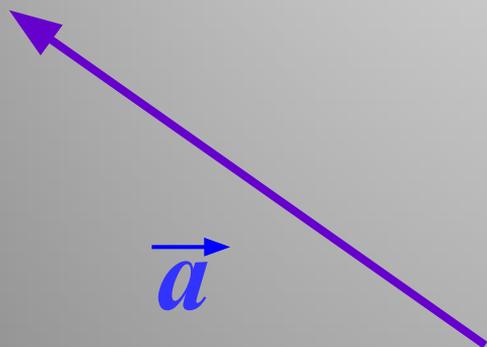
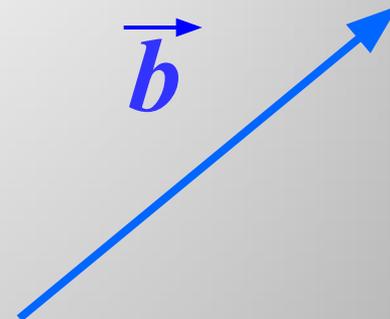
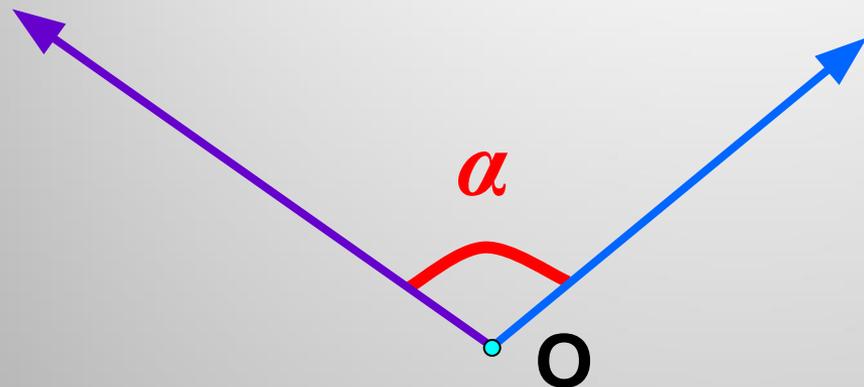


# **Скалярное произведение векторов**

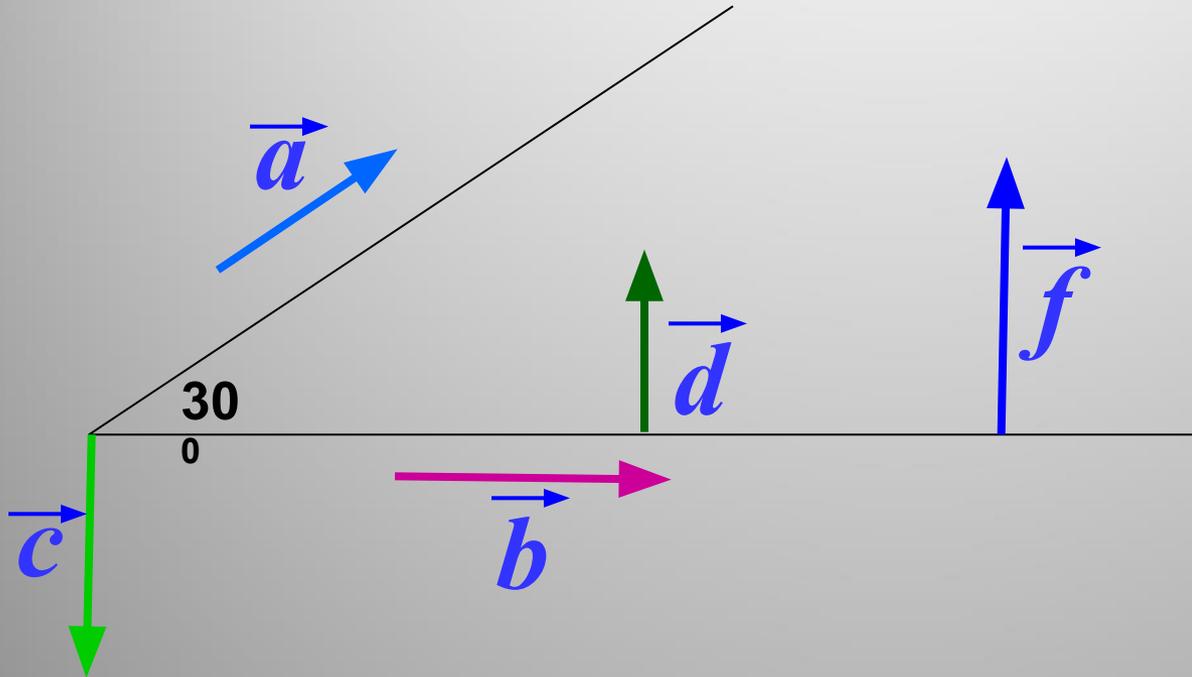
## Угол между векторами



Угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равен  $\alpha$ .

$$\widehat{\vec{a} \vec{b}} = \alpha$$

Найдите угол между векторами



$$\widehat{\vec{a} \vec{b}} = 30^{\circ}$$

$$\widehat{\vec{a} \vec{c}} = 120^{\circ}$$

$$\widehat{\vec{b} \vec{c}} = 90^{\circ}$$

$$\widehat{\vec{d} \vec{c}} = 180^{\circ}$$

$$\widehat{\vec{d} \vec{f}} = 0^{\circ}$$

## Определение

Скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\widehat{\vec{a} \vec{b}})$$

Скалярное произведение векторов – число (скаляр).

## Частный случай №1

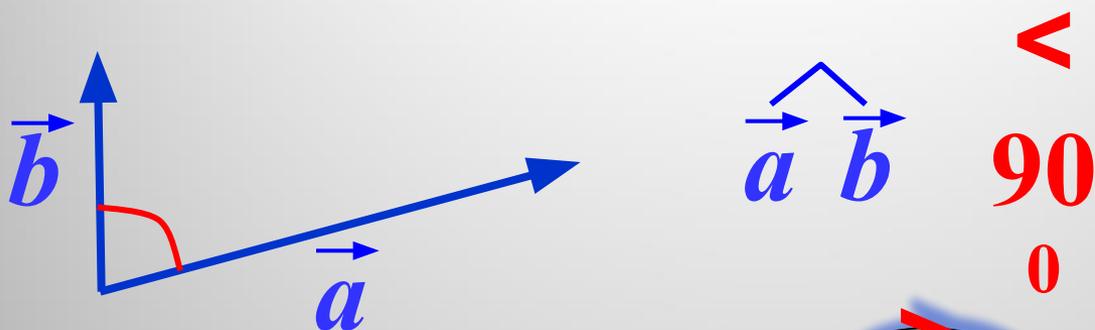


$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 90^\circ = 0$$

Скалярное произведение ненулевых векторов равно нулю тогда и только тогда, когда эти векторы перпендикулярны.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \iff \vec{a} \perp \vec{b}$$

## Частный случай №2



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$$

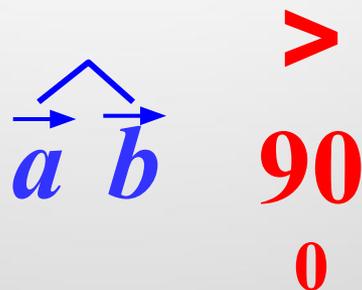
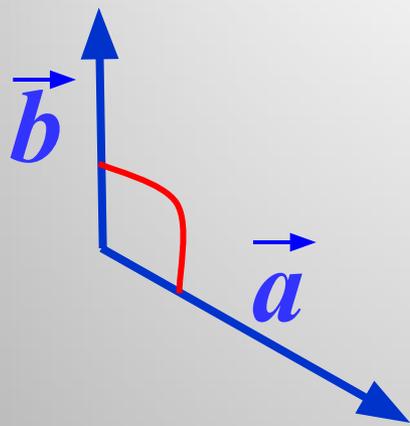
>  
0

Скалярное произведение ненулевых векторов положительно тогда и только тогда, когда угол между векторами **острый**.

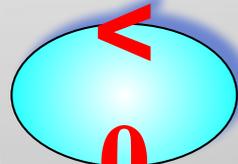
$$\vec{a} \cdot \vec{b} > 0 \iff \vec{a} \vec{b} < 90$$

<  
0

## Частный случай №3



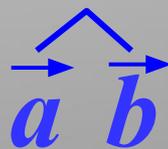
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$$



<  
0

Скалярное произведение ненулевых векторов отрицательно тогда и только тогда, когда угол между векторами **тупой**.

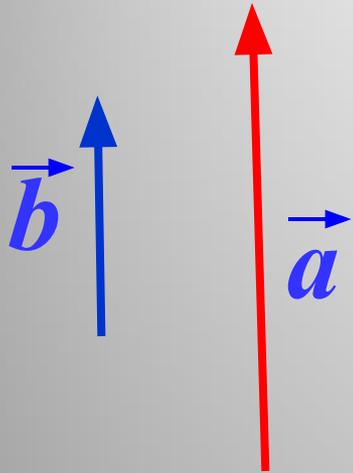
$$\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$$



>  
90

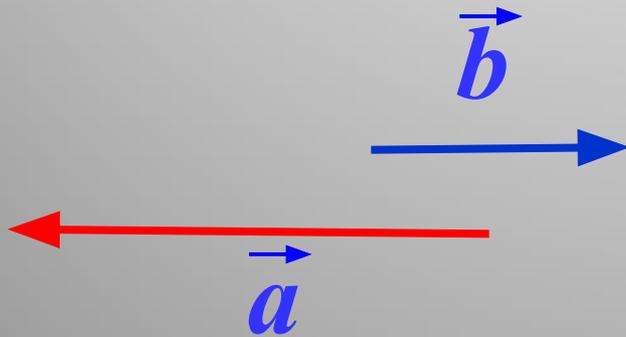
0

## Частный случай №4



$$\widehat{a \ b} = 0^{\circ}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 0^{\circ} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$

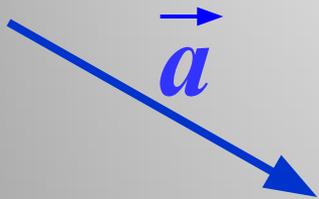


$$\widehat{a \ b} = 180^{\circ}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 180^{\circ} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$

## Частный случай №5

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{a} = 0^0$$



$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{a} = |\overrightarrow{a}| \cdot |\overrightarrow{a}| \cos 0^0 = |\overrightarrow{a}| \cdot |\overrightarrow{a}| = |\overrightarrow{a}|^2$$

1

Скалярное произведение  $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{a}$  называется  
скалярным квадратом вектора  $\overrightarrow{a}$  и обозначается  $\overrightarrow{a}^2$

Таким образом,  
скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины.

$$\overrightarrow{a}^2 = |\overrightarrow{a}|^2$$

# Формула скалярного произведения векторов в пространстве

$$\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\} \quad \vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

*Скалярное произведение двух векторов равно сумме произведений соответствующих координат этих векторов.*

*Косинус угла  $\alpha$  между ненулевыми  
векторами*

*$\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$  и  $\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$*

$$\cos \alpha = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$