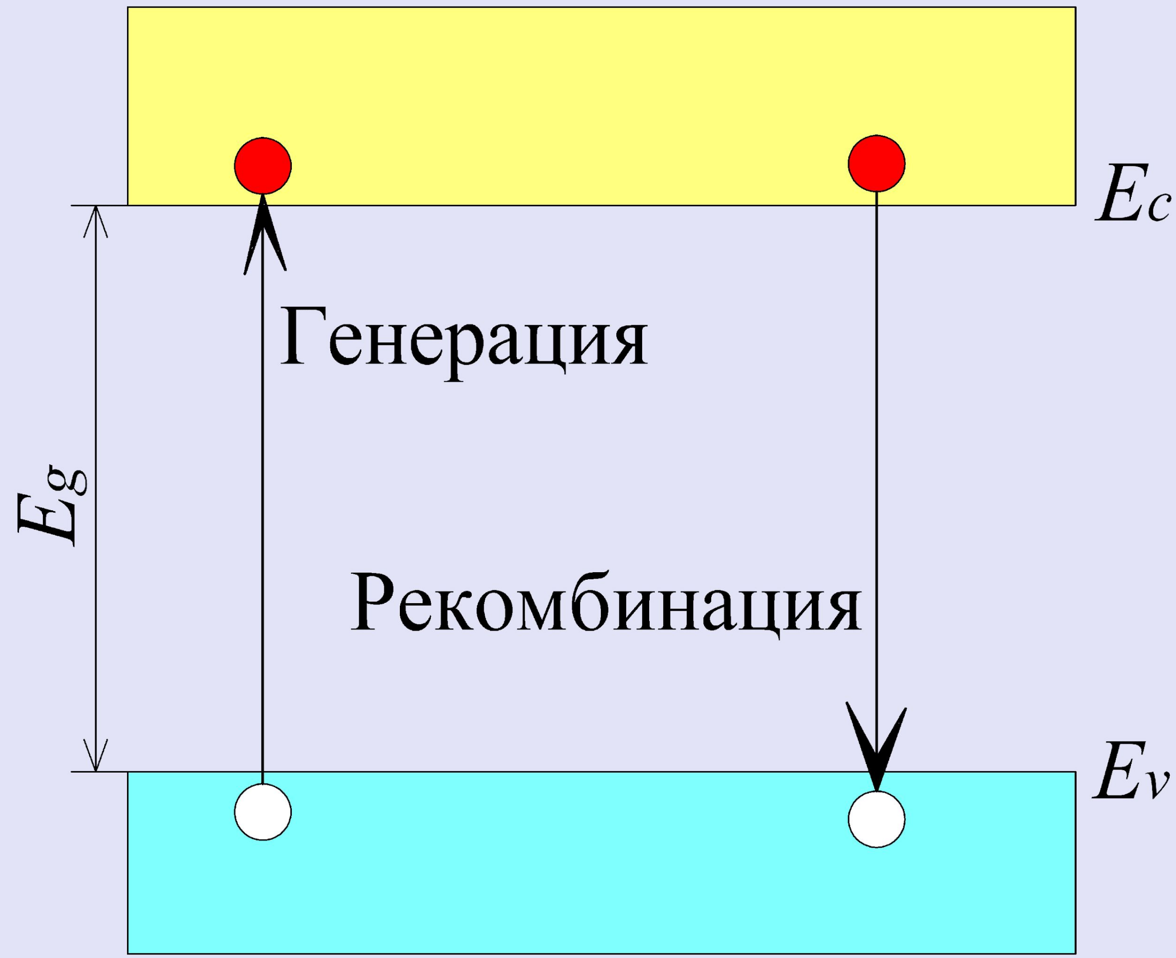
Твердотельная электроника

Презентации к лекционному курсу

Равновесные и неравновесные носители зарядов

МОСКВА 2016 НИУ «МЭИ»

Процессы генерации и рекомбинации



Под ***равновесными носителями заряда*** понимают свободные электроны и дырки, возникшие в результате тепловой генерации и находящиеся в тепловом равновесии с решеткой кристалла. Равновесная концентрация электронов $\boldsymbol{n_0}$ и дырок $\boldsymbol{p_0}$ характеризуются положением ***уровня Ферми***.

В отличие от равновесных, у ***избыточных неравновесных носителей заряда***, появляющихся в результате освещения с энергией квантов $h\nu > E_g$ или ***инжекции*** (их концентрации обозначаются как $\boldsymbol{\Delta n}$ и $\boldsymbol{\Delta p}$) условие $n \cdot p = n_i^2$ не соблюдается, и концентрации неравновесных носителей заряда характеризуются ***квазиуровнями Ферми*** для электронов $\boldsymbol{F_n}$ и для дырок $\boldsymbol{F_p}$.

Расчет концентрации избыточных носителей заряда

$$n = n_0 + \Delta n = N_c \exp\left(-\frac{E_c - F_n}{kT}\right)$$

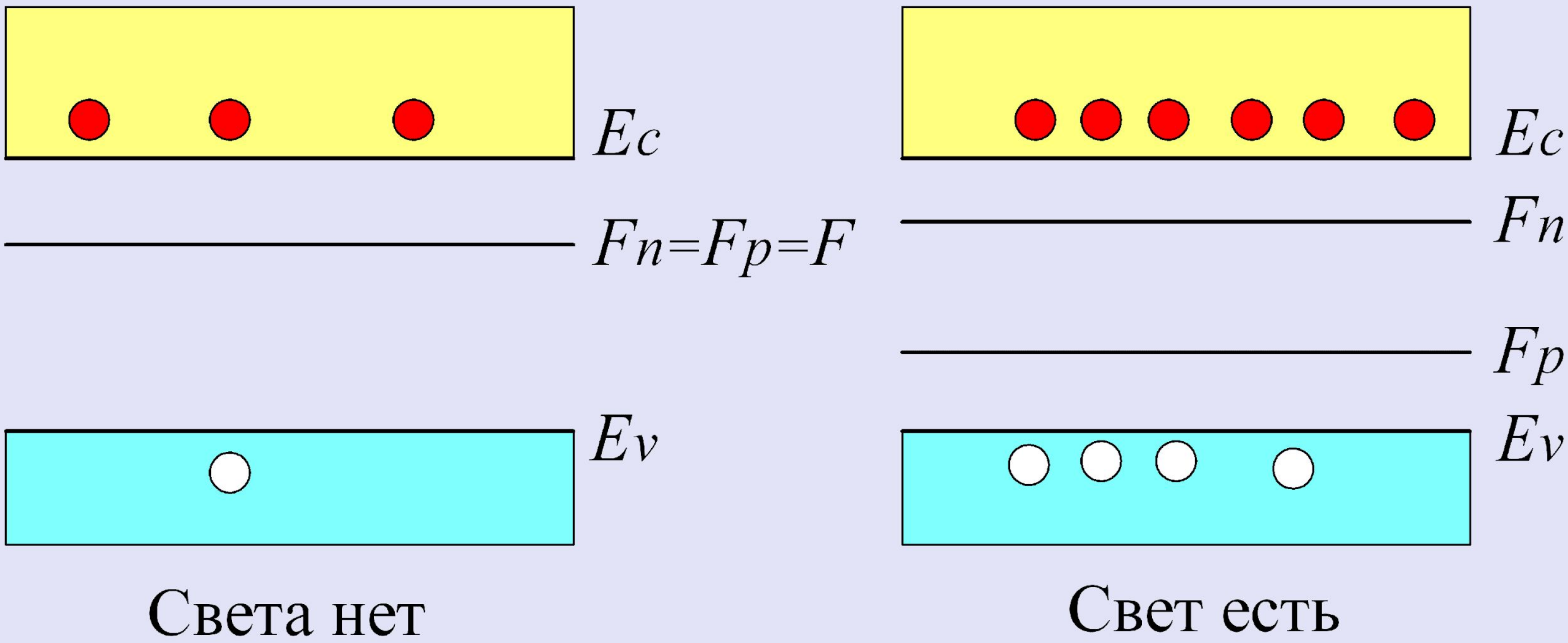
$$p = p_0 + \Delta p = N_v \exp\left(-\frac{F_p - E_v}{kT}\right)$$

где n_0, p_0 – равновесные концентрации; F_p, F_p – квазиуровни Ферми

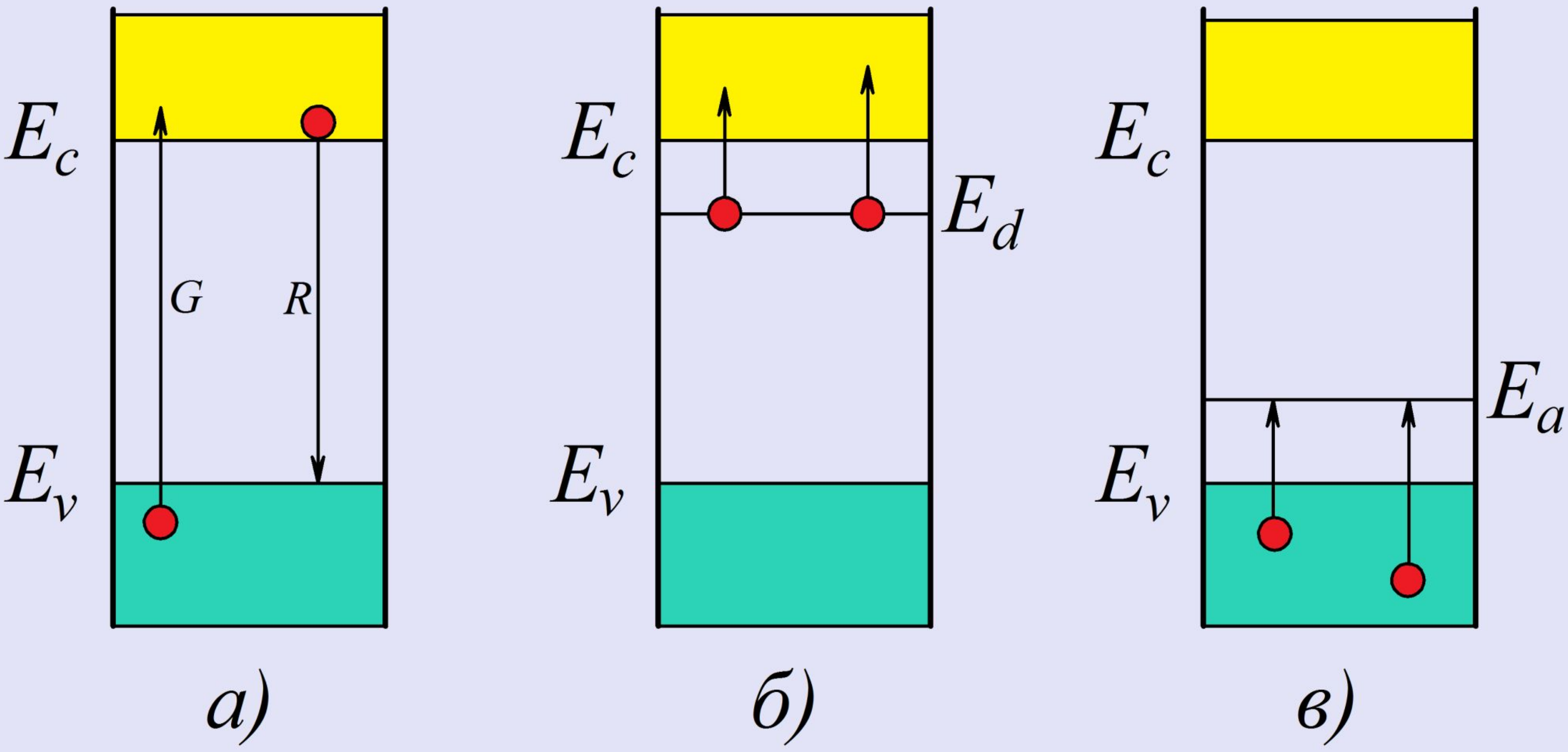
Условие квазинейтральности:

$$\Delta n = \Delta p$$

К понятию квазиуровня Ферми



Виды переходов



В ***равновесном состоянии*** скорость генерации (число электронов, генерируемых в единице объема в единицу времени) равна скорости рекомбинации (число электронов, рекомбинирующих в единице объема в единицу времени):

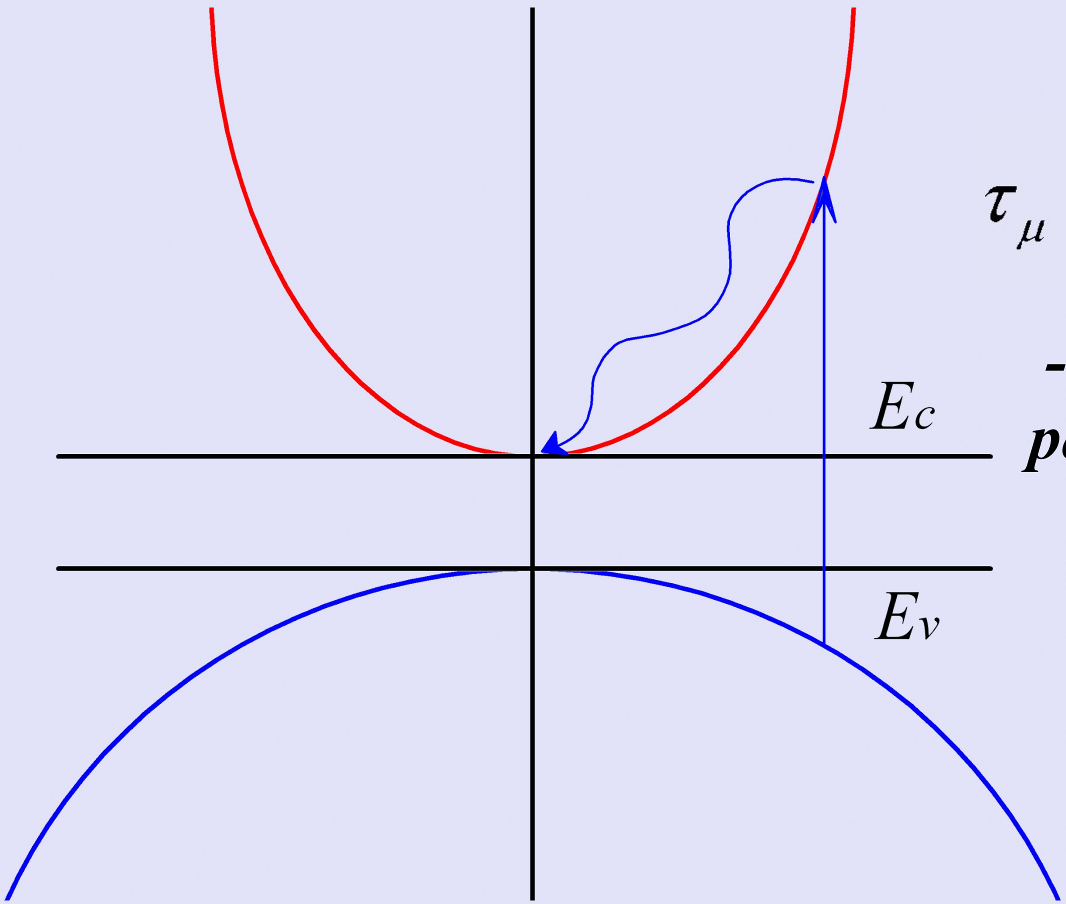
$$G_0 = R_0 = \gamma \cdot n_0 \cdot p_0$$

где γ – коэффициент пропорциональности или ***коэффициент рекомбинации***.

Концентрация неравновесных носителей может быть меньше концентрации равновесных носителей ($\Delta n \ll n_0$, $\Delta p \ll p_0$), в этом случае говорят о ***низком уровне возбуждения*** или ***низком уровне инжекции***.

При ***высоком уровне*** **возбуждения** или ***высоком уровне инжекции*** концентрация неравновесных носителей сравнима или превышает равновесную концентрацию.

Процесс релаксации избыточной энергии электрона в зоне проводимости



$$\tau_{\mu} = \varepsilon_s \cdot \varepsilon_0 \cdot \rho = \frac{\varepsilon_s \cdot \varepsilon_0}{\sigma}$$

- время максвелловской релаксации

Появление неравновесных носителей заряда приводит к увеличению проводимости

$$\sigma = q \cdot (\mu_n \cdot n_0 + \mu_p \cdot p_0 + \mu_n \cdot \Delta n + \mu_p \cdot \Delta p)$$

$$\Delta\sigma = q \cdot (\mu_n \cdot \Delta n + \mu_p \cdot \Delta p)$$

Скорость, с которой протекает рекомбинация, определяется временем жизни неравновесных носителей заряда τ .

К определению времени жизни электрона

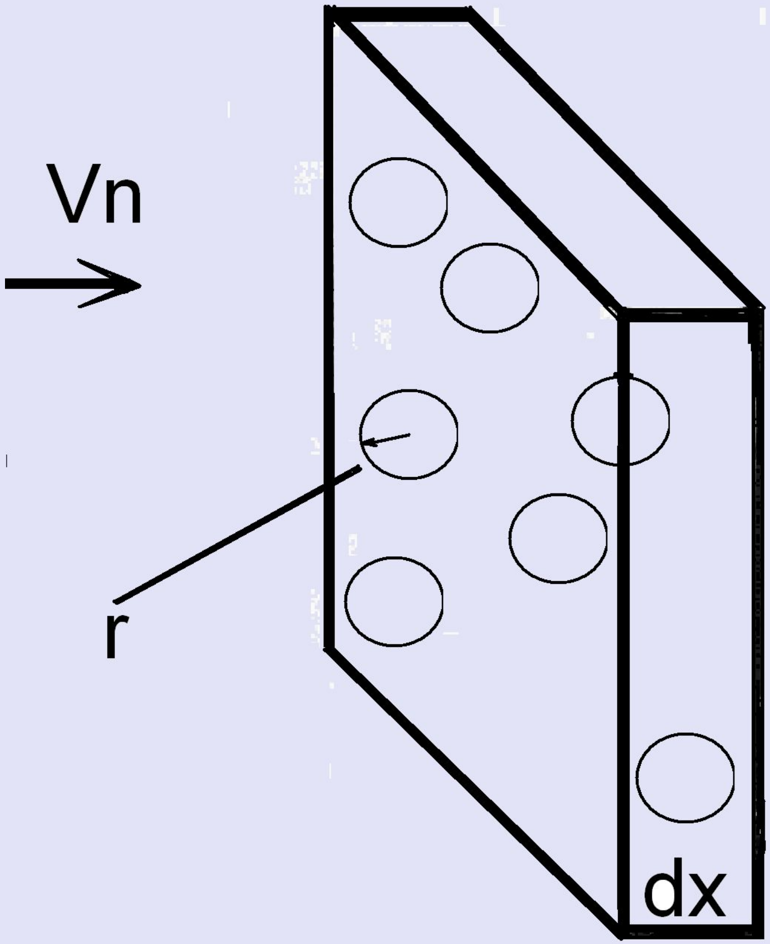
$$dx = \upsilon_n \cdot dt$$

$$A_n = \pi \cdot r^2$$

$$S_{зах} \cdot dt = A_n \cdot p \cdot S \cdot dx$$

$$w \cdot dt = S_{зах} / S = A_n \cdot p \cdot dx$$

$$\overline{\tau_n} = 1/w = 1/\left(A_n \cdot p \cdot \upsilon_n\right)$$



Расчет скорости рекомбинации

ЭЛЕКТРОНЫ ДЫРКИ

Время жизни:

$$\overline{\tau_n} = \frac{1}{\left(A_n \cdot n \cdot \upsilon_n\right)} \qquad \overline{\tau_p} = \frac{1}{\left(A_p \cdot p \cdot \upsilon_p\right)}$$

где A_p – сечение захвата дырки электроном, υ_p – скорость движения дырки

Коэффициент рекомбинации:

$$\gamma_n = \overline{A_n \cdot \upsilon_n} \qquad \gamma_p = \overline{A_p \cdot \upsilon_p}$$

$$\tau_n = 1/\left(\gamma_n \cdot p\right) \qquad \tau_p = 1/\left(\gamma_p \cdot n\right)$$

Скорость рекомбинации:

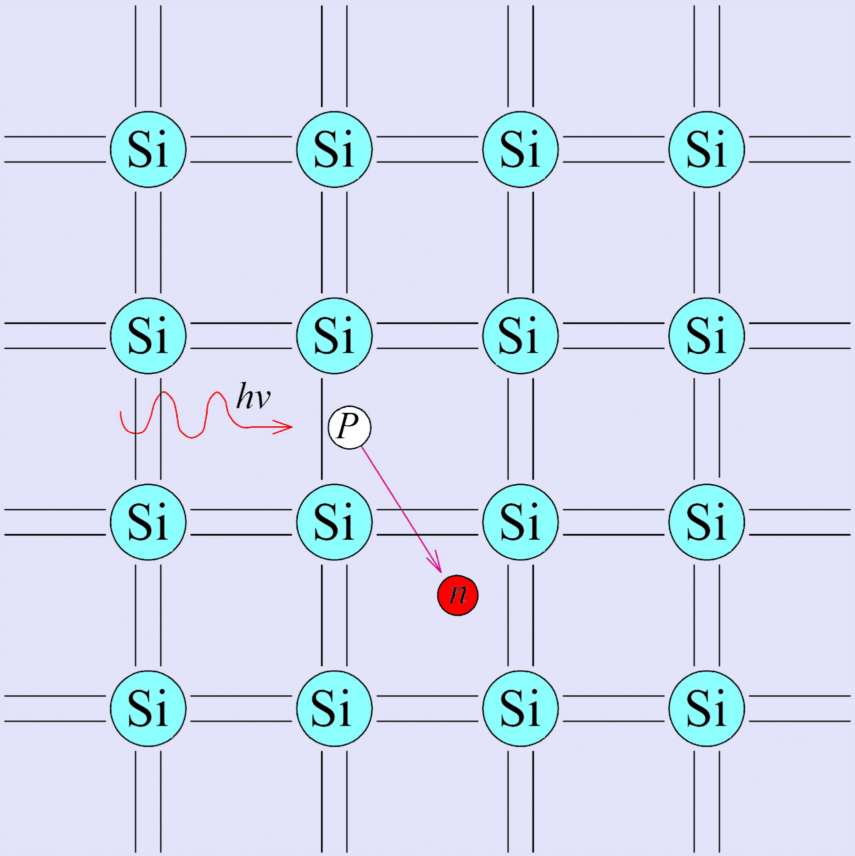
$$R_n = w_n \cdot \Delta n = \frac{\Delta n}{\tau_n} = \gamma_n \cdot p \cdot \Delta n \qquad R_p = w_p \cdot \Delta p = \frac{\Delta p}{\tau_p} = \gamma_p \cdot n \cdot \Delta p$$

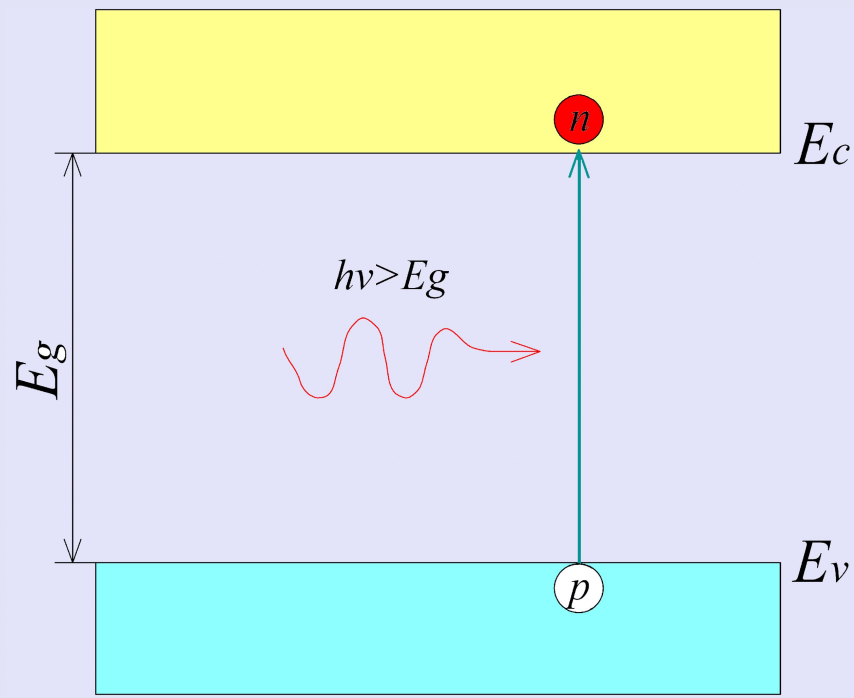
Изменение концентрации носителей во времени в состоянии термодинамического равновесия определяется ***уравнением непрерывности***:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = G - R = 0$$

где ***G*** – скорость генерации, ***R*** – скорость рекомбинации

Возбуждение носителей заряда в собственном полупроводнике



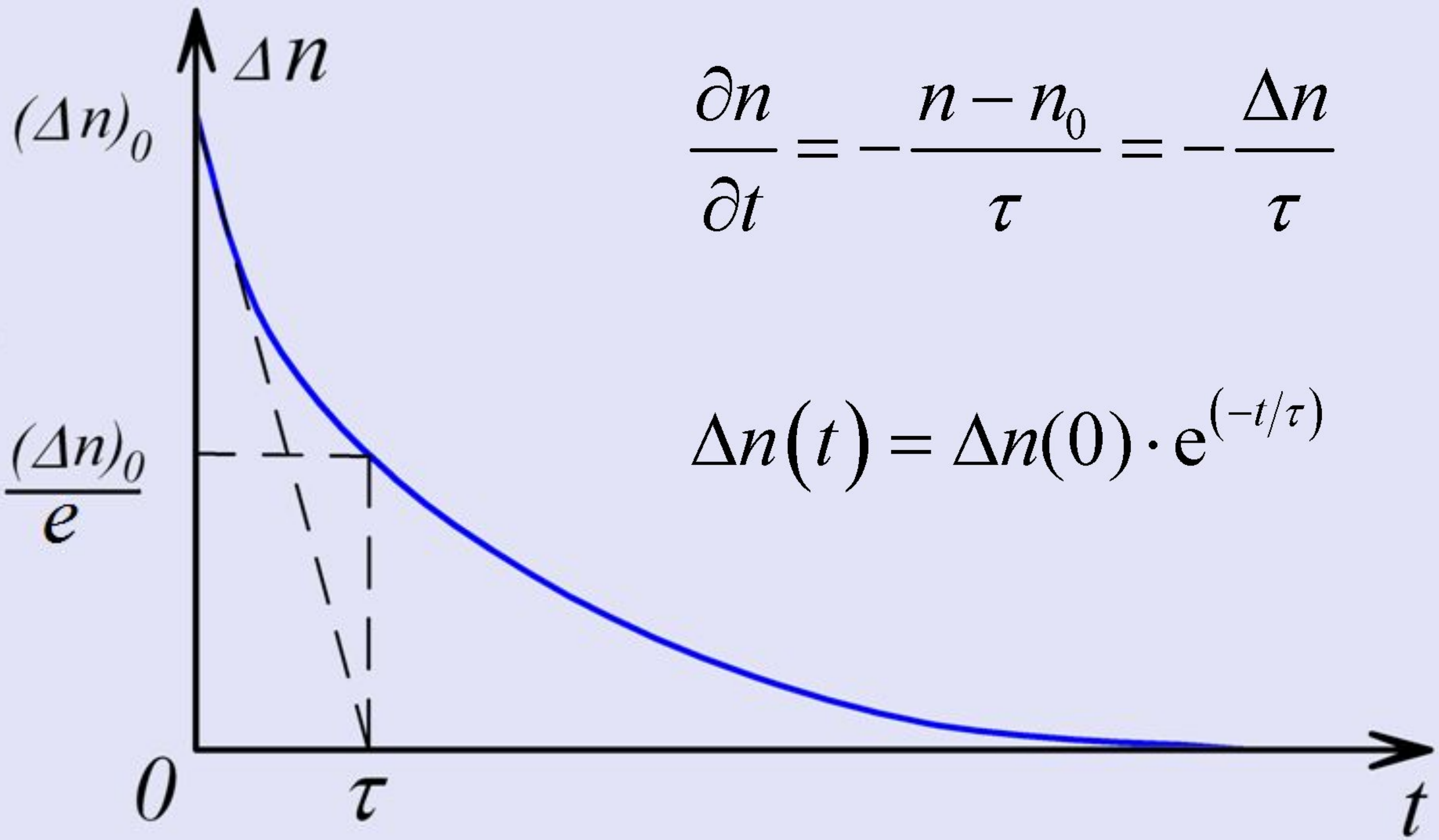


После снятия возбуждения (выключения света, прекращении инжекции) (***G***=0) концентрации электронов и дырок уменьшаются в результате рекомбинации, и кристалл возвращается к равновесному состоянию, в котором **Δ*n*=0** и **Δ*p*=0**.

Скорость рекомбинационных процессов (исчезновение избыточных носителей, после снятия возбуждения) характеризуется их ***временем жизни неравновесных носителей заряда*** τ_n , τ_p . При рекомбинации зона-зона $\tau_n = \tau_p = \tau$. При ***G*=0** уравнение непрерывности примет вид:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{n - n_0}{\tau} = -\frac{\Delta n}{\tau}$$

Изменение концентрации избыточных носителей со временем



$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{n - n_0}{\tau} = -\frac{\Delta n}{\tau}$$

$$\Delta n\left(t\right) = \Delta n(0)\cdot \mathrm{e}^{\left(-t/\tau\right)}$$

Линейная рекомбинация характерна при низком уровне инжекции носителей, при высоком уровне возбуждения процессы определяются ***квадратичной рекомбинацией***:

$$-\frac{\partial n}{\partial t} = \gamma \cdot \Delta n \cdot \Delta p = \gamma \cdot \Delta n^2$$

Отметим, что преобладание того или иного процесса (генерации или рекомбинации носителей) зависит от соотношения между концентрациями равновесных и неравновесных носителей: если $np > n_0 p_0$ преобладает процесс **рекомбинации** (например, при прямом смещении pn-перехода), если $np < n_0 p_0$ преобладает процесс **генерации** носителей (например, при обратном смещении pn-перехода, в режиме отсечки биполярного транзистора).

Малый уровень возбуждения

$$\Delta n << \left(n_0 + p_0\right)$$

тогда:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = -\gamma \cdot \left[n \cdot p - n_0 \cdot p_0\right] = -\gamma \cdot \left[\left(n_0 + \Delta n\right) \cdot \left(p_0 + \Delta p\right) - n_0 \cdot p_0\right] =$$

$$= -\gamma \cdot \left[n_0 \cdot p_0 + n_0 \Delta p + \Delta n \cdot p_0 + \Delta n \cdot \Delta p - n_0 \cdot p_0\right] \approx -\gamma \cdot \left[n_0 \Delta p + \Delta n \cdot p_0\right]$$

С учетом того, что $\Delta n = \Delta p$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = -\gamma \cdot \Delta n \cdot \left(n_0 + p_0\right)$$

Введем обозначение:

$$\tau = \frac{1}{\gamma \cdot \left(n_0 + p_0\right)}$$

,

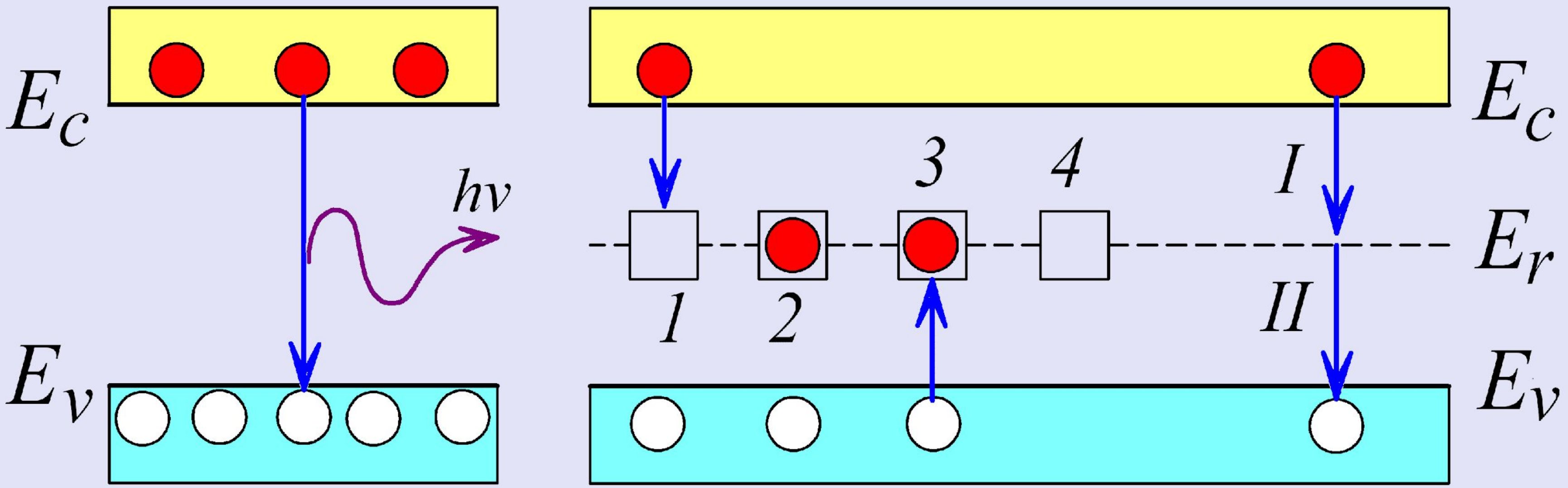
Тогда выражение примет вид:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{n - n_0}{\tau} = -\frac{\Delta n}{\tau}$$

Механизмы рекомбинации

- **прямая межзонная**
- **через локальные уровни** (ловушки, центры рекомбинации)
- **поверхностная**.

Механизмы рекомбинации



Межзонная рекомбинация

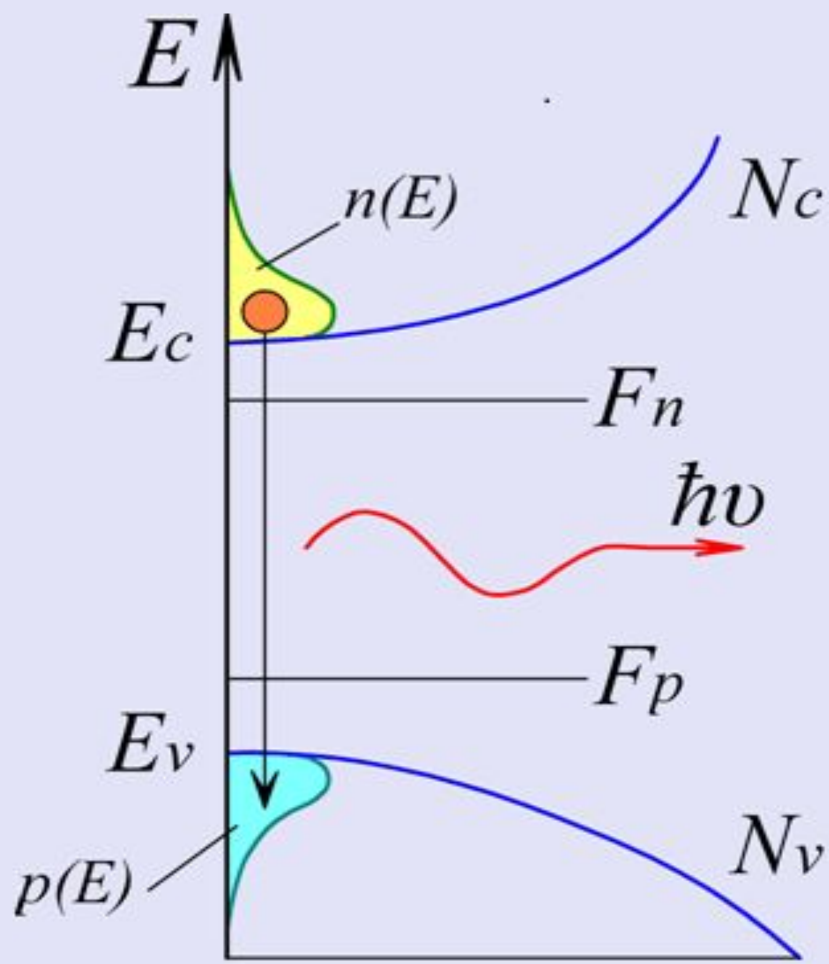
- **Излучательная,** поскольку энергия, выделяемая при рекомбинации каждой пары излучается в виде фотона с энергией $\Delta E = h\nu \approx E_c - E_v = E_g$. Скорость излучательной рекомбинации пропорциональна произведению концентраций электронов и дырок: .

$$R = \gamma \cdot n \cdot p$$

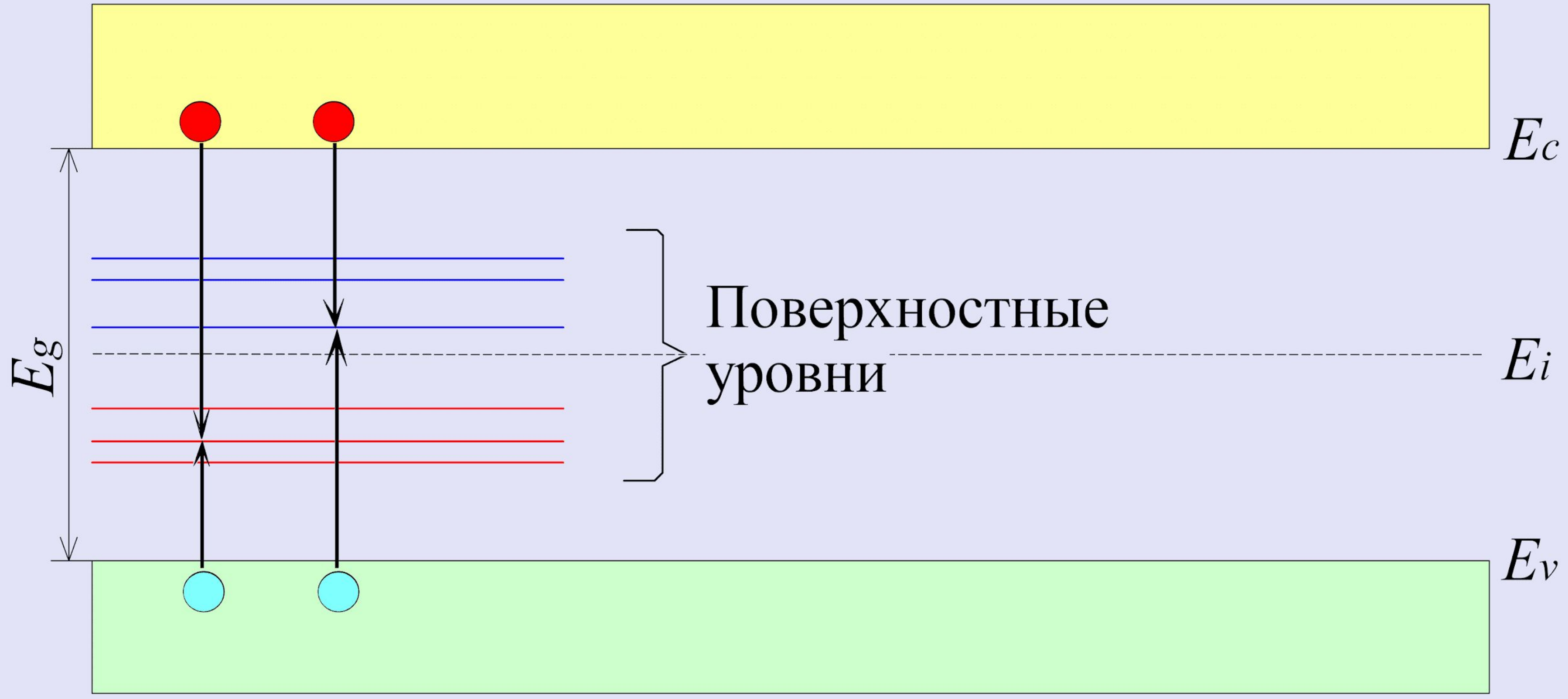
- **Безызлучательная** или фононная; ударная или Оже-рекомбинация (ΔE передается третьему носителю заряда, в результате чего происходит освобождение электрона с другой орбитали).

Вероятность межзонной рекомбинации очень мала, более вероятны переходы носителей заряда через локальные уровни, расположенные в запрещенной зоне, т.е. ***ловушечная рекомбинация*** **или** ***рекомбинация Шокли-Рида***

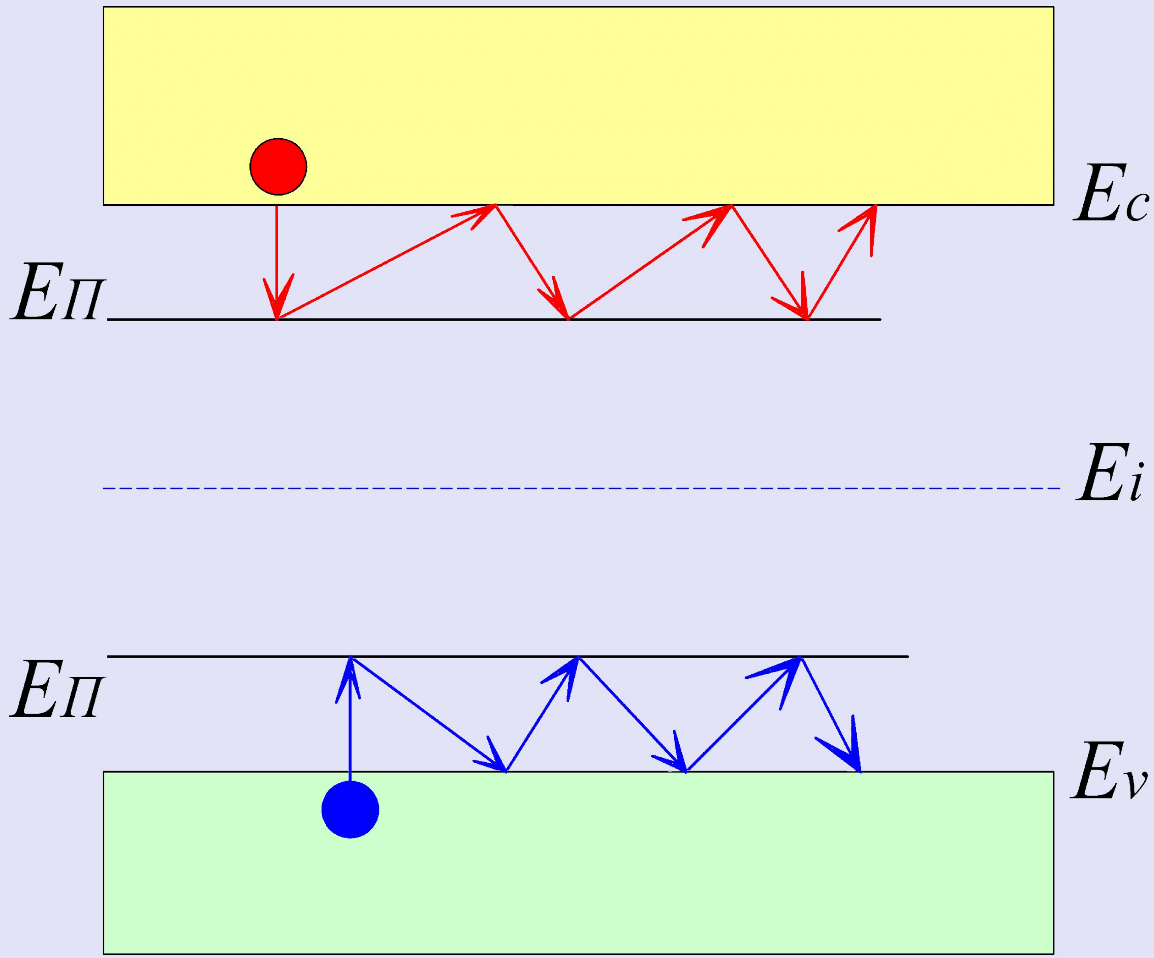
Излучательная рекомбинация, обусловленная межзонными электронными переходами



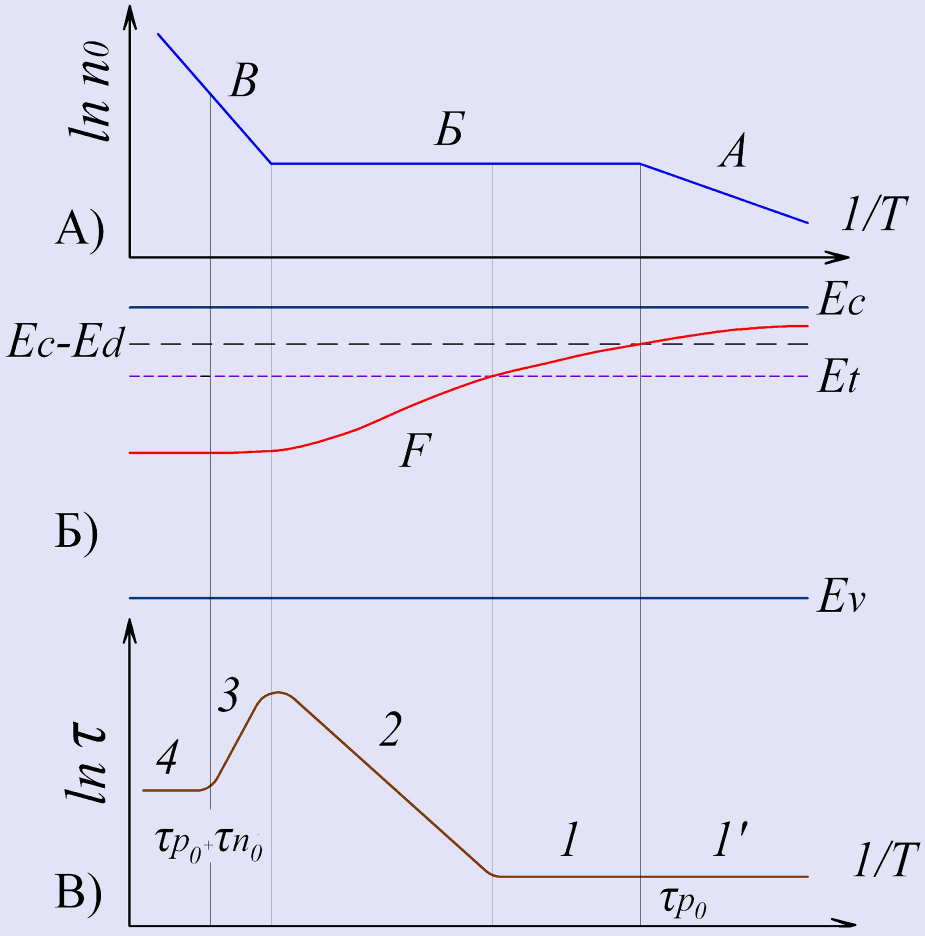
Рекомбинация через поверхностные уровни



Уровень прилипания



Рекомбинация Шокли-Рида-Холла



$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{n \cdot p - n_0 \cdot p_0}{(n + n_л) \cdot \tau_{p0} + (p + p_л) \cdot \tau_{n0}}$$

$$\tau = \tau_{p0} \frac{n_0 + n_л}{n_0 + p_0} + \tau_{n0} \frac{p_0 + p_л}{n_0 + p_0}$$

При $n_0 + p_0 >> n_л + p_л$ $\tau = \tau_{p0}$

$\tau = \tau_{n0}$ – для полупроводника ***p***-типа;

$\tau = \tau_{p0}$ – для полупроводника ***n***-типа.

Время жизни неравновесных носителей заряда τ связано с временами их жизни в объеме τ_V и у поверхности τ_s следующим соотношением:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_V} + \frac{1}{\tau_S}$$

Обычно на практике $\tau_V >> \tau_S$

Наличие у поверхности полупроводника уровня ***Es***, выполняющего роль «стока» для неравновесных носителей заряда, приводит к возникновению направленных потоков носителей к поверхности, пропорциональных значениям их избыточной концентрации:

$$\frac{j_n}{q} = S_n \cdot \Delta n \qquad \frac{j_p}{q} = S_p \cdot \Delta p$$

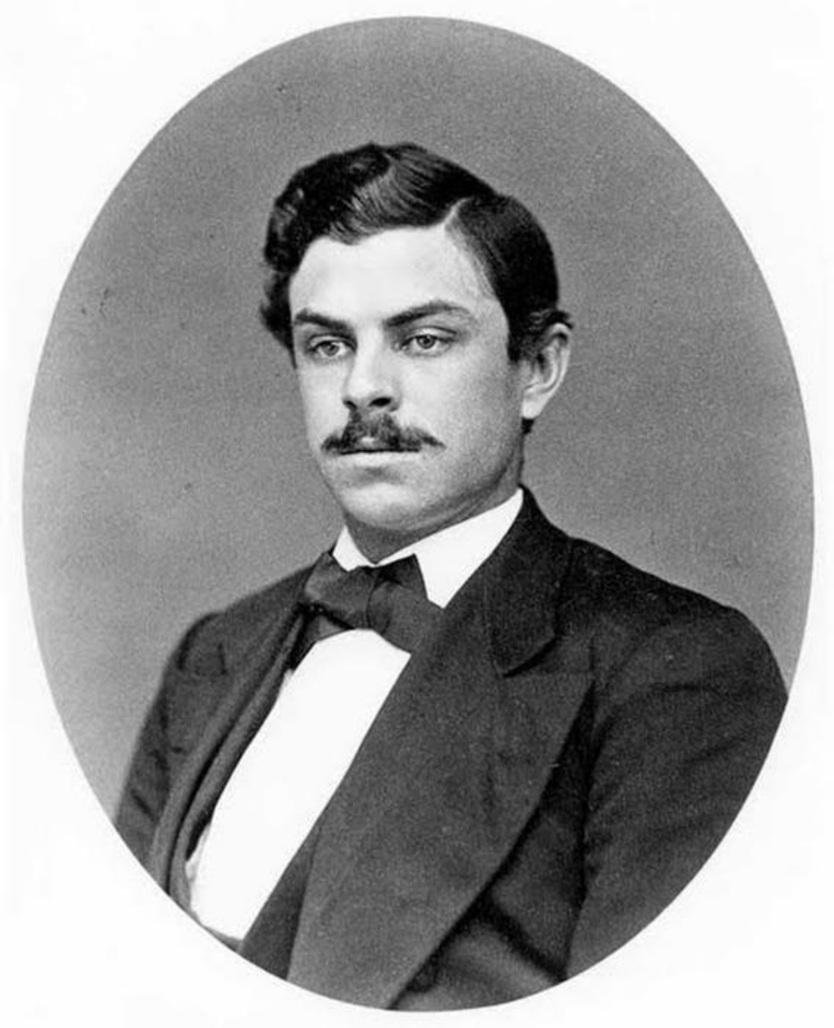
s_n , s_p выражают относительную долю избыточных носителей заряда, ежесекундно рекомбинирующих в единице площади поверхности полупроводника, эти коэффициенты имеют размерность скорости и называются ***скоростями поверхностной рекомбинации*** электронов и дырок.

Для идеальной поверхности, эквивалентной любой воображаемой поверхности в объеме полупроводника, $S = 0$

Для поверхности идеального металлического контакта $S = \infty$

Бесконечное значение скорости поверхностной рекомбинации означает, что на поверхности полупроводника всегда $\Delta n_s = \Delta p_s = 0$,т.е. поверхностные концентрации электронов и дырок всегда остаются равновесными ($p_s = p_0$ $n_s = n_0$). Такие идеальные контакты называются ***омическими***.

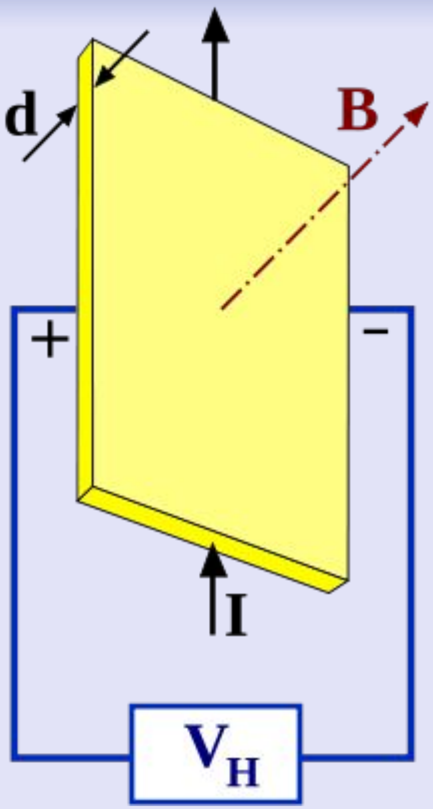
В моделях приборов скорость поверхностной рекомбинации обычно полагают бесконечной



- Эдвин Герберт Холл (Edwin Herbert Hall) американский физик
- 7.11.1855-20.11.1938

Эффект Холла

- Исследования эффекта Холла позволяют определить основные электрофизические свойства полупроводников
- Кинетические эффекты, возникающие при одновременном воздействии на проводник электрического и магнитного полей, называют *гальваномагнитными эффектами*. Эффект Холла является одним из таких эффектов



- Эффе́кт Хо́лла — явление возникновения
  поперечной разности потенциалов (на
  также холловским напряжением)
  при помещении проводника с постоянным током в магнитном поле.
- Открыт Эдвином Холлом в 1879 году в тонких пластинках золота

Классический эффект Холла

- Уравнение стационарного движения носителей заряда в электрическом поле $\vec{E}$, параллельном плоскости квантовой ямы *XY*, и магнитном поле $\vec{B}$, параллельном оси *Z*, описывается уравнением, вытекающим из равенства по величине сил трения и Лоренца:

$$m^*\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}=q\left(\vec{F}+\left[\vec{\upsilon}\vec{B}\right]\right)-\frac{m^*\vec{\upsilon}}{\tau}=0$$

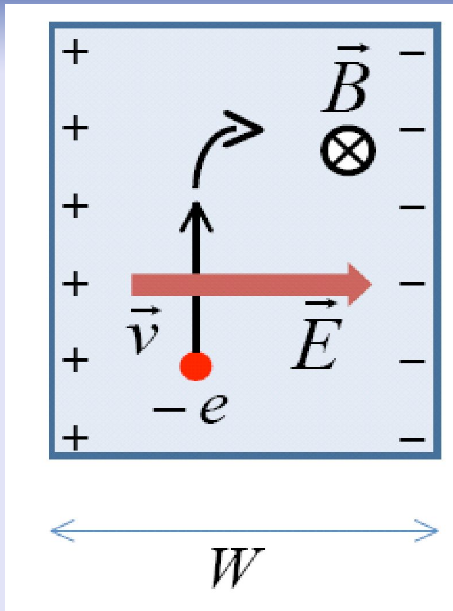
- С практической точки зрения обычно представляют интерес эффект Холла в слабом и сильном магнитном поле.
- Известно, что в однородном магнитном поле заряженная частица должна двигаться по круговой траектории радиуса *r*, ось которой параллельна вектору
- Однако, если длина свободного пробега электрона (или дырки) много меньше *r*, то поле B "не успевает" на длине значительно "закрутить" электрон. Такое поле называется слабым.

- Частота вращения электрона под действием магнитного поля с индукцией (частота циклотронного резонанса) в плоскости, перпендикулярной B_z,, равна:

$$\omega = qB/m^* = 2\pi/T_c$$

- где T_c период обращения по круговой орбите. Магнитное поле считается малым, если выполняется условие $\tau/T_c \ll 1$ т.е. период обращения носителя заряда по круговой орбите много больше времени релаксации τ.

Классический эффект Холла



n – электронная плотность

I – электрический ток

$$I = -nevW$$

E – электрическое поле

$$E = \frac{v}{c}B$$

V_H холловское напряжение

$$V_H = EW = \frac{B}{-ne}I$$

R_H – холловское сопротивление

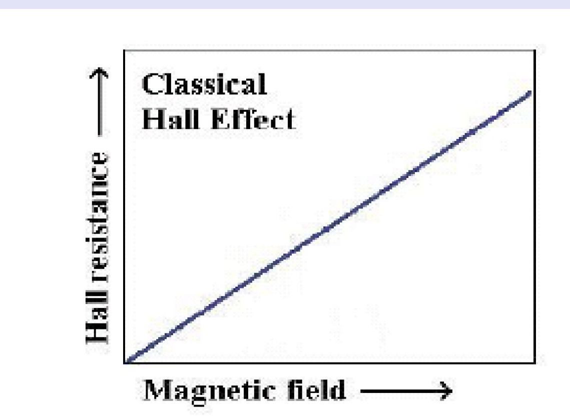
$$R_H = \frac{B}{-ne}$$

σ- холловская проводимость

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{R_H}$$

F – сила Лоренца

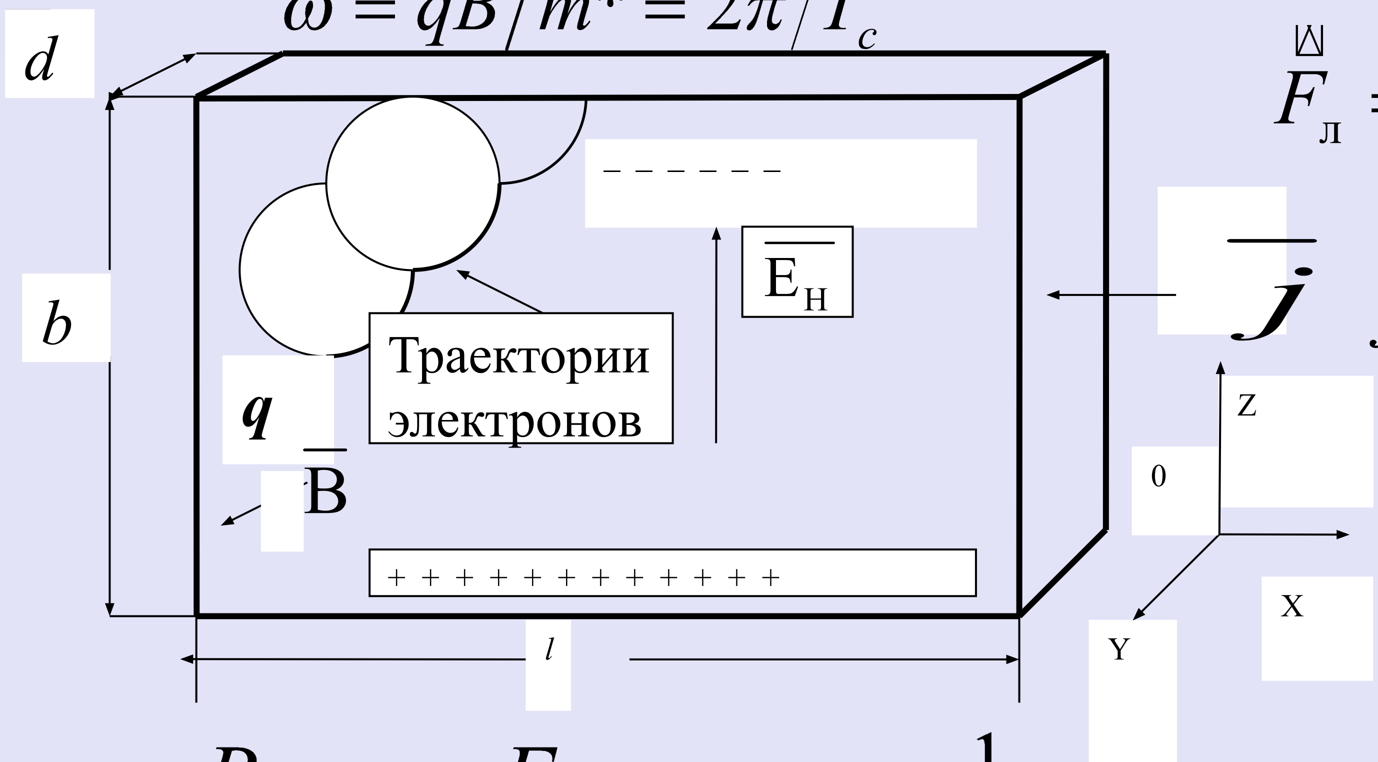
$$\vec{F} = -e\vec{v} \times \vec{B}$$



Классический эффект Холла

$$\omega = qB/m^* = 2\pi/T_c$$

$$\vec{F}_л = -q\left[\vec{\upsilon}_x \times \vec{B}_z\right]$$



$$j_x = -qn\upsilon$$

$$q \cdot \upsilon_x \cdot B_z = q \cdot E_H$$

$$U_H = -\frac{1}{nq} j\mathrm{B}b = R_\mathrm{H} j\mathrm{B}b = \frac{R_H I\mathrm{B}}{d}$$

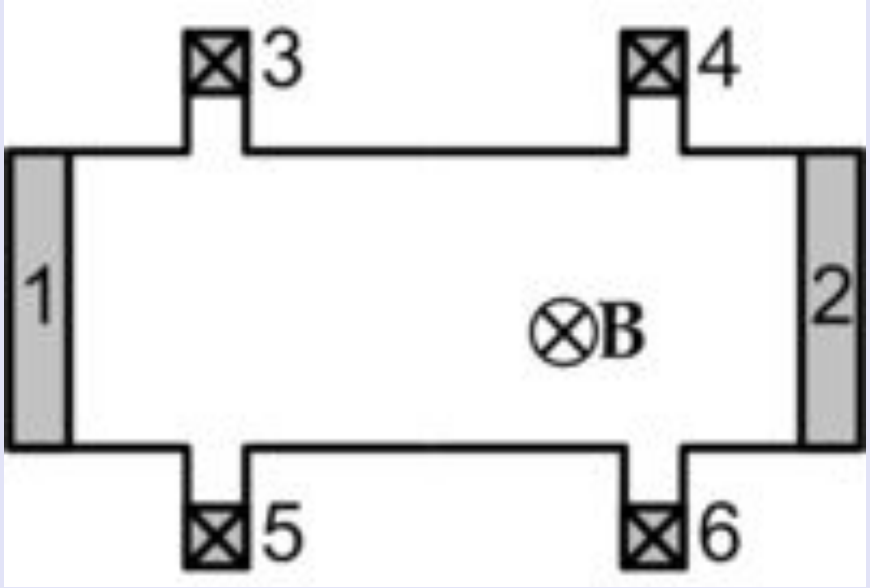
$$n = \frac{1}{q \cdot R_H} \qquad p = \frac{1}{q \cdot R_H}$$

$$|R_H|\sigma = \frac{1}{qn} qn\mu = \mu_H$$

Важно отметить, что R_H — это отношение возникающей поперечной разности потенциалов к продольному току, $R_H = R_{xy} = V_y/I_x$. При этом продольное сопротивление $R_L = R_{xx} = V_x/I_x$, слабо зависит от индукции магнитного поля, оставаясь по величине близким к своему значению при B = 0

Геометрия измерения квантового эффекта Холла.

$R_H=V_{35}/I_{12}$ $R=V/I$



$$\vec{\upsilon}_d = \vec{\mu}\,\vec{E}$$

$$\vec{F}_{\text{л}} = -q\left[\vec{\upsilon}_d \times \vec{B}\right] \qquad \vec{F}_{\text{эп}} = q\vec{E}_y$$

$$q \cdot \upsilon_d \cdot B = q \cdot E_y$$

$$E_H = \upsilon_d \cdot B \qquad U_H = \vec{E}_H\, b = \vec{\upsilon}_d\, \vec{B}\, b.$$

$$V_x = \frac{I \cdot B}{q \cdot n \cdot d}$$

$$R_H = \frac{I \cdot B}{d}$$

$$n = \frac{1}{q \cdot R_H}$$

$$p = \frac{1}{q \cdot R_H}$$

$$\vec{j} = -q \cdot n \cdot \vec{\upsilon}_d$$

$$U_H = -\frac{1}{nq}\vec{j}\vec{B}b = R\vec{j}\vec{B}b.$$

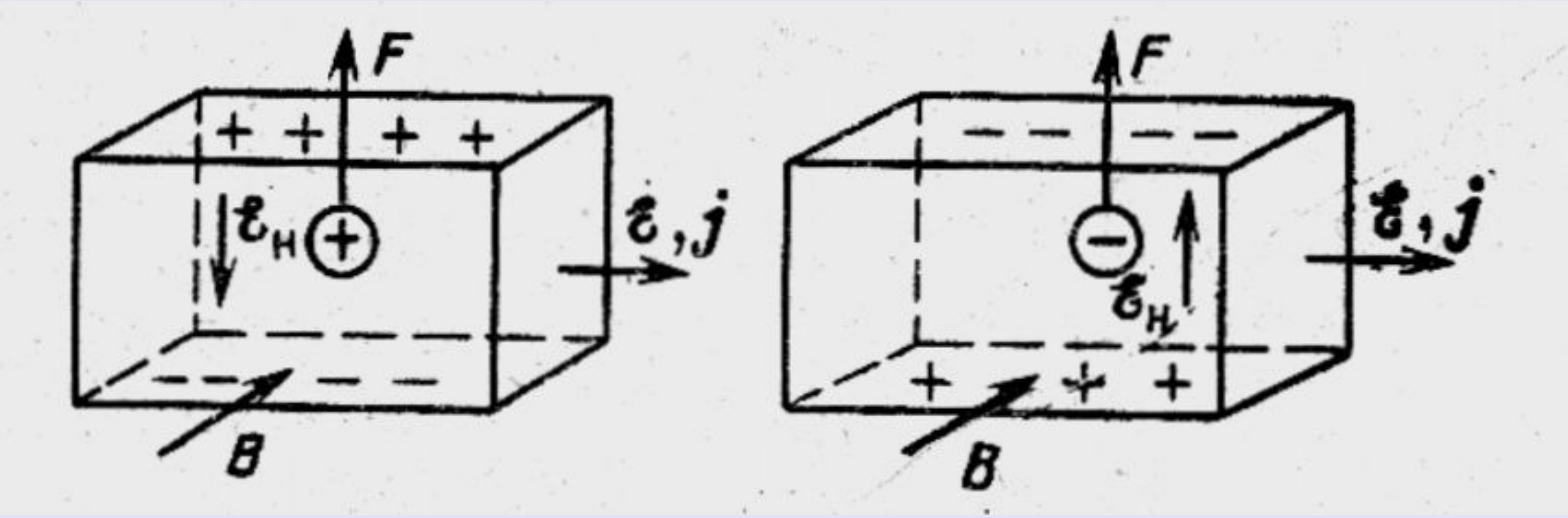
$$R_H = -\frac{1}{nq}$$

$$R_H = \frac{1}{pq}$$

$$R_H\sigma = \mu_H.$$

Отклонение носителей заряда под воздействием магнитного поля в образцах с дырочной (а) и электронной (б)

электропроводностью



Диффузионный и дрейфовый токи

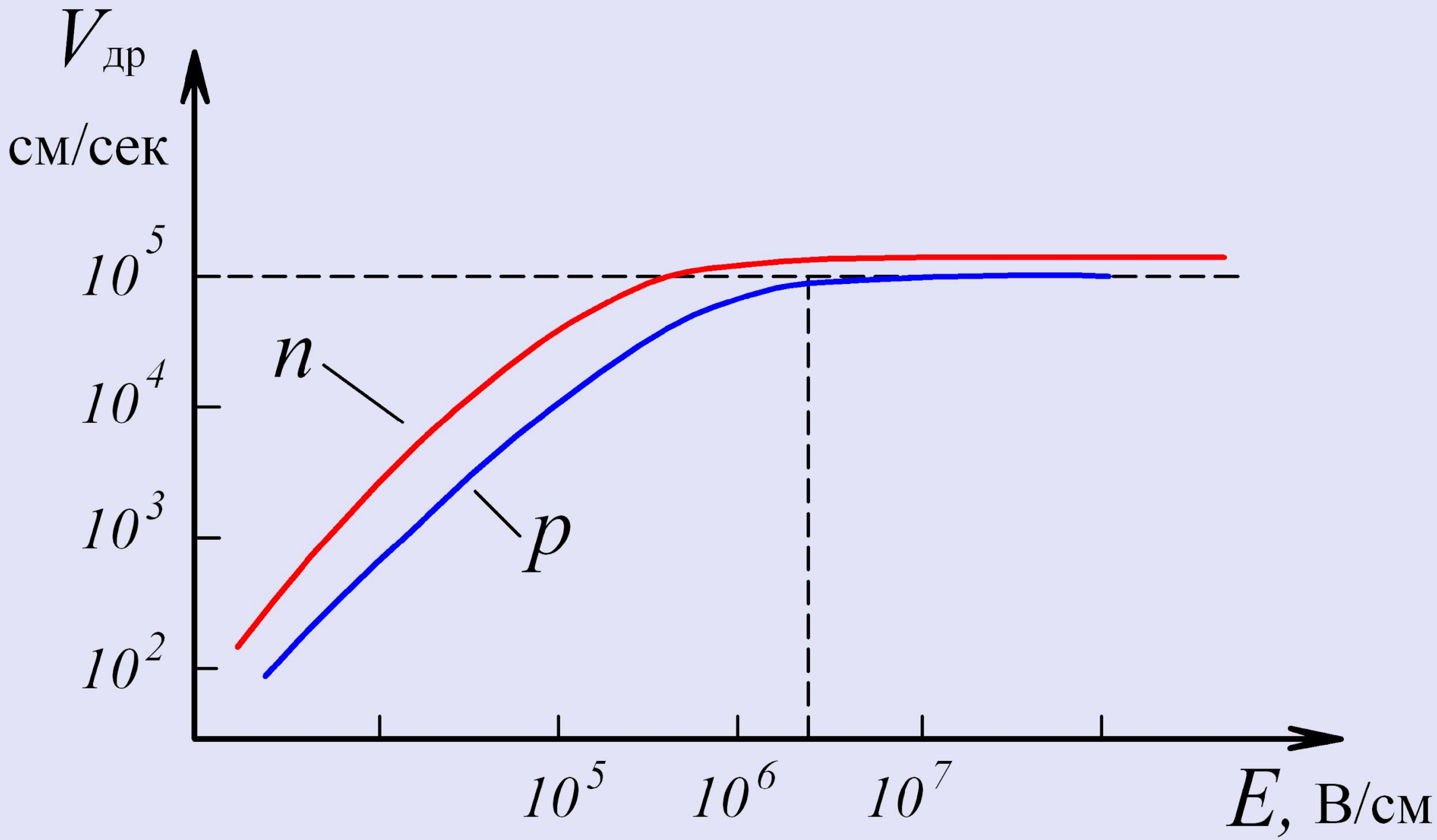
Диффузионный и дрейфовый токи

Омический ток, который возникает в полупроводниках при появлении в них электрического поля : $j = \sigma \cdot \mathbf{E}$ можно разделить на две составляющие**:**

$$j_{n\text{др}} = q \cdot \mu_n \cdot n \cdot \mathbf{E} \qquad j_{p\text{др}} = q \cdot \mu_n \cdot p \cdot \mathbf{E}$$

Носители, создающие эти токи, дрейфуют в электрическом поле на фоне хаотического броуновского движения, поэтому эти токи называют ***дрейфовыми***

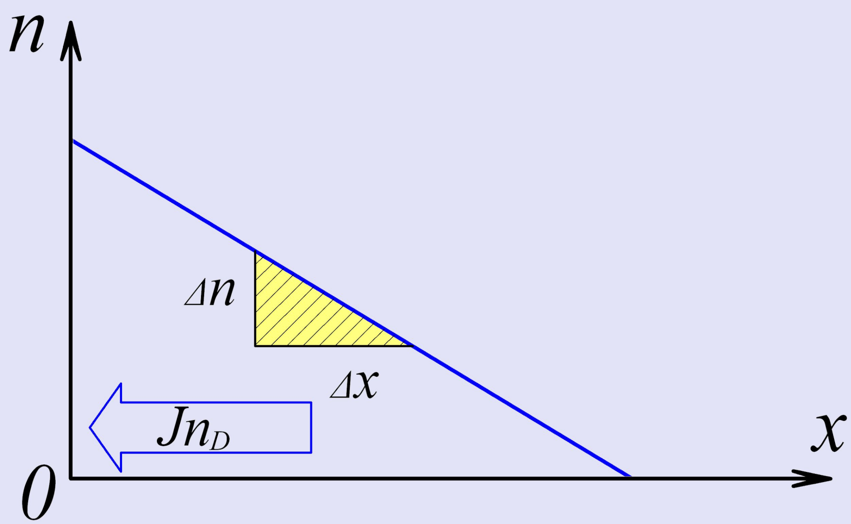
Насыщение дрейфовой скорости в сильных электрических полях



Находящиеся в тепловом движении носители заряда в кристалле можно рассматривать как электронный газ. В газах наблюдается и хорошо изучен процесс диффузии.

Аналогичный эффект должен наблюдаться для свободных электронов и дырок. Если в какой-то области возник избыток носителей заряда (***градиент концентрации*** $\mathrm{grad}n = \Delta n/\Delta x = dn/dx$), то под действием диффузии они должны распространяться из области с большей концентрацией в область с меньшей концентрацией

Диффузионный ток



$$grad\ n = \frac{\Delta n}{\Delta x} = \frac{dn}{dx}$$

$$j_{n\ \text{диф}} = q \cdot D_n \cdot \nabla n,\ \ j_{p\ \text{диф}} = -q \cdot D_p \cdot \nabla p$$

Для одномерного случая:

$$j_{n\ \text{диф}} = q \cdot D_n \cdot \frac{dn}{dx},\ \ j_{p\text{диф}} = -q \cdot D_p \cdot \frac{dp}{dx}$$

$$D_n = \frac{kT}{q} \cdot \mu_n = \phi_T \cdot \mu_n$$

$$D_p = \frac{kT}{q} \cdot \mu_p = \phi_T \cdot \mu_p$$

Соотношение Эйнштейна

Градиенты концентрации и диффузионные потоки электронов и дырок направлены в ***одну сторону***

Образуемые ими диффузионные токи будут протекать в противоположных направлениях, **компенсируя друг друга**

В полупроводниковом кристалле перенос заряда всегда осуществляется в результате двух процессов: **дрейфа и диффузии**. Поскольку диффундируют и дрейфуют два тип носителей заряда должно быть, как минимум, **четыре** различных **составляющих общего тока**: ***дрейфовый ток электронов и дырок, диффузионный ток электронов и дырок***

Расчёт токов

$$j = j_{\text{др}} + j_{\text{диф}},$$

$$j_{\text{др}} = j_{n\ \text{др}} + j_{p\ \text{др}} = q \cdot \mu_n \cdot n \cdot \mathrm{E} + q \cdot \mu_p \cdot p \cdot \mathrm{E},$$

$$j_{\text{диф}} = j_{n\ \text{диф}} + j_{p\ \text{диф}} = q \cdot D_n \cdot \nabla n - q \cdot D_p \cdot \nabla p$$

Полный ток:

$$j_n = j_{n\text{др}} + j_{n\text{диф}} = q \cdot n \cdot \mu_n \cdot \mathrm{E} + q \cdot D_n \cdot \frac{dn}{dx}$$

$$j_p = j_{p\text{др}} + j_{p\text{диф}} = q \cdot p \cdot \mu_p \cdot \mathrm{E} - q \cdot D_p \cdot \frac{dp}{dx}$$

В одномерном случае:

$$J = J_{\text{дрейф}} + J_{\text{диф}} = q \cdot \mu_p \cdot p \cdot \mathbf{E} + q \cdot \mu_n \cdot n \cdot \mathbf{E} - q \cdot D_p \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + q \cdot D_n \cdot \frac{\partial n}{\partial x}$$

Неравновесные носители

в электрическом поле

Основные уравнения

Уравнение Пуассона:

$$\frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial x^2} = -\frac{\partial \mathbf{E}(x)}{\partial x} = -\frac{\boldsymbol{\rho}(x)}{\varepsilon_s \varepsilon_0}$$

Уравнение электронейтральности:

$$n + N_a^- = p + N_d^+$$

Уравнения непрерывности для токов:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G_n - R_n + \frac{1}{q}\nabla \overline{j}_n$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = G_p - R_p - \frac{1}{q}\nabla \overline{j_p},$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$$

Эти уравнения будут применяться для анализа квазинейтральных областей полупроводниковых приборов, где избыточные концентрации электронов и дырок

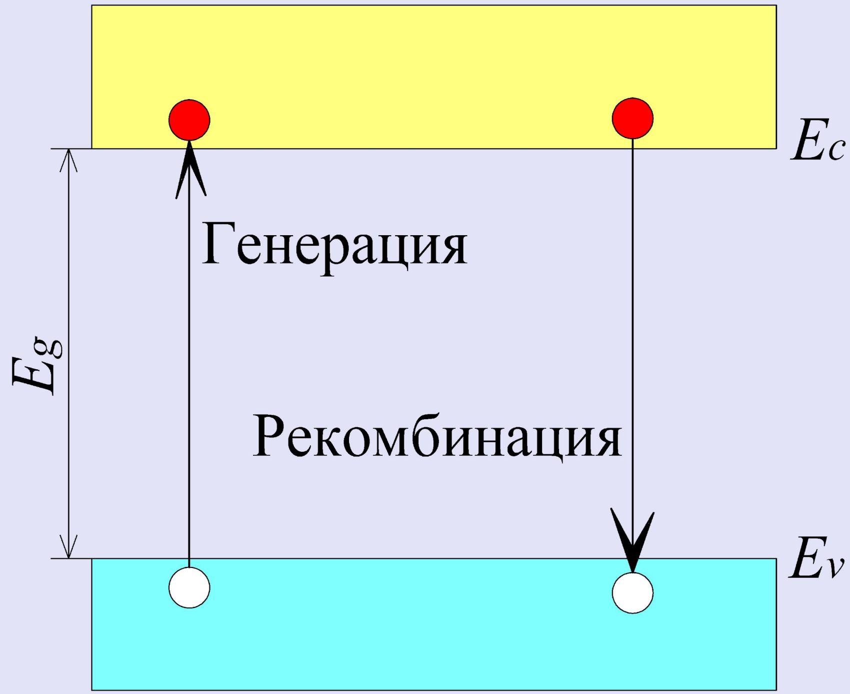
$$\Delta n = n - n_0 \approx \Delta p = p - p_0$$

Квазинейтральность обеспечивается кулоновским притяжением избыточных электронов и избыточных дырок. При ее нарушении возникает электрическое поле, напряженность которого определяется уравнением:

$$\nabla \mathbf{E} = \frac{\boldsymbol{\rho}}{\varepsilon_s \varepsilon_0} = \frac{q \cdot (\Delta p - \Delta n)}{\varepsilon_s \varepsilon_0}$$

Это поле направлено так, чтобы восстановить локальную неоднородность полпроводника.

Уравнения непрерывности



$$\frac{\partial n}{\partial t} = G_n - R_n + \frac{1}{q}\nabla \overline{J}_n$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = G_p - R_p - \frac{1}{q}\nabla \overline{J}_p$$

Можно ввести избыточную скорость рекомбинации:

$$G - R = \frac{\partial \Delta n}{\partial t} = \frac{\partial \Delta p}{\partial t}$$

В случае линейной рекомбинации:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial (n_0 + \Delta n)}{\partial t} = \frac{\partial \Delta n}{\partial t} = \frac{\Delta n}{\tau_n} + \frac{1}{q} \nabla \overline{j}_n$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial (p_0 + \Delta p)}{\partial t} = \frac{\partial \Delta p}{\partial t} = \frac{\Delta p}{\tau_p} - \frac{1}{q} \nabla \overline{j_p},$$

В одномерном случае:

$$\frac{\partial n(x)}{\partial t} = -\frac{\Delta n(x)}{\tau_n} + \frac{1}{q}\frac{\partial \overline{j_n(x)}}{\partial x}$$

$$\frac{\partial p(x)}{\partial t} = -\frac{\Delta p(x)}{\tau_p} - \frac{1}{q}\frac{\partial \overline{j_p(x)}}{\partial x},$$

$$j_n = j_{n\,\partial p} + j_{n\,\partial u\phi} = q \cdot n \cdot \mu_n \cdot \mathrm{E} + q \cdot D_n \cdot \frac{dn}{dx}$$

$$j_p = j_{p\,\partial p} + j_{p\,\partial u\phi} = q \cdot p \cdot \mu_p \cdot \mathrm{E} - q \cdot D_p \cdot \frac{dp}{dx}$$

$$\frac{\partial n(x)}{\partial t} = -\frac{\Delta n(x)}{\tau_n} + D_n \cdot \frac{\partial^2 n(x)}{\partial x^2} + \mu_n \cdot n(x) \cdot \frac{\partial \mathbf{E}(x)}{\partial x} + \mu_n \cdot \mathbf{E}(x) \cdot \frac{\partial n(x)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial p(x)}{\partial t} = -\frac{\Delta p(x)}{\tau_p} + D_p \cdot \frac{\partial^2 p(x)}{\partial x^2} - \mu_p \cdot p(x) \cdot \frac{\partial \mathbf{E}(x)}{\partial x} - \mu_p \cdot \mathbf{E}(x) \cdot \frac{\partial p(x)}{\partial x},$$

Уравнения устанавливают связь между концентрацией носителей заряда и основными, влияющими на них, процессами: диффузией, дрейфом, генерацией и рекомбинацией. Они позволяют по известным значениям потенциала (или напряженности поля) рассчитать пространственное распределение носителей заряда и его изменение со временем

Переход к биполярным уравнениям

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\Delta n}{\tau} - \mu \cdot \mathbf{E} \cdot \nabla n + D \cdot \nabla^2 n, \qquad \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\Delta p}{\tau} - \mu \cdot \mathbf{E} \cdot \nabla p + D \cdot \nabla^2 p$$

Биполярная подвижность:

$$\mu = \frac{\mu_n \cdot \mu_p \cdot \left(n(x) - p(x)\right)}{\mu_n \cdot n(x) + \mu_p \cdot p(x)} = \frac{n(x) - p(x)}{\frac{\mu_n \cdot n(x)}{\mu_n \cdot \mu_p} + \frac{\mu_p \cdot p(x)}{\mu_n \cdot \mu_p}} = \frac{n(x) - p(x)}{\frac{n(x)}{\mu_p} + \frac{p(x)}{\mu_n}}$$

Биполярное время жизни:

$$\tau = \frac{\left(n(x) + p(x)\right) \cdot \tau_n \cdot \tau_p}{n(x) \cdot \tau_n + p(x) \cdot \tau_p} = \frac{n(x) + p(x)}{\frac{n(x)}{\tau_p} + \frac{p(x)}{\tau_n}}$$

Биполярный коэффицент диффузии:

$$D = \frac{p(x) + n(x)}{\frac{n(x)}{D_p} + \frac{p(x)}{D_n}}$$

Расчет при разных уровнях инжекции

Низкий уровень инжекции в n-области:

$p \ll n$ и $D = D_p$, $\mu = \mu_p$, $\tau = \tau_p$

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = \frac{\partial \Delta p}{\partial t} = -\frac{\Delta p_n}{\tau_p} + D_p \frac{\partial^2 \Delta p_n}{\partial x^2} - \mu_p \mathbf{E} \frac{\partial p_n}{\partial x}$$

Низкий уровень инжекции в p-области:

$n \ll p$ и $D = D_n$, $\mu = \mu_n$, $\tau = \tau_n$

$$\frac{\partial \Delta n_p}{\partial t} = -\frac{\Delta n_p}{\tau_n} + D_n \frac{\partial^2 \Delta n_p}{\partial x^2} + \mu_n \mathbf{E} \frac{\partial n_p}{\partial x}$$

Высокий уровень инжекции:

$n \approx p$ и $D = 2 \cdot D_n \cdot D_p \big/ \left(D_n + D_p \right)$, $\mu = 0$, $\tau = 2 \cdot \tau_n \cdot \tau_p \big/ \left(\tau_n + \tau_p \right)$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\Delta p}{\tau} + D \cdot \nabla^2 p \qquad \frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\Delta n}{\tau} + D \cdot \nabla^2 n,$$

Полупроводниковые приборы состоят, в основном из легированных областей *p*- или *n*-типа, при низких напряженностях электрического поля (**при низких уровнях инжекции**) **концентрация основных носителей изменяется слабо**, поэтому **характер** протекающих в этих материалах **процессов** будет определяться, в основном, **неосновными носителями заряда .**

Расчет в стационарных условиях

В случае, когда $\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = 0$ и $\overline{E}$=0:

Для n-типа:

$$\frac{\Delta p}{\tau_p} - D_p \cdot \nabla p = 0,$$

Для p-типа:

$$\frac{\Delta n}{\tau_n} - D_n \cdot \nabla n = 0$$

Уравнение

$$-\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} = 0$$

с граничными условиями: $p_n(x=0) = p_n(0)$ и $p_n(x \to \infty) = p_{n0}$

имеет решение:

$$p_n(x) = p_{n0} + \left[p_n(0) - p_{n0}\right] \cdot \exp\left(-x/L_p\right)$$

где $L_p = \sqrt{D_p \cdot \tau_p}$, $L_n = \sqrt{D_n \cdot \tau_n}$ - диффузионные длины для дырок и электронов

Окончание расчета

С граничными условиями: $p_n(x=0)=p_n(0)$ и $p_n(x=W)=p_{n0}$

уравнение

$$-\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} + D_p\frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} = 0$$

имеет решение:

$$p_n(x) = p_{n0} + \left[p_n(0) - p_{n0}\right]\cdot\frac{sh\frac{W-x}{L_p}}{sh\frac{W}{L_p}}$$

Плотность тока:

$$j_p = -qD_p\frac{\partial p}{\partial x}\Big|_{x=W} = q\left(p_n(0) - p_{n0}\right)\frac{D_p}{L_p}\cdot\frac{1}{sh\frac{W}{L_p}}$$

Эти уравнения будут широко использоваться при анализе процессов в таких полупроводниковых приборах, как биполярные транзисторы и диоды.

Причем для *p*–области будем использовать уравнение для неосновных носителей – электронов, для *n*–области для дырок.

Уравнение для носителей противоположного знака решать не будем, полагая, что соблюдается условие квазиэлектронейтральности и $\Delta p = \Delta n$.