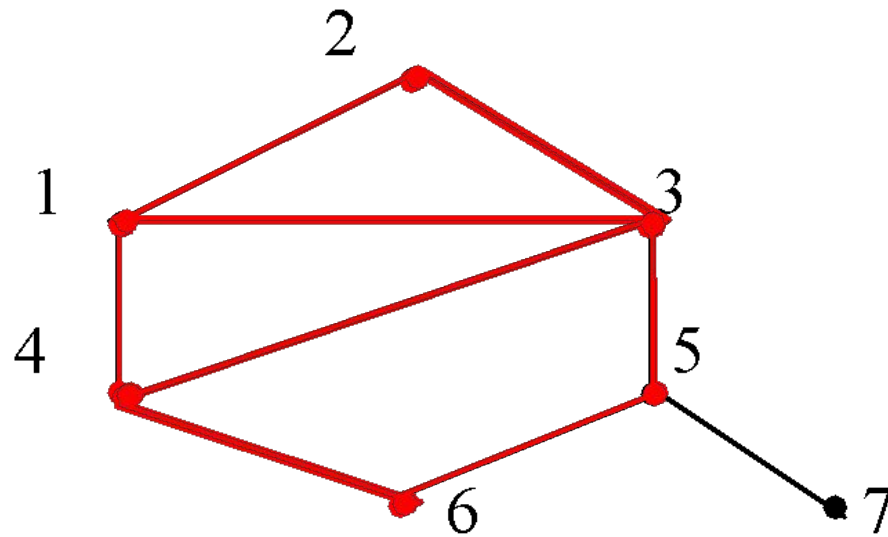
- a) Маршрут называется цепью, если все его ребра различны.
- b) Маршрут называется простой цепью, если все его вершины, кроме, возможно, крайних, различны.

Обозначают: C_n — простая цепь длины n .

Определение 2

- a) Цепь, у которой первая и последняя вершины совпадают, называется циклом.
 - b) Простая цепь, у которой совпадают первая и последняя вершины, называется простым циклом.
- C_n — простой цикл длины n .

Пример



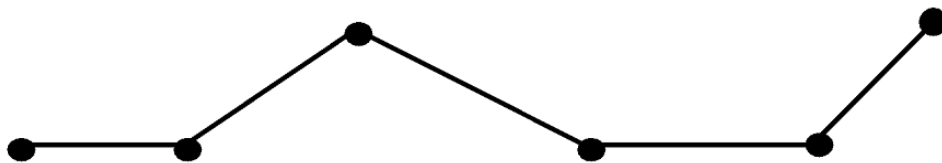
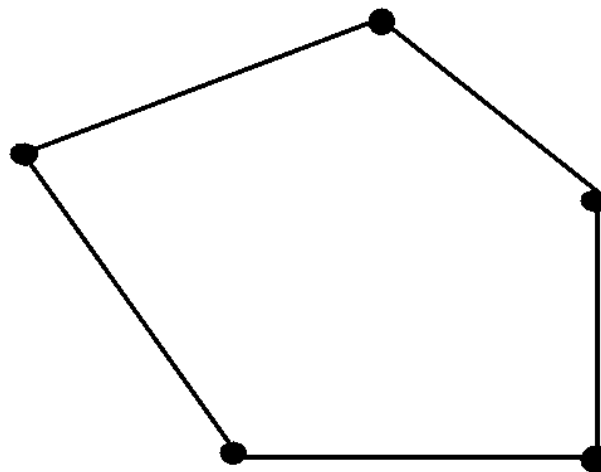
1,2,3,4,1,3 - цепь, не являющаяся простой.

1,2,3,4,6 - простая цепь.

2,3,5,6,4,3,1,2 - цикл, не являющийся простым.

3,5,6,4,3 - простой цикл.

C_5 –
простой цикл.



P_6 - простая цепь.

Определение 3

Граф называется связным, если любые его две вершины можно соединить маршрутом

Определение 4

Всякий максимальный по включению (т.е. не содержащийся в связном подграфе с большим числом элементов) связный подграф графа G называется связной компонентой (или просто компонентой) графа G .

Теорема 5

Для любого графа либо он сам, либо его дополнение – связный граф

Теорема 6

Связный граф остается связным после удаления ребра в том и только в том случае, когда это ребро принадлежит циклу.

Теорема 7

При удалении ребра из связного графа, граф остается связным или распадается ровно на две компоненты.

Деревья

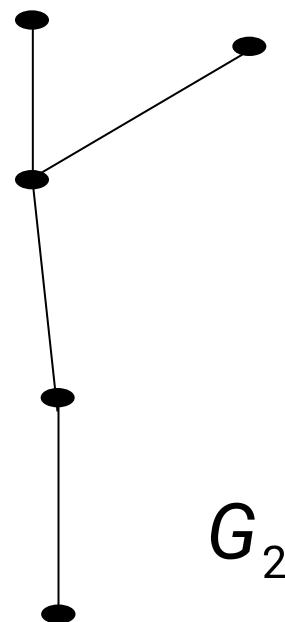
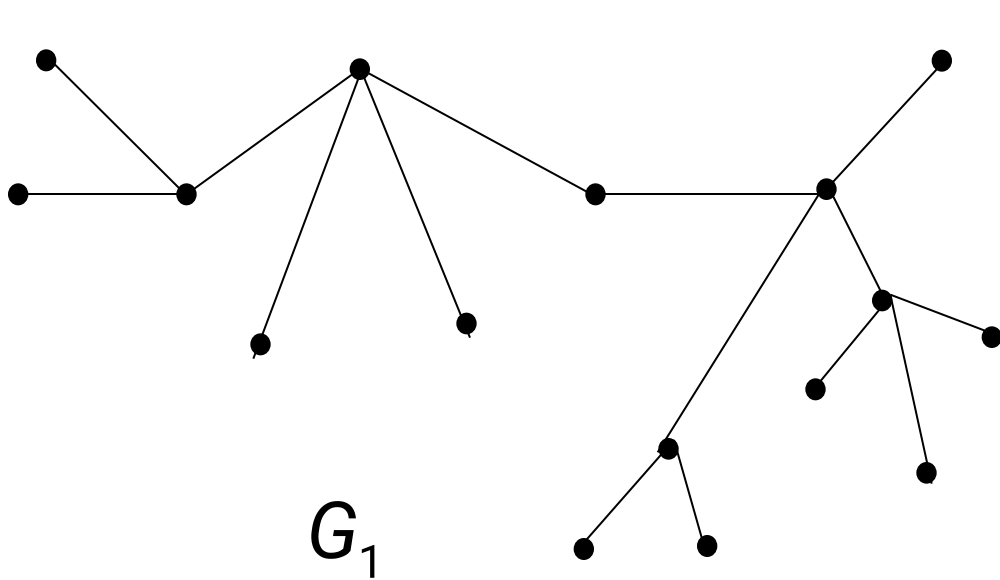
Определение 1

Граф без циклов (ациклический) называется лесом.

Определение 2

Связный ациклический граф называется деревом.

Пример



Теорема 3

Пусть G -

(n, m) .

$m=n-1$.

Теорема 4

В любом дереве порядка $n \geq 2$

не менее двух висячих вершин.

Определение 5

Граф $G = (V, E)$ будем называть взвешенным, если существует функция $f: E \rightarrow \mathbb{R}$,

т.е. G поставлено в соответствие

каждому ребру графа число,

которое называется весом (стоимостью, длиной) ребра.

Определение 6

Если остовный подграф некоторого графа является деревом, то будем называть его остовным деревом или остовом

Алгоритм Краскала

(алгоритм нахождения во взвешенном графе остова наибольшего или наименьшего веса).

Пусть дан связный взвешенный граф $G = (V, E)$, $|V| = n$.

T

Цель: построение остова графа G наименьшего (наибольшего) веса

0 : n

1 шаг: выберем в G ребро наименьшего (наибольшего) веса

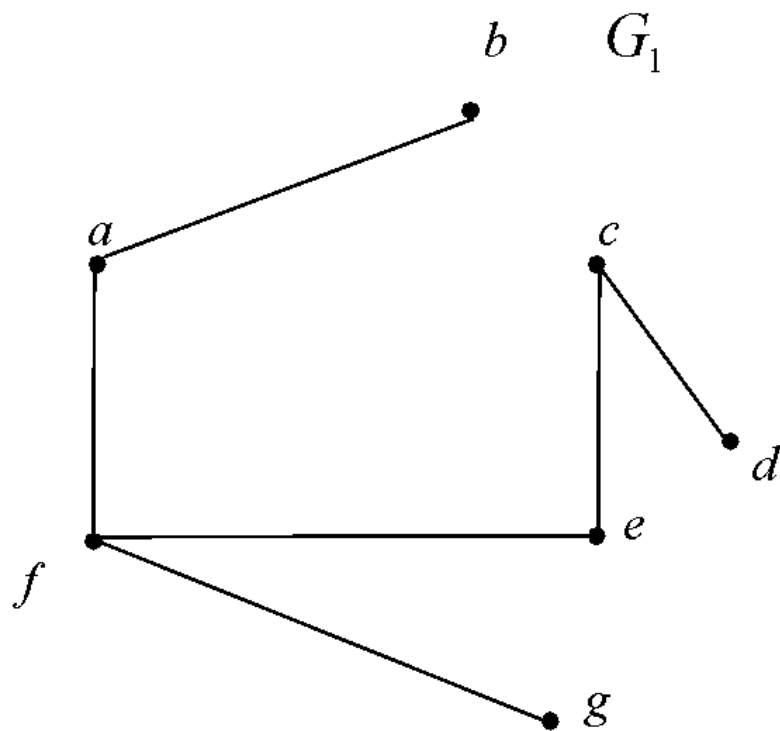
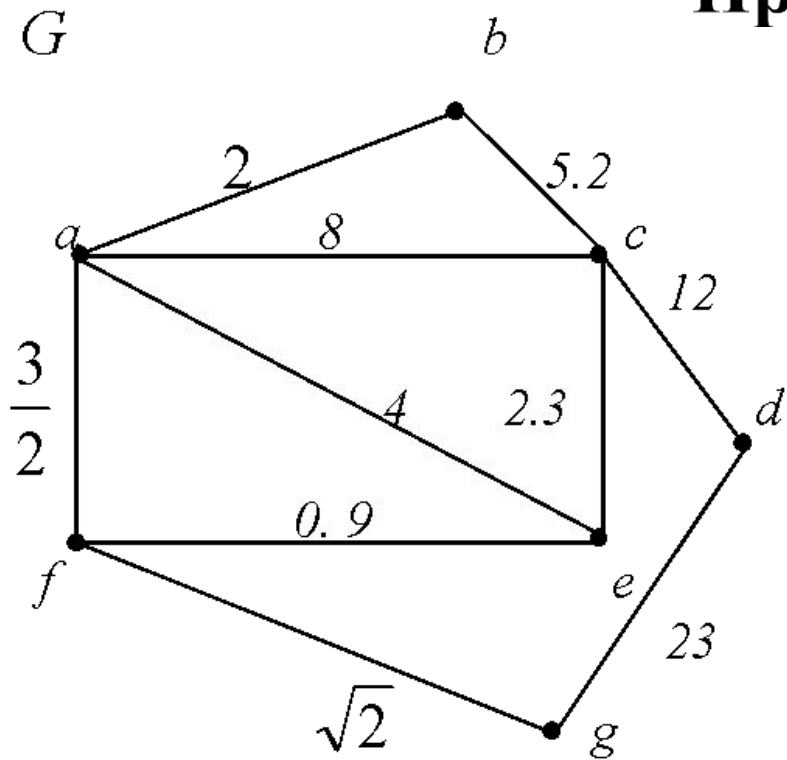
i (T ($i-1$) G):

выбираем из оставшихся ребер графа G уже ребро графа
(ребро наименьшего
наибольшего) веса, не образующий циклов с уже выбранными
ребрами, и добавим его в T .

Критерий останова:

выбрано $(n-1)$ ребер, алгоритм прекращает свою работу, когда уже
оставшегося ребра будет приводить к образованию цикла.

Пример



Пример

