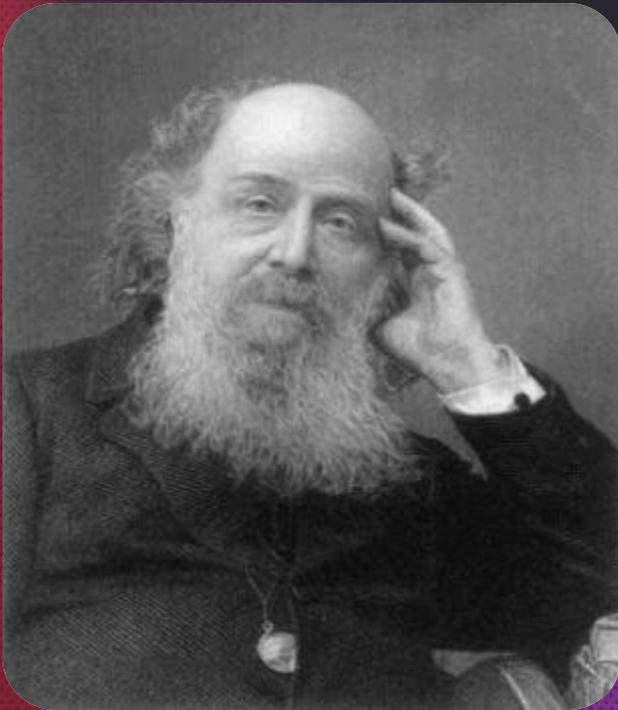




*«Число, положение и комбинация -  
три взаимно пересекающиеся,  
но различные сферы мысли,  
к которым можно отнести  
все математические идеи»*

**Английский математик  
Джеймс Джозеф Сильвестр  
(1814-1897)**





**Давайте здороваться,  
т.е. все пожмем  
друг другу руки.**

**В группе 25 человек.**

**Сколько было всего рукопожатий?**

**Число рукопожатий  
равно:**

$$(25 * 24) : 2 = 300.$$



# *Тема «Основные понятия комбинаторики.*

*Задачи на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний.*

*Решение задач на перебор вариантов»*

*Цель:* ввести понятие предмета комбинаторики, познакомить с историей развития и применения в жизни; рассмотреть различные виды комбинаторных соединений: размещения, перестановки и сочетания; сформировать у обучающихся первичные умения и навыки решения задач.

# Вопросы

1. «Что такое комбинаторика?

Истоки комбинаторики»

2. «Комбинаторика в реальной

жизни»

3. «Решение комбинаторных

задач»



# Факториал

## Определение.

*Произведение всех последовательных натуральных чисел от 1 до n называется n-факториалом и обозначается n!*

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$$

$$1! = 1$$

$$2! = 1 \cdot 2 = 2$$

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

# Размещения

## Определение.

*Размещениями из  $n$  элементов по  $m$  называются такие соединения, которые отличаются друг от друга либо самими элементами, либо порядком их следования.*

$$A_n^m = \frac{n!}{(n - m)!}$$

При расследовании хищения установлено, что у преступника семизначный телефонный номер, в котором ни одна цифра не повторяется и нет нуля. Следовательно, полагая, что перебор этих номеров потребует одного-двух часов, доложил о раскрытии преступления. Прав ли он?

*Число номеров равно числу размещений из 9*

*элементов по 7, т.е. равно*

$$A_9^7$$

$$A_9^7 = \frac{9!}{(9-7)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{1 \cdot 2} = 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 181440$$

*Даже если на проверку одного номера тратить 1 минуту, то на все уйдет 3024 часа или 126 суток. Таким образом, следовательно – не прав.*

# Сочетания

## Определение.

*Сочетаниями из  $n$  элементов по  $m$  называются такие соединения, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом.*

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

**В штате прокуратуры областного центра имеется 16 следователей. Сколькими способами можно выбрать 2 из них для проверки оперативной информации о готовящемся преступлении?**

*Способов столько, сколько существует двухэлементных подмножеств у множества, состоящего из 16 элементов, т.е. их число равно*

$$C_{16}^2 = \frac{16!}{(16-2)!2!} = \frac{16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot \dots \cdot 1}{14 \cdot 13 \cdot \dots \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{15 \cdot 16}{2} = 120$$

*Ответ: 120 способов выбрать двух следователей для проверки оперативной информации.*

# Перестановки

## Определение.

*Перестановками из  $n$  элементов называются такие соединения из  $n$  элементов, которые отличаются друг от друга лишь порядком следования элементов.*

$$P_n = n!$$

**Замок сейфа открывается, если введена правильная комбинация. Преступник пытается открыть сейф, набирая код наудачу. Он знает, что код состоит из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 при условии, что все числа не повторяются и последней является 5. Сколько попыток ему придется сделать.**

*Так как число пять должно стоять на последнем месте, то остальные пять цифр могут стоять на оставшихся местах в любом порядке, т.е. код имеет вид \*\*\*\*\*5*

*Следовательно, количество кодов из шестизначных чисел, с пятеркой на конце, равно числу перестановок из пяти элементов.*

$$P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

*Ответ: 120 попыток необходимо сделать преступнику*

# Выбор формул для решения комбинаторных задач

**Все ли элементы входят в комбинацию?**

Да

Перестановки

$$P_n = n!$$

Нет

**Учитывается ли порядок  
размещения элементов?**

Да

Размещения

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Нет

Сочетания

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

# Эталон ответов:

<i>№ варианта</i>	<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 2</i>	<i>Вариант 3</i>	<i>Вариант 4</i>	<i>Вариант 5</i>
<i>№ задания</i>					
<b>Задача 1</b> □Все верно 2 балла □Верна только формула 1 балл	<b>3</b>  $P_5 = 5!$	<b>4</b>  $P_5 = 5!$	<b>1</b>  $P_4 = 4!$	<b>2</b>  $P_4 = 4!$	<b>3</b>  $P_5 = 5!$
<b>Задача 2</b> □Все верно 2 балла □Верна только формула 1 балл	<b>2</b>  $C_{12}^4 = \frac{12!}{4!(12-4)!}$	<b>1</b>  $C_3^2 = \frac{3!}{2!(3-2)!}$	<b>2</b>  $C_7^2 = \frac{7!}{2!(7-2)!}$	<b>1</b>  $C_{15}^3 = \frac{15!}{3!(15-3)!}$	<b>1</b>  $C_7^3 = \frac{7!}{3!(7-3)!}$
<b>Задача 3</b> □Все верно 2 балла □Верна только формула 1 балл	<b>4</b>  $A_6^2 = \frac{6!}{(6-2)!}$	<b>2</b>  $A_8^4 = \frac{8!}{(8-4)!}$	<b>4</b>  $A_{11}^2 = \frac{11!}{(11-2)!}$	<b>4</b>  $A_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!}$	<b>4</b>  $A_{10}^4 = \frac{10!}{(10-4)!}$

# Критерии оценки:



Оценка «5» 5,5 – 6 баллов

Оценка «4» 4,5 – 5 баллов

Оценка «3» 3,5 – 4 баллов

## Верно, ли решена задача?

**Задача.** Сколько четырехбуквенных слов можно образовать из букв слова *сапфир*?

**Решение.**

$$A_6^4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

# САПФИР

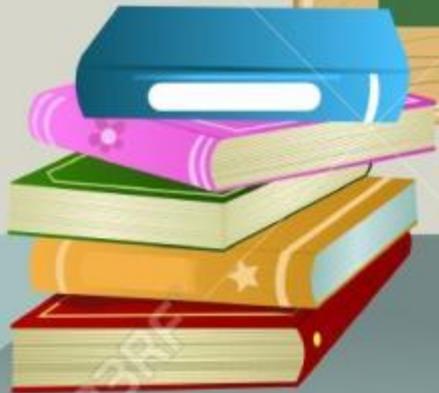
Продолжи одно из  
предложений:

*“Мне понятно...*

*“Я запомнил...*

*“Мне на уроке...*

*“Я думаю...*



СПАСИБО!

THE END

THE END

THE