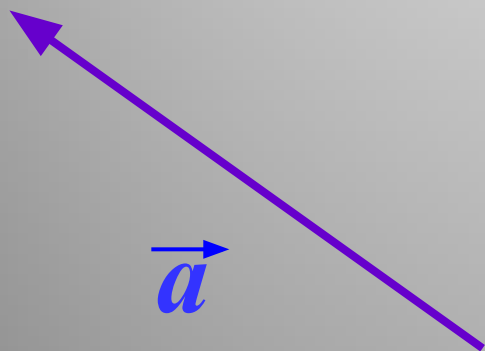
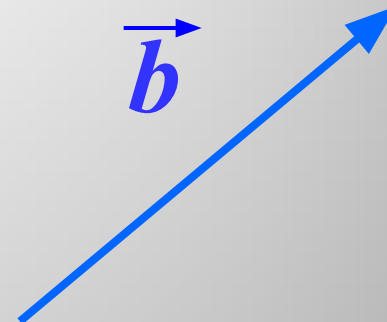
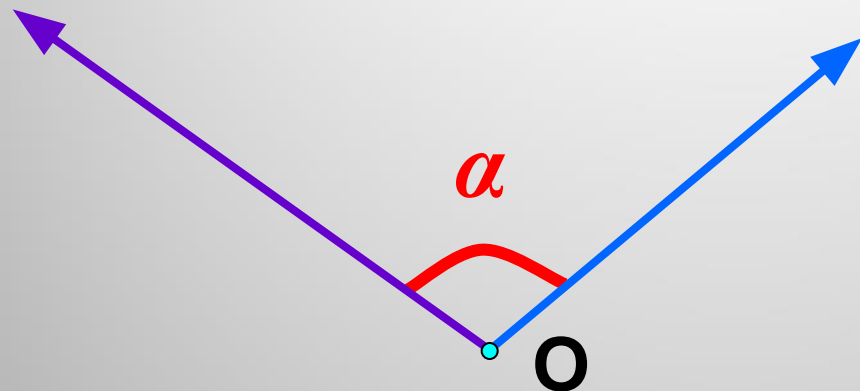


Скалярное произведение векторов

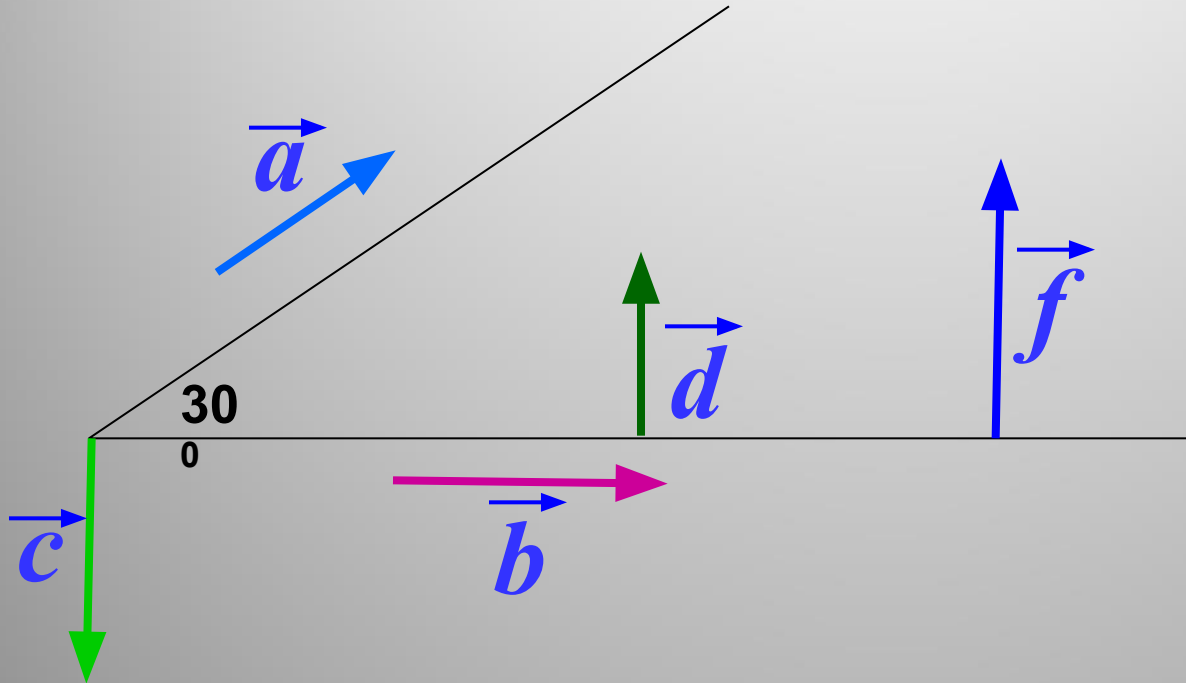
Угол между векторами



Угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен α .

$$\widehat{\vec{a} \vec{b}} = \alpha$$

Найдите угол между векторами



$$\widehat{\vec{a} \vec{b}} = 30^{\circ}$$

$$\widehat{\vec{a} \vec{c}} = 120^{\circ}$$

$$\widehat{\vec{b} \vec{c}} = 90^{\circ}$$

$$\widehat{\vec{d} \vec{c}} = 180^{\circ}$$

$$\widehat{\vec{d} \vec{f}} = 0^{\circ}$$

Определение

Скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\widehat{\vec{a} \vec{b}})$$

Скалярное произведение векторов – число (скаляр).

Частный случай №1

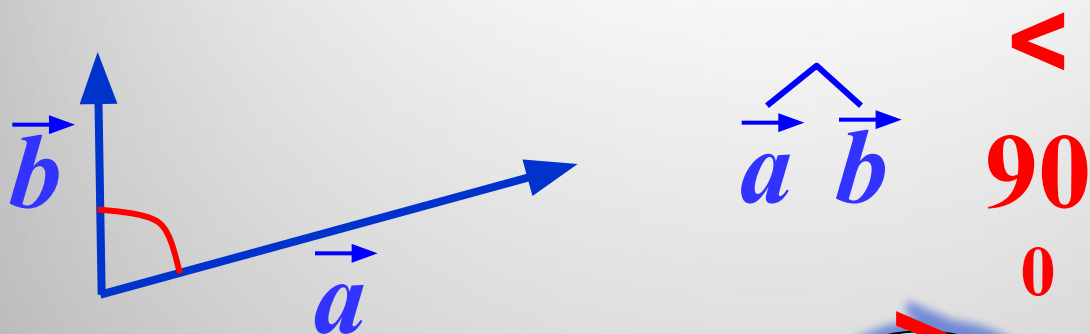


$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 90^\circ = 0$$

Скалярное произведение ненулевых векторов равно нулю тогда и только тогда, когда эти векторы перпендикулярны.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \iff \vec{a} \perp \vec{b}$$

Частный случай №2



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$$

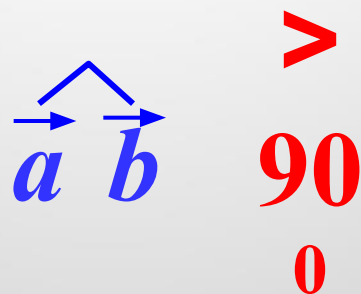
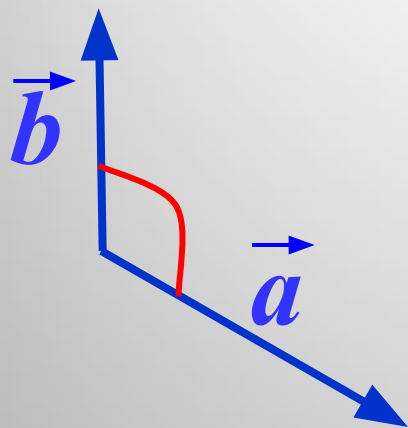
>
0

Скалярное произведение ненулевых векторов положительно тогда и только тогда, когда угол между векторами **острый**.

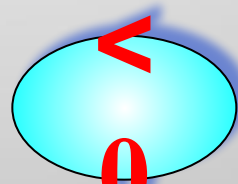
$$\vec{a} \cdot \vec{b} > 0 \iff \vec{a} \vec{b} < 90$$

<
0

Частный случай №3



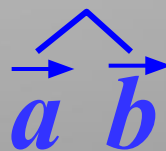
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$$



<
0

Скалярное произведение ненулевых векторов отрицательно тогда и только тогда, когда угол между векторами **тупой**.

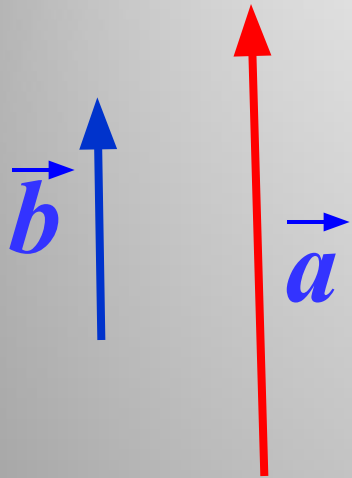
$$\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$$



>
90

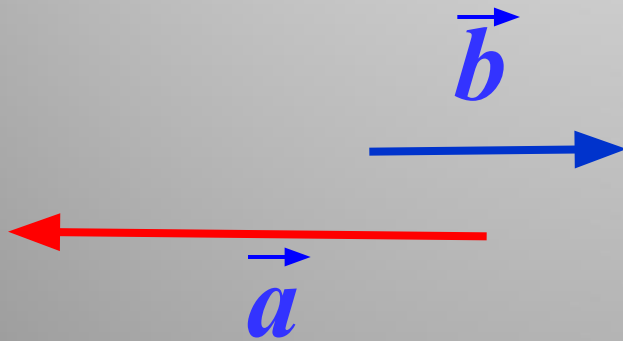
0

Частный случай №4



$$\widehat{a \ b} = 0^\circ$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 0^\circ = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$

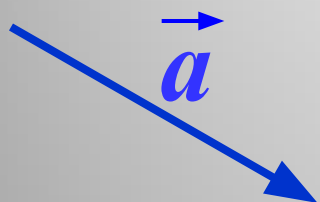


$$\widehat{a \ b} = 180^\circ$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 180^\circ = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$

Частный случай №5

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{a} = 0^0$$



$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{a} = |\overrightarrow{a}| \cdot |\overrightarrow{a}| \cos \overset{\textcircled{1}}{0^0} = |\overrightarrow{a}| \cdot |\overrightarrow{a}| = |\overrightarrow{a}|^2$$

Скалярное произведение $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{a}$ называется
скалярным квадратом вектора \overrightarrow{a} и обозначается \overrightarrow{a}^2

Таким образом,
скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины.

$$\overrightarrow{a}^2 = |\overrightarrow{a}|^2$$

Формула скалярного произведения векторов в пространстве

$$\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\} \quad \vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

Скалярное произведение двух векторов равно сумме произведений соответствующих координат этих векторов.

*Косинус угла α между ненулевыми
векторами*

$\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$

$$\cos \alpha = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$